Orbi Class

초성민 2017학년도

9월 모의고사

총평 및 방향설정

1. 6월, 9월, 수능 분석

2. 주요문항 풀이

- 문과 21번 , 30번
- 이과 21번 , 30번

(첨부파일) 3. 초성민 수학상륙작전 소개

1. 6월, 9월, 수능 분석

문과

- 21번, 30번이 이전보다 어려웠다. (정답률 참조)

- 20번, 21번에서 알 수 있듯이 이과와 마찬가지로, 미적분연산과 추론이 강화 되었으며, 오히려 문과가 이과적 성향이 생겨났다.

- 21번은 할 이야기가 많지만, 이래나 저래나 맞추면 잘한 것이다. 문제는 그 이후인데, 이는 밑에 문제해설에서 이야기한다.

- 마지막 개수 문제는 틀려도 된다. 그럴 수 있지.. 하지만 맞은 사람이 어딘가에 존재하므로 100점이 목표인 친구들은 자극 받고 풀 것 (생각보다 깔끔하게 정리된다. 풀이 참조)

- 20번과 28번을 틀린 상위권 학생들은 반성하자.

- 의외로 많이 틀린 18번 역시, 아래 기출을 보자 더 할 말이 없다.

[2005년 6월]

1부터 100까지의 자연수 중에서 서로 다른 4개의 수를 선택할 때, 4개의 수 중에서 두 번째로 작은 수가 k인 경우의 수를 a_k라 하자. 예를 들어, a_{98}은 선택된 4개의 수 중에서 98보다 작은 수가 한 개이고 98보다 큰 수가 2개인 경우의 수이므로 $a_{98}=97$이다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $a_3 = {}_2\mathrm{C}_1 \times {}_{97}\mathrm{C}_2$

ㄴ. $a_{10} = a_{90}$

ㄷ. $\sum_{k=2}^{98} a_k = {}_{100}\mathrm{C}_4$

- 수능에서는

수학2는 초~상 문제까지 다양하게 활용되고,
확률과 통계는 변별력 있는 문제는 나오기는 힘들다.
미적1에서 킬러, 준 킬러가 다양하게 출제될 것이라고
경고를 하고 있다.

- 상위권 학습법

21번, 30번 문제의 학습이 더욱 필요하며,
다양한 킬러문항들을 접해보길 바란다.
때때로 이과 미분 문항이 좋을 수 있다.
단, 타임 어택식 훈련으로 절대로 28~29개를 수능 날에는 더더욱
놓쳐서는 안된다.

- 중위권 학습법

정말 다 필요 없이 기출만 달달 외워져도 92점까지
오를 수밖에 없는 시험이다. 88점 이하는, 냉정하게
기출분석마저 부족한 시점이다. 기출+EBS+실전모의정도로 공부하며
욕심이 클 경우 킬러 문항을 가끔씩 넣어서 연습하자.

이과

- 비교적 깔끔한 시험이라 생각한다.
  (골고루 개념이 잘 잡혀있는 학생일수록 쉽게 느껴질 수 있다.)
  (반대로 킬러에 집착하면서 공부한 친구들 같은 경우 허무하거나, 뒤통수를 맞은 느낌일 수 있다.)

- 21번에 오랜만에 등장한 적분 문제인데, 최근에 잠잠하다가 (나오더라도 쉽게나오다가..) 오랜만에 등장한지라, 수능에서는 곡선이나 치환 부분적분이 킬러급으로 등장하기는 힘들지만 평범하게는 나올 가능성이 높은 편이다.

- 기하와벡터가 예년보다 훨씬 쉽게 나온 것이 사실이나, 그래도 기하와 벡터인데.. 공부는 어렵게 해야한다고 생각한다.

- 올해 확통은 주는 문제들로 수두룩할 것이라 예상한다. But 샘이 올린 300제 수준의 확통은 모두 풀어봤음 한다.

- 20번과 28번을 틀린 상위권 학생들은 반성하자.

