

안녕맨의 손으로 만든 제 12회 대수능 대비 기출 시험지

제 2 교시

수리 영역

‘가’형

성명

수험 번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면, 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{7}$
 ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

2. 함수 $f(x) = x \ln x$ 에 대하여 $f'(e)$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.) [2점]

- ① $2e$ ② $e+1$ ③ 3
 ④ e ⑤ 2

3. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$, $P(A) = \frac{1}{3}$ 을 만족시킬 때, $P(B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

4. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

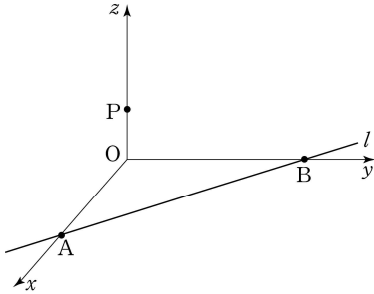
I. $\int f(x)dx = \{f(x)\}^2$

II. $\int_{-1}^1 f(x)dx = 50$

- ① 21 ② 22 ③ 23
 ④ 24 ⑤ 25

5. 좌표공간에서 두 점 $A(1, 0, 0)$,

$B(0, \sqrt{3}, 0)$ 을 지나는 직선 l 이 있다. 점 $P\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)$ 로부터 직선 l 에 이르는 거리는? [3점]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

6. 점 $A(3, 1)$ 에 대하여 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 임의의 한 점을 P , 초점을 F 라 할 때, $\overline{AP} + \overline{FP}$ 의 최소값을 m 이라 한다. m^2 의 값을 구하시오. [3점]

- ① 16 ② 25 ③ 36 ④ 49 ⑤ 64

7. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin 2x}{1 - \cos x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

일 때, $f'(0)$ 의 값은? (단, $-\pi < x < \pi$) [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

‘가’형

8. 확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	-1	0	1	계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{3}$	b	1

확률변수 X 의 분산이 $\frac{5}{12}$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

9. 두 실수 x, y 가 $x+y = \frac{\pi}{3}$ 를 만족시킬 때, $\sqrt{3} \cos x + 2 \sin y$ 의 최댓값은? [3점]

- ① $\sqrt{7}$ ② 3 ③ $\sqrt{11}$
 ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{15}$

10. 어떤 고등학교 학생회장 선거에 갑과 을, 두 명의 후보가 출마했다. 갑과 을의 선거운동 시작 전 지지율은 각각 70%, 30%이었으나 선거 운동 후 갑을 지지하던 학생 중 60%가 을에게 투표하여 을이 57%의 득표율로 당선되었다. 투표 후 을에게 투표한 학생 중 한 명을 선택했을 때 이 학생이 선거운동 시작 전에도 을 후보를 지지하던 학생일 확률은? (단, 기권과 무효표는 없다.) [3점]

- ① $\frac{3}{19}$ ② $\frac{4}{19}$ ③ $\frac{5}{19}$
 ④ $\frac{6}{19}$ ⑤ $\frac{7}{19}$

11. 모든 실수 x 에 대하여 이차함수 $y=f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) $f(0) = -2$
 (나) $f(-x) = f(x)$
 (다) $f(f'(x)) = f'(f(x))$

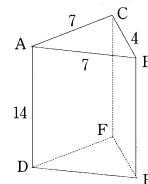
함수 $F(x) = \int f(x)dx$ 가 감소하는 구간의 길이는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

12. $\overline{AC} = \overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{AD} = 14$ 인

직삼각기둥 $ABC-DEF$ 가 있다.

