

안녕맨의 손으로 만든 제 14회 대수능 대비 기출 시험지

제 2 교시

수리 영역

‘가’형

성명

수험 번호

3

1

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면, 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{-x}}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① $-e$ ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ e

2. 무한급수

$\log_2 2 + \log_2 \sqrt{2} + \log_2 \sqrt[4]{2} + \log_2 \sqrt[8]{2} + \dots$ 의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

3. 방정식 $\cos x - x + 1 = 0$ 이 오직 하나의 실근을 가질 때, 다음 중 실근이 존재하는 구간은? [2점]

- ① $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ ② $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right)$
 ④ $\left(\frac{2\pi}{3}, \pi\right)$ ⑤ $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$

4. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{x} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{(x-1)f(x)} = 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

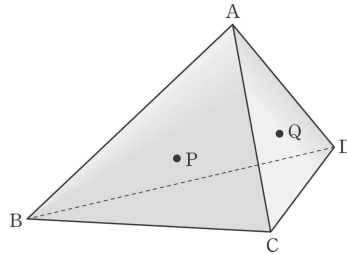
5. 3학년 전체 학생에 대한 남학생의 비율이 48%인 어느 고등학교에서 이들 학생을 대상으로 수시모집 응시 여부를 조사하였다. 그 결과 응시를 희망한 남학생은 3학년 전체 학생의 30%가 되었다. 이 때, 이 학교 3학년 전체 학생 중에서 임의로 한 학생을 뽑았더니, 남학생이었다. 이 학생이 수시모집 응시에 희망했을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$
 ② $\frac{3}{8}$
 ③ $\frac{5}{8}$
 ④ $\frac{1}{16}$
 ⑤ $\frac{3}{16}$

6. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 (t, \sqrt{t}) 에서 점 $(1, 0)$ 까지의 거리를 d_1 , 점 $(2, 0)$ 까지의 거리를 d_2 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} (d_1 - d_2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ 0

7. 사면체 ABCD의 면 ABC, ACD의 무게중심을 각각 P, Q라고 하자. <보기>에서 두 직선이 꼬인 위치에 있는 것을 모두 고르면? [3점]



[보 기]

- ㄱ. 직선 CD와 직선 BQ
 ㄴ. 직선 AD와 직선 BC
 ㄷ. 직선 PQ와 직선 BD

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

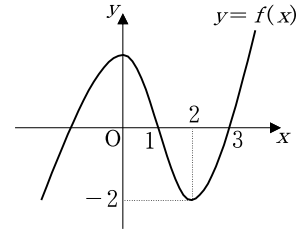
8. 원 $x^2 + y^2 = 8$ 과 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 서로 다른 네 점에서 만나고 이 네 점은 원의 둘레를 4등분한다. 이 쌍곡선의 한 점근선의 방정식이 $y = \sqrt{2}x$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

9. 함수 $f(x) = e^x \sin \frac{\pi}{2}x$ 에 대하여 $S(t) = \int_0^t 2x\{f(t) - f(x)\} dx$ 일 때, $S'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\pi e^2$ ② $-\pi e^2$ ③ πe^2
④ $2\pi e^2$ ⑤ $\pi^2 e^2$

10. 미분가능한 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



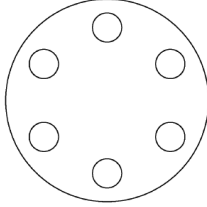
$g(x) = xf(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $f'(2) = 0$) [3점]

〈보 기〉

- ㄱ. $f(1) + g'(1) > 0$
ㄴ. $g(2)g'(2) > 0$
ㄷ. $f(3) + g'(3) > 0$

- ① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 그림과 같이 최대 6개의 용기를 넣을 수 있는 원형의 실험기구가 있다. 서로 다른 6개의 용기 A, B, C, D, E, F 를 이 실험기구에 모두 넣을 때, A 와 B 가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 36 ② 48 ③ 60
④ 72 ⑤ 84

12. 세계핸드볼연맹에서 공인한 여자 일반부 <표준정규분포표>

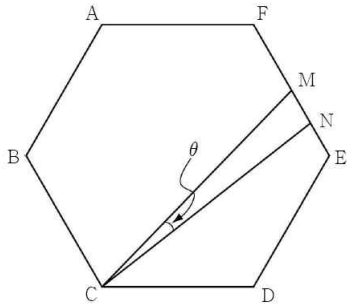
| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|------|----------------------|
| 2.00 | 0.4772 |
| 2.25 | 0.4878 |
| 2.50 | 0.4938 |
| 2.75 | 0.4970 |

용 핸드볼 공을 생산하는 회사가 있다. 이 회사에서 생산된 핸드볼 공의 무게는 평균 350g, 표준편차 16g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사는 일정한 기간 동안 생산된 핸드볼 공 중에서 임의로 추출된 핸드볼 공 64개의 무게의 평균이 346g 이하이거나 355g 이상이면 생산 공정에 문제가 있다고 판단한다. 이 회사에서 생산 공정에 문제가 있다고 판단할 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 0.0290 ② 0.0258 ③ 0.0184
④ 0.0152 ⑤ 0.0092