- 의외로 많이 틀린 18번 역시, 위 기출문제를 보자 더 할 말이 없다.

- 수능에서는

  위에서 언급한 듯이, 곡선의 길이 및 치환부분적분에서 적당한 문제가 나올 것으로 보이고 확률과 통계는 변별력있는 문제가 출시될 확률이 낮다. ⇨
  혹시 몰라 확통 300제는 ebs에서 나름 어려워 보이는 문항 위주로 넣어 놨다

  기하와 벡터가 쉬웠다고 하지만, 기하와 벡터이다.
  마약N제 + 기출 (+EBS문항들) 이면 충분히 남을 것처럼 보인다.

30번은 예년보다, 추론은 약화되고 계산력과 해결력을 요구하는 문제가 출시 될 확률이 높다.
사실 올해 6월 30번을 작년 어느 실전모의에서 만났다면 다들 과연 어떤 식으로 평가를 했을까 궁금하기도 하다.

명품이라는 마크가 박혀있어서 명품이지,
사실 매우 명품 스럽지 않을 수 도 있다.
반대로 이미테이션에서도 좋아 보이는 문제들이 있고

그래서 사실 학생들은 마크가 없으면 이미테이션인지 짭인지 구분하긴 힘들기에, 이런저런 문제들 전부 다 입고 소화가능하도록 학습하는 것이 바람직하다.

- 상위권 학습법

기출 전 범위 4점 학습이 완벽해야 한다.
추론적사고 말고도, 계산력과 해결력이 필요하다. EBS에 흔히 더럽다는 문제들까지 추천한다.

수능 1컷 100도 불가능이 아니다.
안전하게 100점을 노리는 것이 좋다.

킬러 + 실전모의가 주된 학습을 이루되, 위에서 언급한 문항들로 복습을 꾸준히 해야한다.

역시나 타임어택 훈련은 이제 확실히 필요한 시기이다.

- 중위권 학습법

30번 말고 틀릴 것이 없었다.
21번 ???? 기출을 병행하며 충분히 학습한 친구들에게는 절대 어렵지 않다.

다만, 전체적인 단원 밸런스를 유지해야한다는 것이 시사된다.

상위권과 마찬가지로 타임어택 훈련으로 1등급에 진입되도록 훈련이 되어야 한다.

이에 맞춰 초성민 수업에서는 상위권 중위권 모두가 만족할 만한 수업 컨텐츠를 준비했다고 자부한다.

수업 계획서는 필요한 친구들만 읽도록 따로 올려둔다.

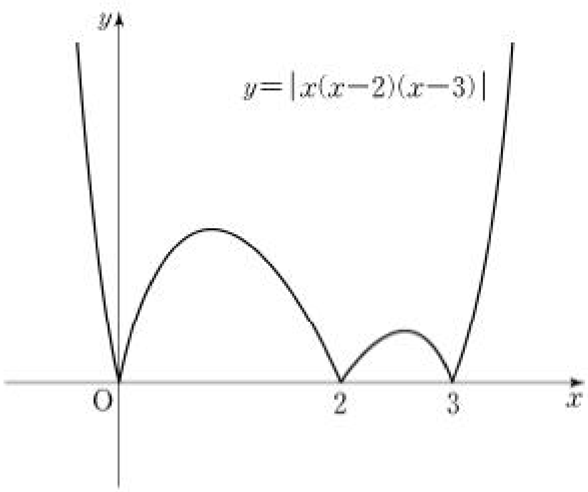
2. 주요문항 풀이

① 문과 21번 , 30번

〈문과〉 21번 ★★★★★★★★★★★

다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3뿐이다.
(나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.



풀이는 이미 올렸습니다 링크 남겨드립니다.

⇨ **21번 풀이 : http://orbi.kr/0009056883**

그리고 추가적인 21번 문제의 고찰

① 그림으로 주어진 $y=|x(x-2)(x-3)|$은 16가지의 후보가 존재한다.

