

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. 두 양수 a, b 에 대하여 $\log_2 a = 54, \log_2 b = 9$ 일 때, $\log_b a$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 5, a_{10} = 80$ 일 때, $\frac{a_5}{a_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

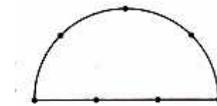
3. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax - 4 & (x < 1) \\ 2x - a & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 아래 그림과 같이 반원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 개수는? [2점]



- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

2

수학 영역(나형)

5. 세 조건 p, q, r 에 대하여 두 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $r \rightarrow q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 항상 참인 것은? [3점]

- ① $r \rightarrow \sim p$ ② $p \rightarrow r$ ③ $q \rightarrow p$
④ $q \rightarrow \sim r$ ⑤ $\sim r \rightarrow p$

7. 16의 네제곱근 중 실수인 것을 a , -27 의 세제곱근 중 실수인 것을 b 라 할 때, $a-b$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A^c) = P(B) = \frac{1}{3}$ 일 때,

$P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^c 는 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

8. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(3a_n - \frac{1}{4}\right) = 4$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

9. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가

$$p : a \leq x \leq a+2$$

$$q : x < 5 \text{ 또는 } x > 9$$

이다. $\sim p$ 는 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 14 ② 16 ③ 18
 ④ 20 ⑤ 22

10. 고구마피자, 새우피자, 불고기피자 중에서 m 개를 주문하는 경우의 수가 36일 때, 고구마피자, 새우피자, 불고기피자를 적어도 하나씩 포함하여 m 개를 주문하는 경우의 수는? [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

11. 어떤 지역의 먼지농도에 따른 대기오염 정도는 여과지에 공기를 여과시켜 헤이즈계수를 계산하여 판별한다. 광화학적 밀도가 일정 하도록 여과지 상의 빛을 분산시키는 고형물의 양을 헤이즈계수 H , 여과지 이동거리를 $L(m)$ ($L > 0$), 여과지를 통과하는 빛전달률을 S ($0 < S < 1$)라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$H = \frac{k}{L} \log \frac{1}{S} \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

두 지역 A, B 의 대기오염 정도를 판별할 때, 각각의 헤이즈계수를 H_A, H_B , 여과지 이동거리를 L_A, L_B , 빛전달률을 S_A, S_B 라 하자. $\sqrt{3}H_A = 2H_B$, $L_A = 2L_B$ 일 때, $S_A = (S_B)^p$ 을 만족시키는 실수 p 의 값은? [4점]

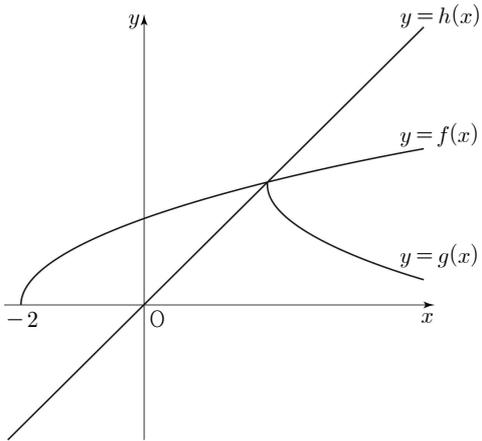
- ① $\sqrt{3}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

12. 상훈이를 포함한 5명의 학생이 쪽지시험을 본 후, 5장의 답안지를 섞은 다음에 임의로 하나씩 뽑는다. 상훈이만 자신의 답안지를 뽑고 나머지 4명은 다른 학생의 답안지를 뽑을 확률을 기약분수 $\frac{q}{p}$ 로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① 40 ② 41 ③ 42 ④ 43 ⑤ 44

[13~14]

세 함수 $f(x)=\sqrt{x+2}$, $g(x)=-\sqrt{x-2}+2$, $h(x)=x$ 의 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 두 상수 m, n 의 합 $m+n$ 의 값은?
[3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

14. 함수 $y=h(x)$ 의 그래프 위의 점 $P(a, a)$ 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 A, 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 함수 $y=h(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 할 때, $\lim_{a \rightarrow 2^-} \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 의 값은? (단, $0 < a < 2$) [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

