

제 2 교시

수학 영역(나형)

안녕하세요 수학강사 초성민입니다.

문과 고난이도 기출문항입니다.

수학 나형

2014 ~ 2017학년도 6월까지 오답률 1,2,3위

(너무 쉬운 3위 제외)

평가원 + 교육청 문항들 모음이며

지표와 가수 문제를 제외하려고 하였으나

최근 문과 기출 특성상 킬러문항들이

정의에 관한 교과적인 추론보다는

얼마나 끈기있는가?

를 초점으로 두어서 지표가수 문제역시

같이 올려드립니다. (행렬은 제외)

지표가수를 잘 모르는 현역친구들은 풀지 않으셔도 되고

N수생들은 지표가수 본연의 성질이 아니고

노가다를 뛰는 문제면 풀어보는 것도 좋습니다.

(수정사항) 지수함수로그함수는 제외합니다.

평가원

1. 2014학년도 6월 모의평가 30번

자연수 k 에 대하여 $\log k$ 의 지표와 가수를 각각 x 좌표와 y 좌표로
짓는 점을 P_k 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 자연수 m, n 의
모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $1 \leq m < n < 100$

(나) $P_m P_n = \sqrt{1 + (\log 2)^2}$

2. 2014학년도 9월 모의평가 21번

사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x+1)(x^2 + ax + b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$ 가 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여, $a^2 + b^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자.

$M+m$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

3. 2014학년도 9월 모의평가 29번

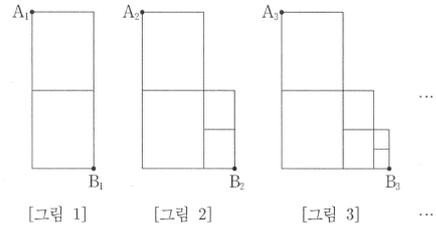
그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림 1]이라 하자.

[그림 1]을 $\frac{1}{2}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 1]의 오른쪽 맨아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 2]라 하자.

이와 같이 3 이상의 자연수 k 에 대하여 [그림 1]을 $\frac{1}{2^{k-1}}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 k]라 하자.

자연수 n 에 대하여 [그림 n]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A_n , 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n 이라 할 때, 점 A_n 에서 점 B_n 까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n 이라 하자.

a_7 의 값을 구하시오. [4점]



4. 2014학년도 9월 모의평가 30번

자연수 n 에 대하여 부등식 $4^k - (2^n + 4^n)2^k + 8^n \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 k 의 합을 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5. 2014학년도 수능 21번

좌표평면에서 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서 접선이 y 축과 만나는 점을 P 라 할 때, 원점에서 P 까지의 거리를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 2$

(나) 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

6. 2014학년도 수능 28번

$$\text{함수 } f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x+7 & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$ 가 $x=a$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

7. 2014학년도 수능 30번

좌표평면에서 $a > 1$ 인 자연수 a 에 대하여 두 곡선 $y = 4^x$, $y = a^{-x+4}$ 과 직선 $y = 1$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a 의 개수를 구하시오. [4점]

8. 2015학년도 6월 모의평가 21번

최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1) = 0$
 (나) $\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-1)(n-2) \quad (n = 1, 2, 3, 4)$

$g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 2015학년도 6월 모의평가 30번

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a , b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \leq b \leq 20$
 (나) $\log b - \log a \leq f(a) - f(b)$

10. 2015학년도 9월 모의평가 21번

최고차항의 계수가 1 인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = -3$

(나) 모든 양의 실수 x 에 대하여

$$6x - 6 \leq f(x) \leq 2x^3 - 2 \text{ 이다.}$$

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

11. 2015학년도 9월 모의평가 29번

구간 $[0, 3]$ 의 모든 실수값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여

$$P(x \leq X \leq 3) = a(3-x) \quad (0 \leq x \leq 3)$$

이 성립할 때, $P(0 \leq X < a) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, a 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

12. 2015학년도 9월 모의평가 30번

다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 100$
- (나) 곡선 $y = 2^x$ 이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$ 과 만나지 않는다.
- (다) 곡선 $y = 2^x$ 이 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 4$ 와 적어도 한 점에서 만난다.

13. 2015학년도 수능 21번

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 최솟값은? [4점]

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
- (나) $f(0) = f'(0)$
- (다) $x \geq -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f'(x)$ 이다.

- ① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

14. 2015학년도 수능 28번

자연수 k 에 대하여

$$a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^n + 1}$$

이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} k a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

15. 2015학년도 수능 30번

좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 삼각형 OAB의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

(가) 점 A의 좌표는 $(-2, 3^n)$ 이다.

(나) 점 B의 좌표를 (a, b) 라 할 때, a 와 b 는 자연수이고 $b \leq \log_2 a$ 를 만족시킨다.

(다) 삼각형 OAB의 넓이는 50 이하이다.

16. 2016학년도 6월 모의평가 21번

자연수 n 에 대하여 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 의 극댓값을 a_n 이라 하자.

- (가) $f(n) = 0$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$ 이다.

a_n 이 자연수가 되도록 하는 n 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 2016학년도 6월 모의평가 30번

2 이상의 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수가 300 이상이 되도록 하는 가장 작은 자연수 k 의 값을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(2) \times f(3) \times f(4)$ 의 값을 구하시오.

- (가) $a < n^k$ 이면 $b \leq \log_n a$ 이다.
 (나) $a \geq n^k$ 이면 $b \leq -(a - n^k)^2 + k^2$ 이다.

18. 2016학년도 9월 모의평가 21번

실수 t 에 대하여 직선 $x = t$ 가 두 함수

$$y = x^4 - 4x^3 + 10x - 30, \quad y = 2x + 2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자.

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \times \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합은? [4점]

- ① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

19. 2016학년도 9월 모의평가 30번

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하고, $h(x) = x + 5f(x)$ 라 하자. 두 조건

$$f(m) \leq f(x), \quad g(h(m)) \leq g(x)$$

를 만족시키는 자연수 m 의 개수를 $p(x)$ 라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} p(2k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

20. 2016학년도 수능 21번

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\frac{f'(0)}{f(0)}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. Mm 의 값은?
[4점]

(가) 함수 $|f(x)|$ 는 $x = -1$ 에서만 미분가능하지 않다.
(나) 방정식 $f(x) = 0$ 은 닫힌 구간 $[3, 5]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

21. 2016학년도 수능 28번

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x) = x^3 f(x) - 7$
(나) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - g(x)}{x - 2} = 2$

곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

22. 2016학년도 수능 30번

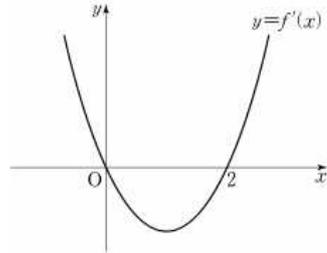
$x \geq \frac{1}{100}$ 인 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 두 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 를 좌표평면에 나타낸 영역을 R 이라 하자.

- (가) $a < 0$ 이고 $b > 10$ 이다.
- (나) 함수 $y = 9f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 한 점에서만 만난다.

영역 R 에 속하는 점 (a, b) 에 대하여 $(a+20)^2 + b^2$ 의 최솟값은 $100 \times \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

23. 2017학년도 6월 모의평가 21번

삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- ㄱ. $f(0) < 0$ 이면 $|f(0)| < |f(2)|$ 이다.
- ㄴ. $f(0)f(2) \geq 0$ 이면 함수 $|f(x)|$ 가 $x=a$ 에서 극소인 a 의 값의 개수는 2이다.
- ㄷ. $f(0)+f(2)=0$ 이면 방정식 $|f(x)|=f(0)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

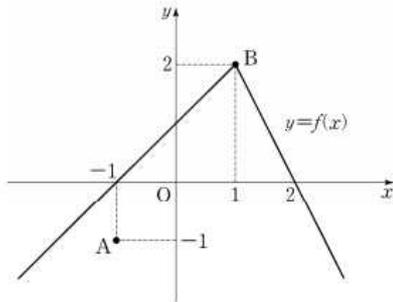
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 2017학년도 6월 모의고사 29번

함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두점 $A(-1, -1), B(1, 2)$ 가 있다. 실수 x 에 대하여 점 $(x, f(x))$ 에서 점 A 까지의 거리의 제곱과 점 B 까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값의 합이 p 일 때, $80p$ 의 값을 구하시오. [4점]



25. 2017학년도 6월 모의평가 30번

다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\log_2(na - a^2)$ 과 $\log_2(nb - b^2)$ 은 같은 자연수이고

$0 < b - a \leq \frac{n}{2}$ 인 두 실수 a, b 가 존재한다.