다른 여러강사분들이 절대로 틀린 풀이를 한 것은 아니지만,

확실한 건 학생입장에서는 찝찝함이 존재할 수 있다.

② 그것을 방지하고자, 나는 절댓값함수를 그대로 유지하고,

그림의 상황에서 사차함수의 후보들과 그 후보들 중 $f(1)$의 최댓값이

되고자 하는 상황 $g(x)$가 미분가능 해야 하는 상황들을 나누어 풀었다.

③ 다시 한번 말하지만,

미분계수로 풀어야 한다. VS 풀지말아야 한다.

는 결론을 내리기 어렵다.

어떤 방법으로 풀든 정답으로 귀결되기 때문이다.

④ 허나 찝찝함이 없으려면 그것은 수식으로 확인할 수 밖에 없다.

하나의 삼차함수로 예시를 드는것도 찝찝함을 90% 이상 해결해

보인 듯 하지만, 실제로는 절댓값함수이지 삼차함수가 아니다.

절댓값 함수 $y=|x(x-2)(x-3)|$은

$$y=\begin{cases} x(x-2)(x-3) \text{ or } -x(x-2)(x-3) & (x<0) \\ x(x-2)(x-3) \text{ or } -x(x-2)(x-3) & (0 \le x < 2) \\ x(x-2)(x-3) \text{ or } -x(x-2)(x-3) & (2 \le x < 3) \\ x(x-2)(x-3) \text{ or } -x(x-2)(x-3) & (3 \le x) \end{cases}$$

중 하나가 될 수 있기에 양수 음수 나누는 것으로 판단하기엔
애매할 수 있다.

그래서 절댓값함수와의 교점만 보고 있다.

결론 ⇨ 모두가 틀린 풀이라기보다는 ‘다른’ 풀이라고 얘기하고 싶지만,

찝찝함이 없는 풀이는 내 풀이라고 자부할 수 있다.

〈문과〉 30번 ★★★★★★★★★★★★★★

좌표평면에서 자연수 n에 대하여 영역

$$\left\{(x,\ y) \mid 0 \le x \le n,\ 0 \le y \le \frac{\sqrt{x+3}}{2}\right\}$$

에 포함되는 정사각형 중에서 다음 조건을 만족시키는
모든 정사각형의 개수를 $f(n)$이라 하자.

(가) 각 꼭짓점의 x좌표, y좌표가 모두 정수이다.
(나) 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이하이다.

예를 들어 $f(14)=15$이다. $f(n) \le 400$을 만족시키는 자연수 n의 최댓값을 구하시오.

무리함수 개수세기인데,
본인역시, 올 초부터 유리함수, 무리함수에서 킬러문항 활용은 많이 예측해왔다.

하지만... 이렇게 어렵게 나올 줄이야..
신기한 것은 강사분들 마다, $n=65$일 때의 값이 조금씩 다르다는 것이다.(ㅋㅋ)

문제풀이의 Allgorism을 제시하자면,

① 부등식의 영역을 확인한다.
② 정수가 되는 좌표를 찍고
③ 나올 수 있는 모든 정사각형을 세어 나가며
④ 400개 이하가 되는 n의 최댓값을 구하면 된다.

다음 장에서 해설을 시작해보도록 하겠다.

〈해설〉

우선 무리함수 안에서 각 정수 좌표에서 갖는 정사각형을 보아야 하는데,

문제에서 주목할 점은 “예를들어” 이다.