15. 어느 창고에 부품 S가 3개, 부품 T가 2개 있는 상태에서 부품 2개를 추가로 들여왔다. 추가된 부품은 S 또는 T이고, 추가된 부품 중 S의 개수는 이항분포 $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다. 이 7개의 부품 중 임의로 1개를 선택한 것이 T일 때, 추가된 부품이 모두 S였을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

16. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(2+x) = f(2-x)$ 를 만족시킨다. 두 양수 a 와 b ($a < b$)에 대하여

$$P(2-a \leq X \leq 2+b) = p_1$$

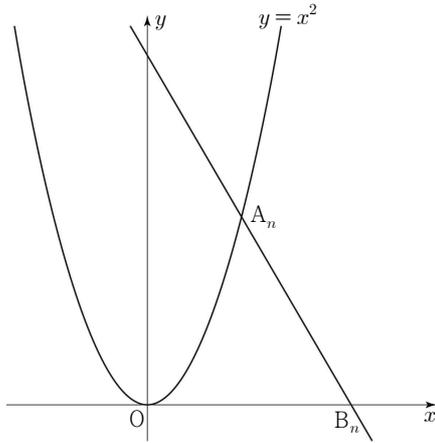
$$P(2+a \leq X \leq 2+b) = p_2$$

일 때, 확률 $P(2-b \leq X \leq 2+b)$ 를 p_1 과 p_2 로 나타낸 것은? (단, $p_1 > 0$, $p_2 > 0$ 이다.) [4점]

- ① $p_1 + p_2$ ② $\frac{p_1 + p_2}{2}$ ③ $\frac{p_1 - p_2}{2}$
 ④ $p_1 - p_2$ ⑤ $p_2 - p_1$

17. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $A_n(n, n^2)$ 을 지나고 기울기가 $-\sqrt{3}$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 B_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{OB_n}}{\overline{OA_n}}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

[4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{7}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{5}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

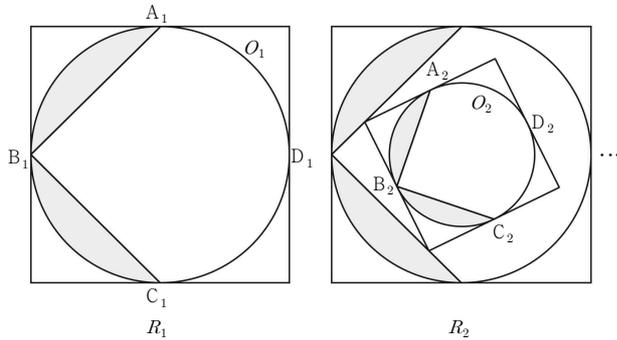
18. 어느 음악 동아리에서는 금년에도 정기연주회를 준비하고 있다. 지금까지의 경험에 의하면 초대받은 사람 중 실제 참석자의 비율은 0.5라고 한다. 초대받은 사람 중에서 100명을 임의추출 하였을 때, 참석자의 비율이 0.43 이상이고 0.56 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

[4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.6	0.4452

- ① 0.8041
- ② 0.7698
- ③ 0.7605
- ④ 0.7262
- ⑤ 0.6826

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형에 내접하는 원 O_1 이 있다. 정사각형과 원 O_1 의 접점을 각각 A_1, B_1, C_1, D_1 이라 할 때, 원 O_1 과 두 선분 A_1B_1, B_1C_1 로 둘러싸인 \llcorner 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 두 선분 A_1B_1, B_1C_1 을 각각 3:1로 내분하는 두 점을 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 원 O_1 의 내부에 그린다. 이 정사각형에 내접하는 원을 O_2 라 하고 그 접점을 각각 A_2, B_2, C_2, D_2 라 할 때, 원 O_2 와 두 선분 A_2B_2, B_2C_2 로 둘러싸인 \llcorner 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에서 두 선분 A_2B_2, B_2C_2 를 각각 3:1로 내분하는 두 점을 이은 선분을 한 변으로 하는 정사각형에 그림 R_1 에서 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 만들어진 \llcorner 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]

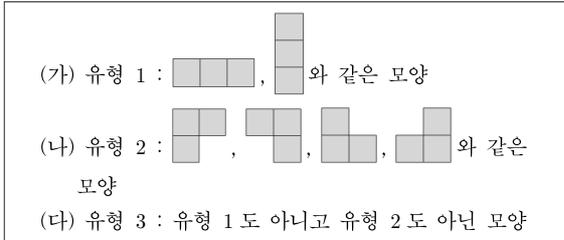


- ① $\frac{32}{11}(\pi - 2)$ ② $\frac{34}{11}(\pi - 2)$ ③ $\frac{36}{11}(\pi - 2)$
- ④ $\frac{32}{11}(\pi - 1)$ ⑤ $\frac{34}{11}(\pi - 1)$

20. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 7\text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이다. $A - B = \{5\}, B - C = \{2\}, C - A = \{4, 6\}$ 일 때, 집합 $A \cap (B^c \cup C)$ 는? [4점]

- ① $\{5\}$ ② $\{1, 7\}$ ③ $\{3, 5\}$
- ④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{1, 2, 3, 5, 7\}$

21. 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형을 한 변의 길이가 1인 정사각형 9개로 나누고, 이 중에서 3개를 선택할 때 나타나는 모양은 다음과 같이 세 가지 유형으로 분류할 수 있다.



한 변의 길이가 1인 위의 정사각형 9개 중에서 임의로 3개를 선택하여 얻은 모양의 유형에 따라 확률변수 X 는 다음과 같다고 하자.

$$X = \begin{cases} 1 & (\text{유형 1인 경우}) \\ 2 & (\text{유형 2인 경우}) \\ 3 & (\text{유형 3인 경우}) \end{cases}$$

E(84X)의 값을 구하시오. [4점]

- ① 124 ② 210 ③ 224 ④ 294 ⑤ 315

단답형

22. 서로 다른 6개의 공을 두 바구니 A, B에 3개씩 담을 때, 그 결과로 나올 수 있는 경우의 수를 구하시오. [3점]

23. 100개의 자연수 n 중에서 $\sum_{k=1}^n nC_k$ 의 값이 3의 배수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하시오. [3점]

24. 다항함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-2}{x-3} = 1, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)-1}{x-3} = 2$$

를 만족시킬 때, 함수 $y=f(x)g(x)$ 의 $x=3$ 에서의 미분 계수는? [3점]

25. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n}}{1+x^{2n}}$ 과 최고차항의 계수가 1 인

이차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

26. 자연수 n 에 대하여 집합 $S_n = \{x | x \text{는 } 3n \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 두 개이고, 이 두 원소의 차가 $2n$ 보다 큰 원소로만 이루어진 모든 집합의 개수를 a_n 이라

하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n a_k$ 의 값이 $\frac{1}{p}$ 일 때 p 의 값은? [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x + y + z + w = 18$
 (나) x, y, z, w 중에서 2개는 3으로 나눈 나머지가 1이고, 2개는 3으로 나눈 나머지가 2이다.

28. $f(1)=1$ 인 이차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)=x^2$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

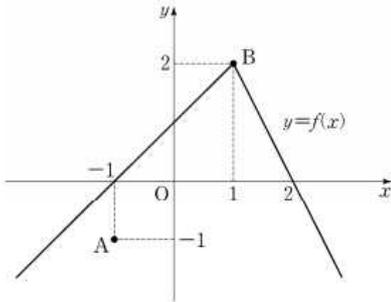
- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=f(x)$ 이다.
 (나) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left\{ f\left(\frac{k}{n}\right) - g\left(\frac{k}{n}\right) \right\} = 27$

두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

29. 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두점 $A(-1, -1), B(1, 2)$ 가 있다. 실수 x 에 대하여 점 $(x, f(x))$ 에서 점 A 까지의 거리의 제곱과 점 B 까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 극솟값을 가질 때 모든 a 의 값의 합이 p 일 때, $80p^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4} = 1$
 (나) $f(1) = f'(1) = 1$

$-1 \leq n \leq 4$ 인 정수 n 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x-n) + n \quad (n \leq x < n+1)$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 열린구간 $(-1, 6)$ 에서 미분가능할

때, $\int_0^5 g(x) dx = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

- 1) ②
- 2) ④
- 3) ③
- 4) ①
- 5) ①
- 6) ④
- 7) ③
- 8) ①
- 9) ③
- 10) ③
- 11) ②
- 12) ④
- 13) ②
- 14) ②
- 15) ②
- 16) ①
- 17) ⑤
- 18) ①
- 19) ①
- 20) ④
- 21) ③
- 22) 20
- 23) 50
- 24) 5
- 25) 63
- 26) 6
- 27) 210
- 28) 54
- 29) 20
- 30) 41