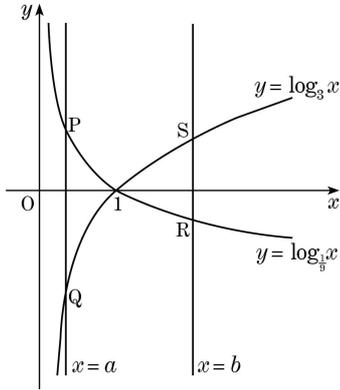
교육청

26. ~~2015학년도 3월 학력평가 28번~~

좌표평면에서 직선 $x = a$ ($0 < a < 1$)가 두 곡선 $y = \log_{\frac{1}{9}} x$, $y = \log_3 x$ 와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 직선 $x = b$ ($b > 1$)가 두 곡선 $y = \log_{\frac{1}{9}} x$, $y = \log_3 x$ 와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. 네 점 P, Q, R, S는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{PQ} : \overline{SR} = 2 : 1$
- (나) 선분 PR의 중점의 x 좌표는 $\frac{9}{8}$ 이다.

두 상수 a, b 에 대하여 $40(b-a)$ 의 값을 구하시오. [4점]



27. 2015학년도 3월 학력평가 29번

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

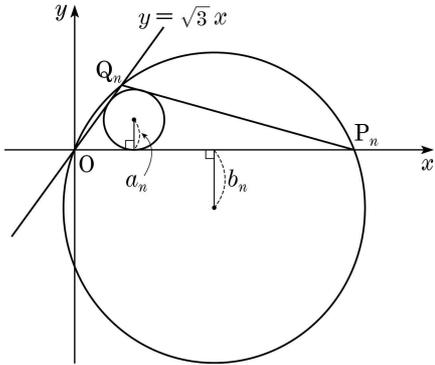
$$\sum_{k=1}^n k \log a_k = n^2 - n \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. $\log a_m$ 의 소수가 0.9일 때, m 의 값을 구하시오.

[4점]

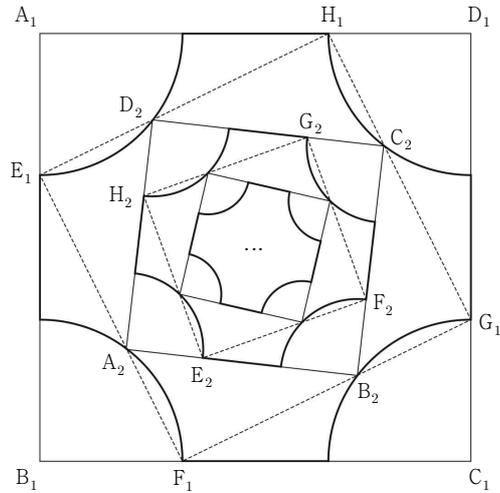
28. 2015학년도 3월 학력평가 30번

좌표평면 위에 직선 $y = \sqrt{3}x$ 가 있다. 자연수 n 에 대하여 x 축 위의 점 중에서 x 좌표가 n 인 점을 P_n , 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위의 점 중에서 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 Q_n 이라 하자. 삼각형 OP_nQ_n 의 내접원의 중심에서 x 축까지의 거리를 a_n , 삼각형 OP_nQ_n 의 외접원의 중심에서 x 축까지의 거리를 b_n 이라 할 때 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = L$ 이다. $100L$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



29. 2015학년도 4월 학력평가 18번

그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 네 선분 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 을 각각 1:2로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1, G_1, H_1 이라 하고, 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 $A_1E_1, B_1F_1, C_1G_1, D_1H_1$ 을 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 \square 모양의 도형을 R_1 이라 하자. 정사각형 $E_1F_1G_1H_1$ 과 도형 R_1 과의 교점 중 정사각형 $E_1F_1G_1H_1$ 의 꼭짓점이 아닌 4개의 점을 A_2, B_2, C_2, D_2 라 하자. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 네 선분 $A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2, D_2A_2$ 를 각각 1:2로 내분하는 점을 각각 E_2, F_2, G_2, H_2 라 하고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 네 꼭짓점을 중심으로 하고 네 선분 $A_2E_2, B_2F_2, C_2G_2, D_2H_2$ 를 각각 반지름으로 하는 4개의 사분원을 잘라내어 얻은 \square 모양의 도형을 R_2 라 하자. 정사각형 $E_2F_2G_2H_2$ 에서 도형 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로 얻은 \square 모양의 도형을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 \square 모양의 도형 R_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{39}{32}(9-\pi)$ ② $\frac{5}{4}(9-\pi)$ ③ $\frac{21}{16}(9-\pi)$
- ④ $\frac{11}{8}(9-\pi)$ ⑤ $\frac{45}{32}(9-\pi)$