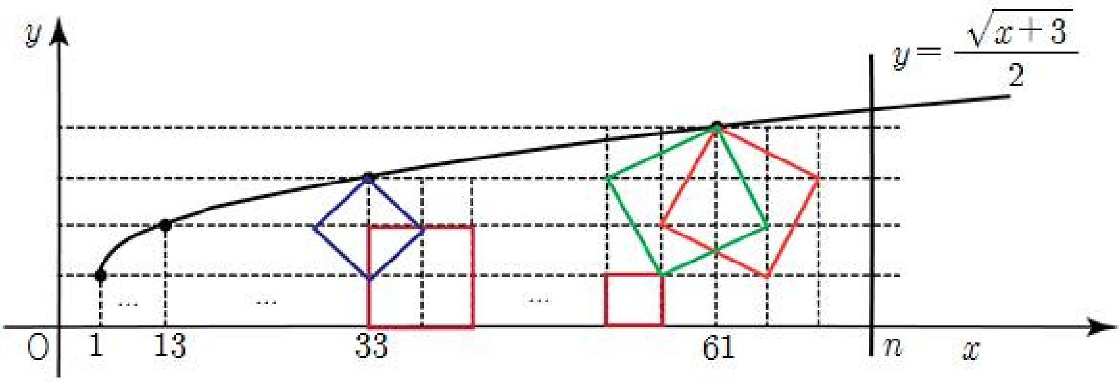
이 역시 의사소통에 관한 칼럼에서 확인할 수 있다.

① 예를 들어 $f(14)=15$..

② 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이하..

이 2가지면 마름모가 충분히 떠올라야 한다고 생각한다.

다음 장 그림과 함께 풀이를 시작하겠다.



1단계 : 정수좌표들 찍기 (y축 기준)

2단계 : 의사소통으로 인해 $f(14)=15$임을 확인할 것

3단계 : $(61, 4)$와 $(97, 5)$ 사이에 n이 있음을 확인 (어쩔 수 없음. 스스로 확인)

4단계 : 세어라

〈1X1〉 정사각형

1층 : $n-1$ (1부터 $n-1$까지)
2층 : $n-13$ (13부터 $n-1$까지)
3층 : $n-33$ (33부터 $n-1$까지)
4층 : $n-61$ (61부터 $n-1$까지)

〈2X2〉 정사각형

x좌표 13 이전에는 생길 수가 없다. 제일 먼저 생기는 위치는 $(13,0)$, $(13,2)$, $(15,0)$, $(15,\ 2)$를 시작으로 하는 곳이며

길이가 2이므로,

1~2층 : $n-14$ (13부터 $n-2$까지)
2~3층 : $n-34$ (33부터 $n-2$까지)
3~4층 : $n-62$ (61부터 $n-2$까지)

〈 $\sqrt{2}\times\sqrt{2}$ 〉 마름모(정사각형)

x좌표 33에 그림이 그려져 있지만, x좌표 13에서부터 마름모를 그려지는데, 마름모의 시작하는 x좌표는 사실 12이다.

고로

1~2층 : $n-13$ (12부터 $n-2$까지)
2~3층 : $n-33$ (32부터 $n-2$까지)
3~4층 : $n-61$ (60부터 $n-2$까지)

그렇다면... 이제...

〈 $\sqrt{5}\times\sqrt{5}$ 〉 마름모(정사각형)

〈 $\sqrt{5}\times\sqrt{5}$ 〉 마름모(정사각형)

문제가 여기인데, 둘 중 하나를 놓쳤을 가능성이 매우 크다.

두 개의 마름모는 모두 3개의 층을 차지한다.

고로

x가 33이전에는 나올 수가 없다.

$\langle \sqrt{5} \times \sqrt{5} \rangle$ 마름모(정사각형)

같은 경우, $(33, 3)$에 꼭지점을 꽂고 쭈욱 진행할 때, 오른쪽 꼭지점이 34에서 시작해서 n에 닿는 것을 볼 수 있다.

차근히 세어보면,

1~3층 : $n-33$ (34부터 n까지)
2~4층 : $n-61$ (62부터 n까지)

$\langle \sqrt{5} \times \sqrt{5} \rangle$ 마름모(정사각형)

같은 경우, $(33, 3)$에 꼭지점을 꽂고 쭈욱 진행할 때, 오른쪽 꼭지점이 35에서 시작해서 n에 닿는 것을 볼 수 있다.