이 때, 면 $ADEB$ 의 면 $ADFC$ 위로의 정사영의 넓이는 얼마인가? [3점]



- ① 68 ② 74
 ③ 78 ④ 82
 ⑤ 86

‘가’형

13. 세 점 O, A, B 에 대하여 두 벡터 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$
 (나) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$

이때, 두 선분 OA, OB 를 두 변으로 하는 평행사변형의 넓이는?
 [3점]

- ① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{3}$
 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

14. 함수 $f_n(x) = \left(nx - \sum_{k=1}^n a_k \right)^2$ 가 $\int_0^1 f_n'(x) dx = -n^3$ 을 만족할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

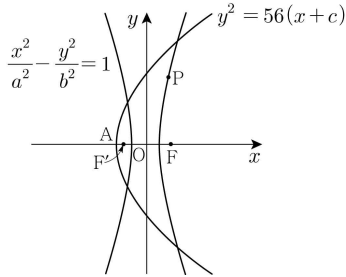
(단, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 은 상수) [4점]

[보 기]

- ㄱ. $\sum_{k=1}^n a_k = \frac{n(n+1)}{2}$
 ㄴ. $f_2(2) = 3$
 ㄷ. $\int_0^{n+1} f_n(x) dx = 2 \int_0^{\frac{n+1}{2}} f_n(x) dx$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이 두 점 $F(k, 0)$, $F'(-k, 0)$ 을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 점 F 를 초점으로 하는 포물선 $y^2 = 56(x+c)$ 가 있다.



쌍곡선 위의 임의의 점 P 에 대하여 $|\overline{PF} - \overline{PF'}| = 10$ 이 성립하고, 포물선의 꼭짓점 A 에 대하여

$\overline{AF'} : \overline{FF'} = 1 : 6$ 이 성립한다. 이때, $\frac{c^2}{a^2 - b^2}$ 의 값은?

(단, $0 < k < c$ 이다.) [4점]

- ① $\frac{53}{14}$ ② $\frac{55}{14}$ ③ $\frac{30}{7}$
 ④ $\frac{32}{7}$ ⑤ $\frac{34}{7}$

16. 2018학년도 대학수학능력시험 수리영역의 원점수 X 의 평균을 m , 표준편차를 σ 라 할 때 표준점수 T 는

$$T = a \left(\frac{X - m}{\sigma} \right) + b \quad (\text{단, } a > 0)$$

꼴로 나타내어진다.

수리영역의 표준점수 T 가 평균이 100, 표준편차가 20인 분포를 이룬다고 할 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 80 ② 90 ③ 100
 ④ 110 ⑤ 120

17. 좌표공간에서 직선 $\frac{x}{2} = -y = -\frac{z}{2}$ 와 평면 $x+y+z=2$ 가

만나는 점을 A 라 하자. 점 P가 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = |\overrightarrow{OP}|^2$ 을 만족시킬 때, 점 P 와 평면 $x+y+z=2$ 사이의 거리의 최댓값은?

[4점]

① $3 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

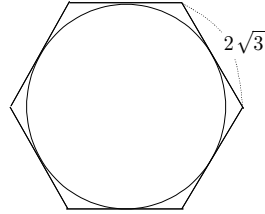
② $3 + \frac{\sqrt{6}}{3}$

③ $4 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $4 + \frac{\sqrt{6}}{3}$

⑤ $5 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

18. 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정육각형에 대접하는 원이 있다. 원의 반지름의 길이가 매초 2의 속력으로 증가할때, 4초후의 원의 넓이의 증가율은? [4점]



① 38π

② 40π

③ 42π

④ 44π

⑤ 46π

19. 1 부터 100 까지의 자연수 중에서 서로 다른 4 개의 수를 선택 할 때, 4 개의 수 중에서 두 번째로 작은 수가 k 인 경우의 수를 a_k 라 하자. 예를 들어, a_{98} 은 선택된 4 개의 수 중에서 98 보다 작은 수가 한 개이고 98 보다 큰 수가 2 개인 경우의 수이므로 $a_{98} = 97$ 이다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보 기]

$$\neg. a_3 = {}_2C_1 \times {}_{97}C_2$$

$$\neg. a_{10} = a_{90}$$

$$\neg. \sum_{k=2}^{98} a_k = {}_{100}C_4$$

① \neg

② \neg

③ \neg, \neg

④ \neg, \neg

⑤ \neg, \neg, \neg

20. 좌표공간에서 정사면체 ABCD 의 한 면 ABC 는 평면 $2x - y + z = 4$ 위에 있고, 꼭짓점 D 는 평면 $x + y + z = 3$ 위에 있다.

삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표가 $(1, 1, 3)$ 일 때, 정사면체 ABCD 의 한 모서리의 길이는? [4점]

① $2\sqrt{2}$

② 3

③ $2\sqrt{3}$

④ 4

⑤ $3\sqrt{2}$

21. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [4점]

$$(가) \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt = 1$$

$$(나) \cos x \int_0^x f(t)dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt \left(\text{단, } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

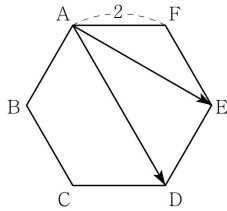
단답형

22. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수)가

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h)}{h} = 5$ 를 만족시킬 때, $10(a+b)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전이 각각 3 개씩 모두 9 개가 들어있는 지갑에서 동전 3 개를 임의로 꺼낼 때, 꺼낸 모든 동전 금액의 합이 250 원 이상일 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정 육각형 $ABCDEF$ 가 있다. 두 벡터 \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{AE} 의 내적 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE}$ 의 값을 구하시오. [3점]



26. 확률변수 X 는 $1, 2, 3, \dots, n$ 의 값을 취하고,

$X = k (1 \leq k \leq n)$ 일 확률이 $P(X = k) = ck$ (단, c 는 상수) 라 한다. 확률변수 X 의 표준편차가 $\sqrt{6}$ 이 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하시오. [4점]

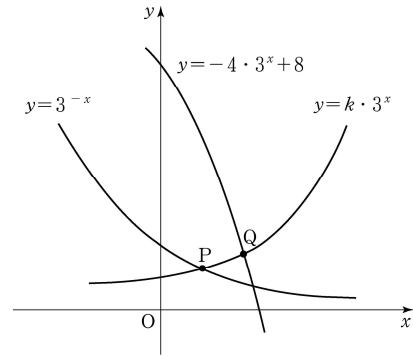
25. 두 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 1 & (x \geq 1) \\ x + 2 & (x < 1) \end{cases}$, $g(x) = |3x - a|$ 에 대하여 함수 $y = (g \circ f)(x)$ 가 모든 실수에서 연속일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

27. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x - 1$ 이 있다. 실수 $t(t \geq -1)$ 에 대하여 $-1 \leq x \leq t$ 에서 $|f(x)|$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라고 하자.

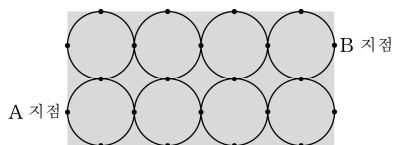
$\int_{-1}^1 g(t)dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

28. 함수 $y = k3^x$ ($0 < k < 1$)의 그래프가 두 함수 $y = 3^{-x}$, $y = -4 \cdot 3^x + 8$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P와 점 Q의 x 좌표의 비가 1 : 2 일 때, $35k$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 직사각형 모양의 잔디밭에 산책로가 만들어져 있다. 이 산책로는 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 원 8개가 서로 외접하고 있는 형태이다.



A 지점에서 출발하여 산책로를 따라 최단 거리로 B 지점에 도착하는 경우의 수를 구하시오. (단, 원 위에 표시된 점은 원과 직사각형 또는 원과 원의 접점을 나타낸다.) [4점]

30. 한 평면 위에 있지 않은 네 점 A, B, C, D 에

대하여 선분 BD, 선분 CD, 선분 AC, 선분 AB 각각의 중점 E, F, G, H 는 한 평면 위에 있다.

$\overline{AB} = \overline{CD} = 7$, $\overline{AC} = \overline{BD} = 5$, $\overline{BC} = 6$ 이고 평면 ABC 와 평면 BCD 가 이루는 각이 60° 일 때, 사각형 EFGH 의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이를 S 라 하자. 이 때, $4S^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

