

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 구 $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ 위의 점에서 평면 $x+y+z=10$ 에 이르는 거리의 최소값은? [3 점]

- ① $\frac{3\sqrt{3}-3}{3}$
- ② $\frac{4\sqrt{3}-3}{3}$
- ③ $\frac{3\sqrt{3}+2}{3}$
- ④ $\frac{2\sqrt{3}+5}{3}$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{3}+5}{3}$

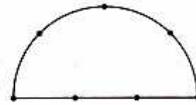
2. 함수 $y = \frac{\ln x}{x}$ 가 최댓값을 가질 때의 x 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② e
- ③ $\frac{1}{e}$
- ④ $2e$
- ⑤ e^2

3. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는? (단, $a > 0, b > 0$) [3 점]

- ① $\frac{36}{ab}$
- ② $\frac{54}{ab}$
- ③ $\frac{72}{ab}$
- ④ $\frac{90}{ab}$
- ⑤ $\frac{108}{ab}$

4. 아래 그림과 같이 반원 위에 7 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 개수는? [2 점]



- ① 31
- ② 32
- ③ 33
- ④ 34
- ⑤ 35

2

수학 영역(가형)

5. 좌표평면에서 곡선 $y^3 = \ln(5-x^2) + xy + 4$ 위의 점 $(2, 2)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{3}{10}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

7. 함수 $y = \frac{16}{x}$ 의 그래프와 함수 $y = -x^2 + a$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

6. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A^c) = P(B) = \frac{1}{3}$ 일 때,

$P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^c 는 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

8. $\int_0^1 2e^{2x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e^2 - 1$ ② $e^2 + 1$ ③ $e^2 + 2$ ④ $2e^2 - 1$ ⑤ $2e^2 + 1$

10. 고구마피자, 새우피자, 불고기피자 중에서 m 개를 주문하는 경우의 수가 36일 때, 고구마피자, 새우피자, 불고기피자를 적어도 하나씩 포함하여 m 개를 주문하는 경우의 수는? [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

9. 연속함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = e^{x^2} + \int_0^1 tf(t)dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^1 xf(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e - 2$ ② $\frac{e-1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$ ④ $e - 1$ ⑤ $\frac{e+1}{2}$

11. 함수 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ 에 대하여

$$F(x) = \int_0^x tf(x-t)dt (x \geq 0)$$

일 때, $F'(a) = \ln 15$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오.

[3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

12. 상훈이를 포함한 5 명의 학생이 쪽지시험을 본 후, 5 장의 답안지를 섞은 다음에 임의로 하나씩 뽑는다. 상훈이만 자신의 답안지를 뽑고 나머지 4 명은 다른 학생의 답안지를 뽑을 확률을 기약분수 $\frac{q}{p}$ 로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① 40 ② 41 ③ 42 ④ 43 ⑤ 44

13. 좌표공간에서 두 개의 구

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6, (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$$

가 만나서 생기는 원을 포함하는 평면을 α 라 하자. 평면 α 와 xy 평면이 이루는 각의 크기를 θ 라고 할 때, $\cos\theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

14. 어느 창고에 부품 S가 3개, 부품 T가 2개 있는 상태에서 부품 2개를 추가로 들여왔다. 추가된 부품은 S 또는 T이고, 추가된 부품 중 S의 개수는 이항분포 $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다. 이 7개의 부품 중 임의로 1개를 선택한 것이 T일 때, 추가된 부품이 모두 S였을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6

수학 영역(가형)

15. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(2+x)=f(2-x)$ 를 만족시킨다. 두 양수 a 와 b ($a < b$)에 대하여

$$P(2-a \leq X \leq 2+b) = p_1$$

$$P(2+a \leq X \leq 2+b) = p_2$$

일 때, 확률 $P(2-b \leq X \leq 2+b)$ 를 p_1 과 p_2 로 나타낸 것은?
(단, $p_1 > 0$, $p_2 > 0$ 이다.) [4점]

- ① $p_1 + p_2$ ② $\frac{p_1 + p_2}{2}$ ③ $\frac{p_1 - p_2}{2}$
 ④ $p_1 - p_2$ ⑤ $p_2 - p_1$

16. 함수 $f(x) = x^n e^{-x}$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, n 은 자연수) [4점]

<보 기>

- ㄱ. n 이 짝수일 때, $f(x)$ 의 최솟값은 0이다.
 ㄴ. n 이 짝수일 때, $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값을 갖고 $x=n$ 에서 극댓값을 갖는다.
 ㄷ. n 이 홀수일 때, $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값을 갖고 $x=n$ 에서 극솟값을 갖는다.

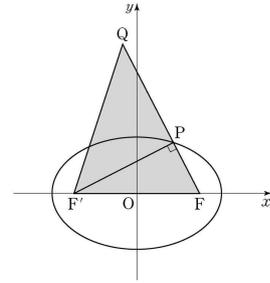
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 어느 음악 동아리에서는 금년에도 정기연주회를 준비하고 있다. 지금까지의 경험에 의하면 초대받은 사람 중 실제 참석자의 비율은 0.5라고 한다. 초대받은 사람 중에서 100명을 임의추출 하였을 때, 참석자의 비율이 0.43 이상이고 0.56 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.6	0.4452

- ① 0.8041 ② 0.7698 ③ 0.7605
 ④ 0.7262 ⑤ 0.6826

18. 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F , 음수인 점을 F' 이라 하자. 이 타원 위의 점 P 를 $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 제 1사분면에서 잡고, 선분 FP 의 연장선 위에 y 좌표가 양수인 점 Q 를 $\overline{FQ} = 6$ 이 되도록 잡는다. 삼각형 $QF'F$ 의 넓이를 구하시오. [4점]



- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

19. 두 다항함수 $f_1(x), f_2(x)$ 가 다음 세 조건을 만족시킬 때, 상수 k 의 값은? [4점]

(가) $f_1(0) = 0, f_2(0) = 0$

(나) $f_i'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f_i(x) + kx}{-2f_i(x) + 2kx} \quad (i = 1, 2)$

(다) $y = f_1(x)$ 와 $y = f_2(x)$ 의 원점에서의 접선이 서로 직교한다.