차근히 세어보면,

1~3층 : $n-34$ (35부터 n까지)
2~4층 : $n-62$ (63부터 n까지)

즉 모든 정사각형의 개수를 세어보면

$f(n) = 14n - 515 \quad (단, 61 \leq n \leq 97)$

$14n - 515 \leq 400$
$14n \leq 915$
$n \leq \dfrac{915}{14} \fallingdotseq 65.35$

그리고 정리를 해보자면

30번 문제의 고찰

① **이러한 문제는 어쩔 수 없다 시간확보가 중요한데, 이번 21번도 그렇고 엄밀하게 공부하고 극상위권 학생일수록 난감할 수 있었던 시험이다.**

② **마름모자체는 무조건 떠올려야한다. 예를들어의 정보들이 알려주고 있으며 $\sqrt{5}$ 라는 숫자가 마름모의 한계를 지정해주고 $f(14) = 15$라는 정보 역시, 마름모의 존재를 각인시켜준다.**

③ **하지만, $\sqrt{5}$ 를 돌려서 세는 것은 너무했다고 생각한다.**

④ **돌렸을 때 , 과연 절대로 안만날까 ?**
$\dfrac{\sqrt{x+3}}{2}$라는 함수는 이미 $x=1$에서 기울기가 $\dfrac{1}{4}$로 시작하고 있기에,
마름모의 한변 기울기가 $\dfrac{1}{2}$여서 절대 만날 수 없음을 알 수 있는데,
문과 친구들 같은 경우, 혹시나 이것이 헷갈리다면
$\dfrac{\sqrt{x+3}}{2}$와 $\dfrac{1}{2}x+b$가 $x=-2$에서 접한다는 것은 어렵지 않게 알 수 있고,
그때부터 기울기가 작기에 절대 만날 수 없다.

⇨ 마지막 과정은 조금 오버스럽지만, 누군가가 궁금해 할까봐 적는다.

② 이과 21번 , 30번

〈이과〉 21번 ★★★★★★

오랜만에 나온 치환적분, 부분적분이다.
풀이는 많이 봤을텐데 일단 해설을 해보겠다.

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족한다.

(가) $\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$

(나) $g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x e^{t^2} f(t)dt$

$f(1) = \dfrac{1}{e}$일 때, $f(2) - g(2)$의 값은? [4점]

(나) 의 식을 변형하는 것이 Point 가 되고
변형만 해주면 풀이는 막힘없이 진행된다.

$g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x te^{t^2}\dfrac{f(t)}{t}dt$ **가 되고**

te^{t^2}**는 적분하면** $\dfrac{1}{2}e^{t^2}$**이며** $\dfrac{f(t)}{t}$**의 미분은 나와있으므로 부분적분을 실시한다.**

그 다음은 연산.

$$g(x) = \frac{4}{e^4}\int_1^x te^{t^2}\frac{f(t)}{t}dt \quad = \frac{4}{e^4}\left\{\left[\frac{1}{2}e^{t^2}\frac{f(t)}{t}\right]_1^x - \int_1^x \frac{1}{2}e^{t^2}\left(\frac{f(t)}{t}\right)' dt\right\}$$

$$= \frac{4}{e^4}\left\{\frac{1}{2}e^{x^2}\frac{f(x)}{x} - \frac{1}{2}ef(1) - \int_1^x \frac{1}{2}e^{t^2}t^2e^{t^{-2}}dt\right\}$$

$$= \frac{4}{e^4}\left\{\frac{1}{2}e^{x^2}\frac{f(x)}{x} - \frac{1}{2}ef(1) - \int_1^x \frac{1}{2}e^{t^2}t^2e^{t^{-2}}dt\right\}$$

$$= \frac{4}{e^4}\left\{\frac{1}{2}e^{x^2}\frac{f(x)}{x} - \frac{1}{2}ef(1) - \int_1^x \frac{1}{2}t^2dt\right\}$$

$$= \frac{4}{e^4}\left\{\frac{1}{2}e^{x^2}\frac{f(x)}{x} - \frac{1}{2}ef(1) - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{6}\right\}$$