‘가’형

13. 정육각형 ABCDEF에서 \overline{EF} 의 중점을 M, \overline{EM} 의 중점을 N, $\angle MCN = \theta$ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]





- ① $\frac{2\sqrt{3}}{25}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{23}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{23}$
 ④ $\frac{6\sqrt{3}}{25}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{23}$

14. 좌표평면에서 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 점근선에 평행하고 타원 $\frac{x^2}{8a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 에 접하는 직선을 l 이라 하자. 원점과 직선 l 사이의 거리가 1일 때, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② $\frac{19}{2}$ ③ 10
 ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 11

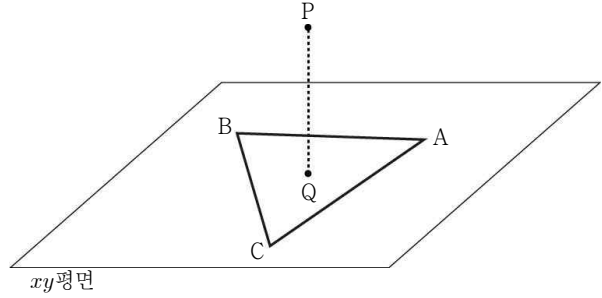
15. 채널이 1부터 100까지 설정된 텔레비전이 있다. 이 텔레비전의 리모콘의 일부는 오른쪽 그림과 같고, 현재 켜져 있는 채널은 50이다.

채널증가 버튼 과 채널감소 버튼  두 개 중 한 번에 한 개의 버튼을 임의로 여섯 번 누를 때, 채널이 다시 50이 될 확률은? (단, 버튼을 한 번 누르면 채널은 1씩 변한다.) [4점]



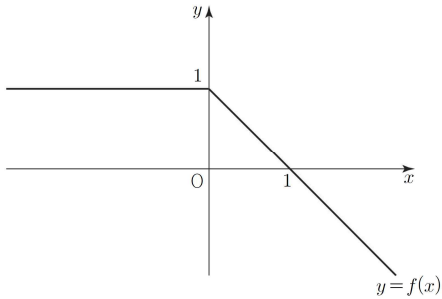
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

16. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC가 xy 평면 위에 있고, 점 $P(1, 1, 4)$ 의 xy 평면 위로의 정사영 Q는 삼각형 ABC의 무게중심과 일치한다. 점 P에서 직선 BC까지의 거리는? [4점]



- ① $3\sqrt{2}$ ② $\sqrt{19}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{21}$ ⑤ $\sqrt{22}$

17. 그림은 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \leq 0) \\ -x+1 & (x > 0) \end{cases}$ 의 그래프이다.



실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_{-1}^x e^t f(t) dt$$

라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보 기]

㉠. $g(0) = 1 - \frac{1}{e}$

㉡. 함수 $g(x)$ 는 극댓값 $e - \frac{1}{e}$ 을 갖는다.

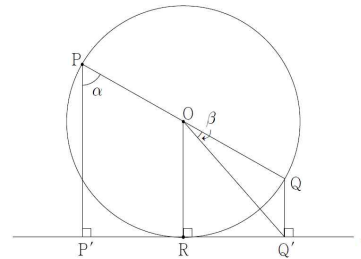
㉢. 방정식 $g(x) = 0$ 의 실근의 개수는 2이다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

18. 중심이 O이고 선분 PQ를 지름으로 하는 원과, 원 위의 점 R에서 접하는 접선 l이 있다. 두 점 P, Q에서 접선 l에 내린 수선의 발을 각각 P', Q'이라 할 때, $\angle QPP' = \alpha$, $\angle QOQ' = \beta$ 라고 하자. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ 일 때, $\tan \beta$ 의 값은?(단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)

[4점]



① $\frac{8}{31}$

② $\frac{12}{33}$

③ $\frac{17}{35}$

④ $\frac{20}{39}$

⑤ $\frac{24}{41}$

19. 좌표공간에서 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 삼각형 ABC 의 넓이는 6 이다.
 (나) 삼각형 ABC 의 yz 평면 위로의 정사영의 넓이는 3 이다.

삼각형 ABC 의 평면 $x-2y+2z=1$ 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은? [4점]

- ① $2\sqrt{6}+1$ ② $2\sqrt{2}+3$ ③ $3\sqrt{5}-1$
 ④ $2\sqrt{5}+1$ ⑤ $3\sqrt{6}-2$

20. 좌표평면 위에 세 점 $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(0,2)$ 가 있다. 점 $P(x,y)$ 가 두 조건

$$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} \leq 0, \quad \overrightarrow{OP} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \leq 4$$

를 만족할 때, 점 P 가 존재하는 영역의 넓이는? [4점]

- ① π ② $\sqrt{2} + \pi$ ③ $2 + \pi$
 ④ $3 + \pi$ ⑤ 2π

21. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시간 $t(0 \leq t \leq 5)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가 다음과 같다.

$$v(t) = \begin{cases} 4t & (0 \leq t < 1) \\ -2t+6 & (1 \leq t < 3) \\ t-3 & (3 \leq t \leq 5) \end{cases}$$

