

안녕맨의 손으로 만든 제 18회 대수능 대비 기출 시험지

제 2 교시

수리 영역

‘가’형

성명

수험 번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면, 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{1}{6x}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ \sqrt{e} ④ e
 ⑤ e^2

2. 다음 표는 확률변수 X 의 확률분포를 나타낸 것이다.
 $P(1 \leq X \leq 3)$ 은? [2점]

X	1	2	3	4	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{5}$	1

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{5}{12}$
 ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

3. $(2+2\sin\frac{\pi}{3})(2-\tan\frac{\pi}{3})$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

4. 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. $\overline{PQ}=4\sqrt{5}$ 일 때, a^2+b^2 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 32 ③ 45 ④ 60 ⑤ 77

5. 좌표평면에서 곡선 $y = \frac{xe^{x^2}}{e^{x^2} + 1}$ 과 직선 $y = \frac{2}{3}x$ 로 둘러싸인 두

부분의 넓이의 합은? [3점]

- ① $\frac{5}{3} \ln 2 - \ln 3$ ② $2 \ln 3 - \frac{5}{3} \ln 2$ ③ $\frac{5}{3} \ln 2 + \ln 3$
 ④ $2 \ln 3 + \frac{5}{3} \ln 2$ ⑤ $\frac{7}{3} \ln 2 - \ln 3$

6. 좌표공간에서 평면 $x=3$ 과 평면 $z=1$ 의 교선을 l 이라 하자.
 점 P가 직선 l 위를 움직일 때, 선분 OP의 길이의 최소값은?
 (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$
 ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

7. 임의의 두 사건 A, B 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

[보 기]

- ㄱ. $0 \leq P(A) \leq 1$
 ㄴ. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
 ㄷ. $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ

‘가’형

8. \overline{AB} 를 지름으로 하는 원

O 위의 한 점 P 에 대하여

$\overline{AB}=10$, $\overline{BP}=8$ 일때, 내적

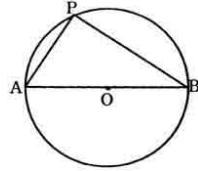
$\overline{AB} \cdot \overline{AP}$ 의 값은? [3점]

① 28

② 30

④ 34

⑤ 36



③ 32

9. A 가 동전을 2개 던져서 나온 앞면의 개수만큼 B 가 동전을 던진다. B 가 던져서 나온 앞면의 개수가 1일 때, A 가 던져서 나온 앞면의 개수가 2일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{2}$

10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 t 에 대

하여 $\int_0^2 xf(tx)dx=4t^2$ 을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?[3점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

11. 이산확률변수 X 에 대하여

$P(X=2)=1-P(X=0)$, $0 < P(X=0) < 1$, $\{E(X)\}^2 = 2V(X)$
일 때, 확률 $P(X=2)$ 의 값은? [3점]

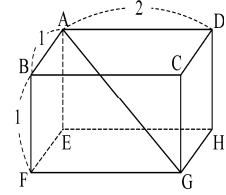
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

12. 그림과 같이

$\overline{AB} = \overline{BF} = 1$, $\overline{AD} = 2$ 인

직육면체 $ABCD-EFGH$ 에서
대각선 AG 가 세 면 $ABCD$,
 $BFGC$, $ABFE$ 와 이루는 각의
크기를 각각 α , β , γ 라고

할 때, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 함수 $f(x) = 4\ln x + \ln(10-x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

[보 기]

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 $13\ln 2$ 이다.
 ㄴ. 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. 함수 $y = e^{f(x)}$ 의 그래프는 구간 $(4, 8)$ 에서 위로 볼록하다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 좌표평면에서 직선 $y = mx (0 < m < \sqrt{3})$ 가 x 축과 이루는 예각의 크기를 θ_1 , 직선 $y = mx$ 가 직선 $y = \sqrt{3}x$ 와 이루는 예각의 크기를 θ_2 라 하자. $3\sin\theta_1 + 4\sin\theta_2$ 의 값이 최대가 되도록 하는 m 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{8}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{10}$

15. 두 연속확률변수 X, Y 는

각각 정규분포 $N(m, \sigma^2)$, $N(am, b\sigma^2)$ 을 따르고 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ P(X \geq 0) = P(Y \geq 0)$$

$$(나) \ P(X \leq 1) + P(Y \geq 2) = 1$$

이때, $a+b$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$) [4점]

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

16. 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \int_a^x \{2 + \sin(t^2)\} dt$ 라 하자.

$f''(a) = \sqrt{3}a$ 일 때, $(f^{-1})'(0)$ 의 값은?

(단, a 는 $0 < a < \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ 인 상수이다.) [4점]

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{3}{10}$

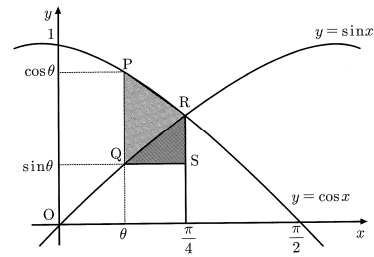
④ $\frac{2}{5}$

⑤ $\frac{1}{2}$

17. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^5 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ 을 전개한 식에서 x^2 항의 계수는? [4점]

- ① 16 ② 20 ③ 24
④ 28 ⑤ 32

18. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, $\theta \neq \frac{\pi}{4}$ 일 때, 곡선 $y = \cos x$ 위의 점 $P(\theta, \cos \theta)$ 를 지나고 x 축에 수직인 직선과 곡선 $y = \sin x$ 의 교점을 Q 라 하자. 점 Q 를 지나고 x 축에 평행한 직선과 점 $R\left(\frac{\pi}{4}, \sin \frac{\pi}{4}\right)$ 를 지나고 x 축에 수직인 직선의 교점을 S 라 하자. 삼각형 PQR 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 QSR 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① $2\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{3}$
④ $\sqrt{2}$ ⑤ 1

19. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 에 대하여 점 $A(a, f(a))$ 를 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. 직선 $y=g(x)$ 가 함수 $f(x)$ 의 그래프와 점 $B(b, f(b))$ 에서 접할 때, 함수 $h(x)$ 를 $h(x)=f(x)-g(x)$ 라 하자.