$g(x)$의 식이 나왔으므로, $g(2)$를 구해보자.

$$g(2) = \frac{4}{e^4}\left\{\frac{1}{2}e^4\frac{f(2)}{2} - \frac{1}{2}ef(1) - \frac{8}{6} + \frac{1}{6}\right\}$$

$$= f(2) - \frac{2}{e^3}f(1) - \frac{14}{3e^4}$$

$f(1) = \frac{1}{e}$이므로,

$$f(2) - g(2) = \frac{2}{e^3}f(1) + \frac{14}{3e^4} = \frac{20}{3e^4}$$

뭐 답은 나왔는데,

나는 이런식으로 밑도 끝도없이 푸는 것이 제일 싫다..

고찰해보자.

이과 21번 고찰

① 어떻게 생각하냐고들 묻는다. 분명히 쉽지는 않지만,
이미 많은 기출들로 인해 이러한 치적 부분적분 연습은 되어있어야 한다.

② $\left(\frac{f(x)}{x}\right)'$을 가지고, 적분을 하려는 시도는 아주 나쁜 시도는 아니다.
하지만 잘 안될 것이다. (에러 펑션이 나오거든. ㅋㅋ)

Indefinite integral:

$$\int x^2 e^{-x^2} dx = \frac{1}{4}\left(\sqrt{\pi}\ \mathrm{erf}(x) - 2 e^{-x^2} x\right) + \text{constant}$$

erf(x) is the error function

③ 이래나 저래나 우리는 $g(x) = \frac{4}{e^4}\int_1^x e^{t^2} f(t)dt$를 해결해야 한다.
저 안쪽 식은, 치환적분 아니면 부분적분이다.

치환적분은 치환 할 것이 없고, 부분적분하기엔, $f(t)$나 e^{t^2}이나
약간 모자라다.

④ $\frac{f(t)}{t}$의 미분함수가 나와 있다. $f'(t)$는 못 구하고 e^{t^2}역시
미분은 가능하나, 미분하면 오히려 더 복잡해지기에
온전히 저 상태에서 부분적분은 힘들다는 것이 직감된다.

⑤ 치환, 부분적분의 유의사항

1) 무엇을 치환해야 할 지, 함수의 곱의 형태에서 어떤 놈을 미분하고 적분 할 건지 생각하며, 모자른 놈이 있다면 주어진 조건을 대신한다.
2) 주어진 식간의 연결고리로 Hint를 얻는다.

⑥ 미안한데 아무리생각해도 그냥 사실 겁나 많이 이것저것 푸는 것이 장땡.

〈이과〉 30번 ★★★★★★

> 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 함수
>
> $$g(x)=|2\sin(x+2|x|)+1|$$
>
> 에 대하여 함수 $h(x)=f(g(x))$는 실수 전체의 집합에서 이계도함수 $h''(x)$를 갖고, $h''(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$의 값을 구하시오. [4점

문제 보자마자 초성민 뇌흐름

1) $g(x)$의 식을 봤을 때

⇨ '$g(x)$참 거지같이 냈네, 평가원도 문제 소스가 떨어졌나보다.'

2) '이계도함수 $h''(x)$를 갖고'를 읽고

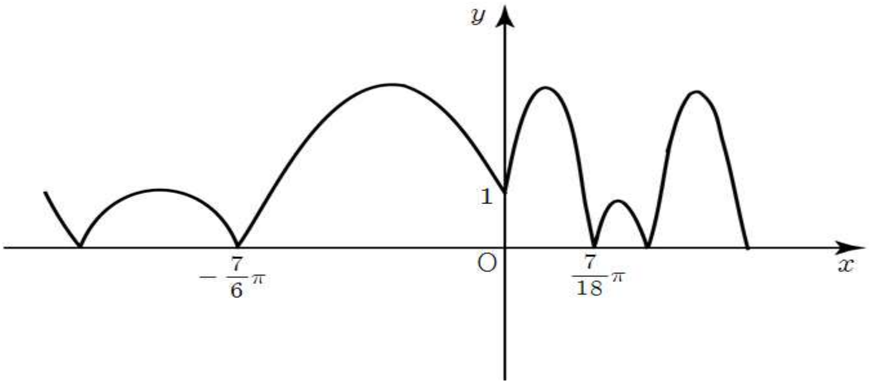
⇨ '뭐 $h'(x)$가 미분 가능하니까 숫자 맞추다보면 나오겠네'