$0 < x < 3$ 인 실수 x 에 대하여 점 P 가

시간 $t=0$ 에서 $t=x$ 까지 움직인 거리,

시간 $t=x$ 에서 $t=x+2$ 까지 움직인 거리,

시간 $t=x+2$ 에서 $t=5$ 까지 움직인 거리

중에서 최소인 값을 $f(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보 기]

㉠. $f(1)=2$

㉡. $f(2)-f(1)=\int_1^2 v(t)dt$

㉢. 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

단답형

22. 세벡터 $\vec{a}=(2,3), \vec{b}=(x,-1), \vec{c}=(-4,y)$ 에 대하여 $2\vec{a}-\vec{b}=\vec{b}+\vec{c}$ 가 성립할 때, 두 실수 x, y 의 곱을 구하시오. [3점]

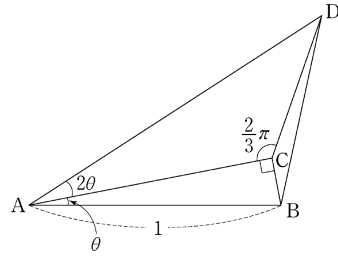
23. $f(n)=\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{x}{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \cdots + \sin nx}}$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{5}{f(k)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 1$ 에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $24g'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 어느 도시에서 야간에 뺑소니 사건이 일어났다. 이 도시 전체 차량의 80%는 자가용이고, 20%는 영업용이다. 그런데 한 목격자가 뺑소니 차량을 자가용이라고 증언하였다. 이 증언의 타당성을 알아보기 위해 사고와 동일한 상황에서 그 목격자가 자가용 차량과 영업용 차량을 구별할 수 있는 능력을 측정해본 결과 바르게 구별할 확률이 90%이었다. 그렇다면 목격자가 본 뺑소니 차량이 실제로 자가용일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이 때 $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이고, 모든 차량이 뺑소니 사건을 일으킬 가능성은 같다고 가정한다.) [3점]

26. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 빗변으로 하고 $\angle BAC = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)인 직각삼각형 ABC에 대하여 점 D를 $\angle ACD = \frac{2}{3}\pi$, $\angle CAD = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 BCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = p$ 이다. $300p^2$ 의 값을 구하시오. (단, 네 점 A, B, C, D는 한 평면 위에 있다.) [4점]



27. 그림과 같이 타원

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$$
의 장축을

10 등분한 후 장축의 양 끝점

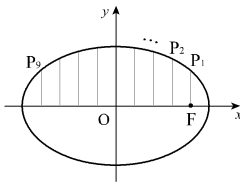
을 제외하고 각 등분점에서

장축에 수직인 직선을 그어

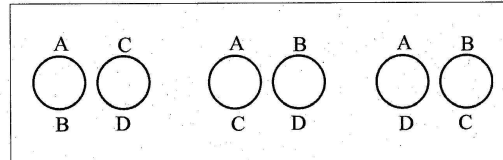
x 축 윗쪽 부분에 있는 타원과의 교점을

차례로 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_9$ 라 하자. 타원의 한 초점을 F 라고 할

때, $\sum_{k=1}^9 \overline{FP_k}$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. n 명의 사람을 r 개의 조로 나누고, 각 조의 구성원들로 원순열을 만들 때 나올 수 있는 경우의 수를 $G(n, r)$ 로 정의하자. (단, 각 조의 구성원은 적어도 2명 이상이다.) 예를 들어 $G(4, 2)$ 은 4명을 2개의 조로 나누고 각 조의 구성원들로 원순열을 만드는 방법의 수로, 4명을 A, B, C, D라 할 때, 다음의 3가지이다.



이 때, $G(6, 2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 확률변수 X 는 1, 2, 3, 4, 5의 값을 갖고

$X \leq k$ ($k=1, 2, 3, 4, 5$)일 확률이

$$P(X \leq k) = ak^2 \quad (a \text{는 상수})$$

이다. 확률변수 X 의 기댓값이 m 일 때, $20m$ 의 값을 구하시오.

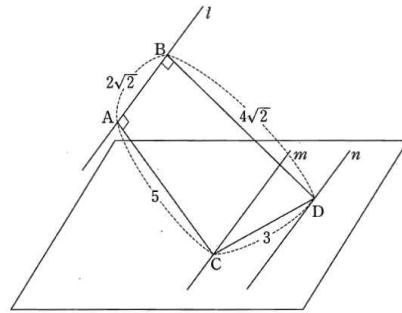
[4점]

30. 같은 평면 위에 있지 않고 서로 평행한 세 직선 l, m, n 이 있다. 직선 l 위의 두 점 A, B , 직선 m 위의 점 C , 직선 n 위의 점 D 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(7) \quad \overline{AB} = 2\sqrt{2}, \quad \overline{CD} = 3$$

(4) $\overline{AC} \perp l$, $\overline{AC} = 5$

(다) $\overline{BD} \perp l, \overline{BD} = 4\sqrt{2}$



두 직선 m, n 을 포함하는 평면과 세 점 A, C, D 를 포함하는 평면이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $15\tan^2\theta$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]