<보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $a \neq b$ 이다.)

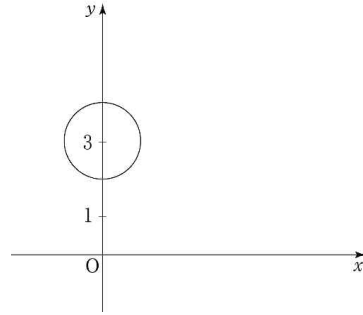
[4점]

[보 기]

- ㄱ. $h'(b)=0$
 ㄴ. 방정식 $h'(x)=0$ 은 3개 이상의 실근을 갖는다.
 ㄷ. 점 $(a, h(a))$ 는 곡선 $y=h(x)$ 의 변곡점이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 좌표평면에서 중심이 $(0, 3)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원을 C 라 하자. 양수 r 에 대하여 $f(r)$ 를 반지름의 길이가 r 인 원 중에서, 원 C 와 한 점에서 만나고 동시에 x 축에 접하는 원의 개수라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



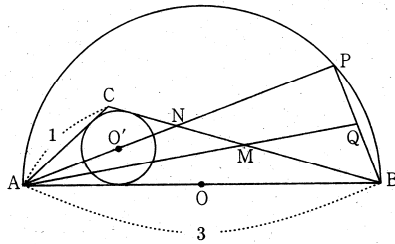
[보 기]

- ㄱ. $f(2)=3$
 ㄴ. $\lim_{r \rightarrow 1+0} f(r)=f(1)$
 ㄷ. 구간 $(0, 4)$ 에서 함수 $f(r)$ 의 불연속점은 2개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 점 O를 중심으로 하고, 길이가

3인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 이 반원의 내부에 $\overline{AC}=1$ 인 점 C를 잡고, $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심을 O' 이라 하자. 선분 AO' 의 연장선과 선분 BC의 교점을 N, 반원과 교점을 P라 하고, 선분 BC의 중점을 M, 선분 AM의 연장선과 선분 BP의 교점을 Q라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보
기>

ㄱ. $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BQ} = 0$
 ㄴ. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
 ㄷ. $2\overrightarrow{AQ} = 3\overrightarrow{AM}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2ax^2 + ax$$

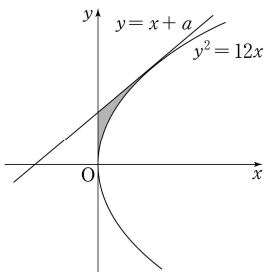
를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

[3점]

23. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식 $2\sin x \cos x - \cos 2x + 1 = 0$ 을 만족시키는 모든 실근의 합은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 타원 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. 이 타원 위의 점 P가 $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OF}| = 1$ 을 만족시킬 때, 선분 PF의 길이는 k 이다. $5k$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [3점]

25. 직선 $y = x + a$ 가 포물선 $y^2 = 12x$ 에 접할 때, 포물선 $y^2 = 12x$ 와 직선 $y = x + a$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 $b\pi$ 라 하자. 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. [3점]



26. 좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ 의 시각 t 에서의 위치가 $x = 9 \cos t - \cos 9t$, $y = 9 \sin t - \sin 9t$ 로 나타내어지는 곡선이 있다. 점 P가 $t=0$ 에서 $t = \frac{\pi}{8}$ 까지 움직인 거리를 s 라 할 때, $2s$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 어느 고등학교에서 오전 8시 이전에 등교하는 학생의 비율 p 를 알아보기 위하여, 어느 날 이 학교 학생 중에서 300명을 임의추출하여 오전 8시 이전에 등교한 학생의 표본비율 \hat{p} 을 구하였다. 표본비율 \hat{p} 을 이용하여 구한 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[0.701, 0.799]$ 일 때, 임의추출된 300명의 학생 중에서 오전 8시 이전에 등교한 학생의 수를 구하시오.
(단, Z 가 표준정규분포를 따를 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.)
[4점]

28. 네 학생 A, B, C, D 가 각각 자신의 수학 교과서를 한 권씩 꺼내어 4권을 섞어 놓고, 한 권씩 임의로 선택하기로 하였다. D 가 먼저 A 의 교과서를 선택하였을 때, 나머지 세 학생이 아무도 자신의 교과서를 선택하지 못할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $10(p + q)$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 좌표공간에 반구 $(x-5)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9, z \geq 0$ 가 있다. y 축을 포함하는 평면 α 가 반구와 접할 때, α 와 xy 평면이 이루는 각을 θ 라 하자. 이때, $30 \cos \theta$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]

30. 좌표평면 위에 타원 $\frac{x^2}{11^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ 과 점 $P(11, 0)$ 이 있고, 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 11인 원 C_1 과 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 C_2 가 있다. 제 1사분면에 있는 원 C_1 위의 점 A 에 대하여 선분 OA 와 원 C_2 의 교점을 B , 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H , 선분 AH 와 타원의 교점을 Q , 선분 OA 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. 삼각형 ABQ 의 넓이를 S_1 이라 하고, 삼각형 APQ 의 넓이를 S_2 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S_2}{\theta^2 \cdot S_1} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