이러고 안 풀다가 밤이 되어서야 풀었는데 역시 어렵지 않았다.

해설 시작

$f(g(x))$는 미분 가능한 함수이다. (그래서 연속이다.)

$g(x)$를 일단 그리고 나서 시작해야하며,
$g(x)$를 그리지 않고 푸는 형태는 비현실적이다.



$$g(x)=\begin{cases}|2\sin 3x+1| & (x>0)\\ |-2\sin x+1| & (x\le 0)\end{cases}$$

적어도 위 그래프정도는 그리면서 시작한다. (물론, $g(x)$의 첩점의 좌표는 찾이 않아도 되지만, 나는 습관적으로 찾으면서 그림 ㅠㅠ)

그리고 주어진 식을 보면,
$h(x)=f(g(x))$**이므로** $h'(x)=f'(g(x))g'(x)$**가 되며**
$h'(x)$**는 미분가능한 함수이므로 연속인 함수이다.**
(사실 이명제가 문제의 핵심이므로 고찰에서 한번 더 언급하도록 하겠다.)

그렇다면, $h'(x)$**에서 당장 눈에 띄는 것은**

① $f'(x)$**는 3차함수이고 그 안에는 저** $g(x)$**가 들어가 있구나. 매우 거지 같구나**
② $g'(x)$**는 다시 구하기는 너무 싫지만,** $g(x)$**를 통해서 필요한곳은 부호나 값정도는 구할 수 있겠구나**

여기서 핵심 진행 상황 중 하나는 $h'(x)$ **의 연속성과 미분가능성을 따지기 시작하므로, 생각보다** $f'(g(x))g'(x)$**의 값에 따른 추론이 어렵지 않음을 알 수 있다**
($g(x)$**자체는 연속이므로** $f'(g(x))$**가 부담스럽지 않음. 깔끔한 연속함수임이 자명.)**

먼저

$h'(x) = \lim_{x\to a} h'(x)$가 되지 않는 곳을 의심해보자. (불연속 의심)

$g'(x)$가 위에서 보듯이 첩점이 되는곳이 $x=0,\ x=\frac{7}{18}\pi$ 등등 많이 보인다.

어차피 주기함수 이므로 반복되므로 일부분만 값을 확인해보자.

ⅰ. $h'(x)$의 연속성

$h'(0) = \lim_{x\to 0} h'(x)$ 가 되어야 하는데, $h'(x) = f'(g(x))g'(x)$에서 $x=0$에서 민감한 부분은 $g'(x)$임을 알 수 있다. $g'(x)$는 좌 우에서 분명히 다른 값을 갖는다

$\lim_{x\to 0+} g'(x) = 6$, $\lim_{x\to 0-} g'(x) = -2$ 가 되는데, 그렇다면, $f'(g(0))$은 이곳에서 0이 되어 주어야, $h'(x)$는 $x=0$에서 연속임이 확인이 된다.

즉 $f'(1)=0$ 임을 알 수 있따. ($g(0)=1$)

또 한, $g'(x)$의 또다른 첩점 $x=\frac{7}{18}\pi$ 역시 확인이 가능하며

이곳의 $g\left(\frac{7}{18}\pi\right)=0$ 이므로, $f'(0)$역시 0이 된다.

ⅱ. $h'(x)$의 미분가능성

$h''(x)$의 전체 실수에서 극한값이 존재한다.

$\lim_{x\to a+} h''(x) = \lim_{x\to a-} h''(x)$ 가 되어야 하는데, 역시나 의심이 중요하다.