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

20. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형을 한 변의 길이가 1인 정사각형 9개로 나누고, 이 중에서 3개를 선택할 때 나타나는 모양은 다음과 같이 세 가지 유형으로 분류할 수 있다.

(가) 유형 1 : , 와 같은 모양

(나) 유형 2 : , , , 와 같은 모양

(다) 유형 3 : 유형 1도 아니고 유형 2도 아닌 모양

한 변의 길이가 1인 위의 정사각형 9개 중에서 임의로 3개를 선택하여 얻은 모양의 유형에 따라 확률변수 X 는 다음과 같다고 하자.

$$X = \begin{cases} 1 & (\text{유형 1인 경우}) \\ 2 & (\text{유형 2인 경우}) \\ 3 & (\text{유형 3인 경우}) \end{cases}$$

E(84X)의 값을 구하시오. [4점]

- ① 124 ② 210 ③ 224 ④ 294 ⑤ 315

21. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = a + b\sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

(가) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt = 1$

(나) $\cos x \int_0^x f(t) dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt$ (단, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)

- ① 11 ② 13 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

단답형

22. 서로 다른 6개의 공을 두 바구니 A, B에 3개씩 담을 때, 그 결과로 나올 수 있는 경우의 수를 구하시오. [3점]

23. 100 개의 자연수 n 중에서 $\sum_{k=1}^n {}_n C_k$ 의 값이 3의 배수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하시오. [3점]

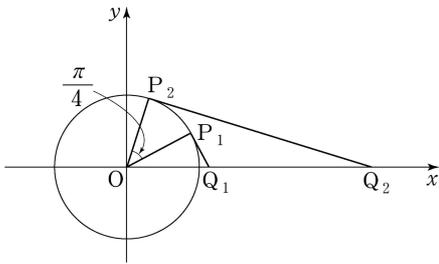
24. 다항함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-2}{x-3} = 1, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)-1}{x-3} = 2$$

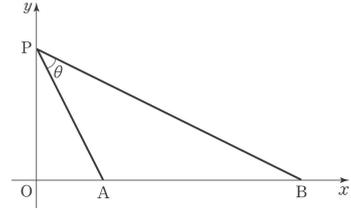
를 만족시킬 때, 함수 $y=f(x)g(x)$ 의 $x=3$ 에서의 미분 계수는? [3점]

25. 그림과 같이 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P_1 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_1 이라 할 때, 삼각형 P_1OQ_1 의 넓이는 $\frac{1}{4}$ 이다.

점 P_1 을 원점 O 를 중심으로 $\frac{\pi}{4}$ 만큼 회전시킨 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_2 라 하자. 삼각형 P_2OQ_2 의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값은? (단, 점 P_1 은 제 1 사분면 위의 점이다.) [3점]

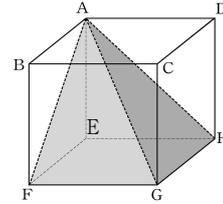


26. 그림과 같이 x 축 위의 두 점 $A(10, 0), B(160, 0)$ 와 양의 y 축 위의 점 $P(0, y)$ 에 대하여 $\angle APB = \theta$ 라고 할 때, $\tan \theta$ 의 값이 최대가 되는 점 P 의 y 좌표를 구하시오. [4점]

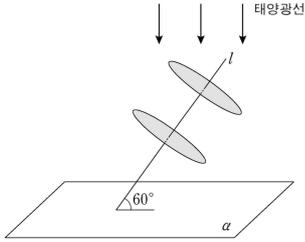


27. 좌표공간에서 xy 평면, yz 평면, zx 평면은 공간을 8개의 부분으로 나눈다. 이 8개의 부분 중에서 구 $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 24$ 가 지나는 부분의 개수는? [4점]

28. 한 변의 길이가 1인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 삼각형 AFG 를 평면 AGH 에 정사영한 도형의 넓이를 S 라 하자 $S^2 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 그림과 같이 중심 사이의 거리가 $\sqrt{3}$ 이고 반지름의 길이가 1인 두 원판과 평면 α 가 있다. 각 원판의 중심을 지나는 직선 l 은 두 원판의 면과 각각 수직이고, 평면 α 와 이루는 각의 크기가 60° 이다. 태양광선이 그림과 같이 평면 α 에 수직인 방향으로 비출 때, 두 원판에 의해 평면 α 에 생기는 그림자의 넓이를 $a\sqrt{3}\pi + b$ 라 할 때, $12ab$ 의 값을 구하시오. (단, 원판의 두께는 무시하고, a, b 는 유리수이다.) [4점]



30. 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 이다.

(나) 임의의 양의 실수 t 에 대하여 세 점 $(0, 0), (t, f(t)), (t+1, f(t+1))$

을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{t+1}{t}$ 이다.

(다) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = 2$

$126 \int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x} dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

- 1) ②
- 2) ②
- 3) ③
- 4) ①
- 5) ⑤
- 6) ④
- 7) ⑤
- 8) ①
- 9) ④
- 10) ③
- 11) ④
- 12) ④
- 13) ③
- 14) ②
- 15) ①
- 16) ③
- 17) ①
- 18) ②
- 19) ①
- 20) ③
- 21) ⑤
- 22) 20
- 23) 50
- 24) 5
- 25) 6
- 26) 40
- 27) 6
- 28) 9
- 29) 6
- 30) 128