$h''(x) = f''(g(x))\{g'(x)\}^2 + f'(g(x))g''(x)$가 되는데,

좋은 것이 있다면, $f'(g(x))$값들에 대해서는 우리가 앞에서 언뜻 구해보았다.

여기서 중요한 갈림 길이 서게 되는데,

f''이나 g''에 대해서는 사실 우리가 구해온 정보만으로 추론하기 힘들다
올해 이과 평가원에 스타일은 어느순간 생각의 힘을 기르기보다는
흔히 말하는 펜질(계산력)의 힘이 필요한순간이며 그 힘의 근원은 완벽한 개념탑재와 연습밖에 없다.

아까 확인했듯이 $g'(x)$는 분명히 $x=0$과 여러 값에서 좌우가 달랐다.

우리의 현재 방향설정은, $h''(x)$의 극한값이므로
$\lim_{x\to0+} h''(x)$ 와 $\lim_{x\to0-} h''(x)$의 값을 비교해보자.
이 행동의 근거로는 $g'(x)$의 제곱이 보이는데, 그값은 명백히 다를 수밖에 없기에 해보는 것이다.

$\lim_{x\to0+} h''(x) = \lim_{x\to0+} f''(g(x))\{g'(x)\}^2 + f'(g(x))g''(x)$ 과
$\lim_{x\to0-} h''(x) = \lim_{x\to0-} f''(g(x))\{g'(x)\}^2 + f'(g(x))g''(x)$ 이

같아야 하는데 언뜻 보면, 너무 힘든 계산이 되어 보이지만,
완전 핵땡큐인게, $f'(g(0))=0$이 되므로 뒤쪽 식은 무시한다.

따라서,

$g'(x)^2$은 좌우극한 값이 다르므로

$f''(g(0)=0$이 될 수 밖에 없고,
$f''(1)=0$이 되어 $f'(x)$의 식이 도출 된다.

$f'(x)=4x(x-1)^2$
(최고차항이 1인 사차함수 $f(x)$ + $f'(1)=0$, $f'(0)=0, f''(1)=0$)

30번 문제 고찰 ★★★★★

① $h''(x)$가 존재하고 연속인 함수이다.

⇨ $h'(x)$의 도함수는 $h''(x)$이며 도함수가 존재하고 연속이라 함은, 원함수는 미분가능한 함수이다. $h'(x)$는 고로 미분가능한 함수이고 $h'(x)$는 연속인 함수가된다.

② 다른 x좌표를 넣지않아도 되는 이유는

$f(g(x))$ 합성함수에서 판단을 하고있기에 우리가 원하는 것은 $g(x)$라는 함숫값에 초점을 두며 확인한다. 따라서 x좌표가 다르지만 $g(x)$와 $g'(x)$의 변화에 주목하며 문제를 해결해 나간다.

③ $g(x)$를 그리는 과정에서 $\frac{7}{18}\pi$를 구하지 않아도 되는 이유역시, x값 자체와 $g'(x)$의 값에 관해서 값을 읽는 과정보다는 그값을 '소멸' 하기 위핸 $f'(x)$의 존재에 대해서 생각하고 있다.

④ $f(g(x))$가 $x=a$에서 미분 가능할 때, $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하다고 볼 수는 없다 이는 미분가능에 정의를 살펴보면 되는데, 합성함수가 $x=a$에서 미분가능하다면

$\lim\limits_{x\to a+} f'(g(x))g'(x) = \lim\limits_{x\to a-} f'(g(x))g'(x)$가 성립되는데, 보다시피,

$\lim\limits_{x\to a} g'(x)$가 존재하지않더라도(좌우극한값이 다르더라도) $\lim\limits_{x\to a} f'(g(x))$가 0인 경우에 미분이 가능해진다.

이문제의 상황이 이렇게 되므로 합성함수에서의 미분가능성에 대해서도 공부해보는 것이 좋을 듯 하다.