30. 2015학년도 4월 학력평가 29번

함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-1 \leq x < 1$ 에서 $f(x) = |2x|$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

자연수 n 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = \log_{2n} x$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^7 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

31. 2015학년도 4월 학력평가 30번

양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, 두 양수 a , b 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(a) + g(b) = \frac{9}{4}$
 (나) $g(a) = g\left(\frac{1}{a}\right) + g(b)$
 (다) $f(b) = f\left(\frac{1}{b}\right) + f(a^5)$

$ab = 10^{\frac{n}{m}}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, m , n 은 서로소인 자연수이다.) [4점]

32. 2015학년도 7월 학력평가 28번

상자 A에는 흰 공 10개, 상자 B에는 검은 공 10개가 들어 있다. 다음과 같이 [실행 1]부터 [실행 3]까지 할 때, 상자 B의 흰 공의 개수가 홀수일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- [실행 1] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.
- [실행 2] 상자 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 A에 넣는다.
- [실행 3] 상자 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 상자 B에 넣는다.

33. 2015학년도 7월 학력평가 29번

연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-x) = f(x)$
- (나) $f(x+2) = f(x)$
- (다) $\int_{-1}^1 (2x+3)f(x)dx = 15$

$\int_{-6}^{10} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

34. 2015학년도 7월 학력평가 30번

그림과 같이 길이가 4인 선분 B_1C_1 을 빗변으로 하고 $\angle B_1A_1C_1 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_1B_1C_1$ 을 그린다. $\overline{B_1A_1} = \overline{B_1C_2}$ 이고 $\overline{C_1A_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 선분 B_1C_1 위의 두 점 C_2 와 B_2 에 대하여 부채꼴 $B_1A_1C_2$ 와 부채꼴 $C_1A_1B_2$ 를 그린 후 생긴



모양에 색칠하고 그 넓이를 S_1 이라 하자.

선분 B_2C_2 를 빗변으로 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부의 점 A_2 에 대하여 $\angle B_2A_2C_2 = 90^\circ$ 인 직각이등변 삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그린다. $\overline{B_2A_2} = \overline{B_2C_3}$ 이고 $\overline{C_2A_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 선분 B_2C_2 위의 두 점 C_3 과 B_3 에 대하여 부채꼴 $B_2A_2C_3$ 과 부채꼴 $\overline{C_2A_2B_3}$ 을 그린 후 생긴

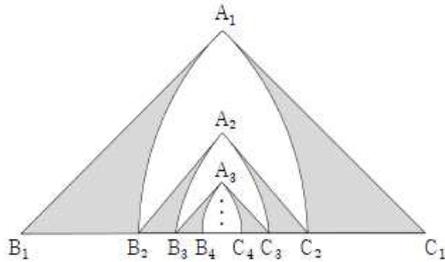


모양에 색칠하고 그 넓이를 S_2 라 하자.

선분 B_3C_3 을 빗변으로 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부의 점 A_3 에 대하여 $\angle B_3A_3C_3 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_3B_3C_3$ 을 그린다. $\overline{B_3A_3} = \overline{B_3C_4}$ 이고 $\overline{C_3A_3} = \overline{C_3B_4}$ 인 선분 B_3C_3 위의 두 점 C_4 와 B_4 에 대하여 부채꼴 $B_3A_3C_4$ 와 부채꼴 $C_3A_3B_4$ 를 그린 후 생긴



모양에 색칠하고 그 넓이를 S_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 S_n 에 대하여 $\frac{1}{4-\pi} \sum_{n=1}^{\infty} S_n = a + \sqrt{b}$ (a, b 는 정수)일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



35. 2015학년도 10월 학력평가 27번

자연수 k 에 대하여 삼차방정식 $x^3 - 12x + 22 - 4k = 0$ 의

양의 실근의 개수를 $f(k)$ 라 하자. $\sum_{k=1}^{10} f(k)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

36. 2015학년도 10월 학력평가 30번

수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_n| + a_{n+1} = n + 6 \quad (n \geq 1)$
 (나) $\sum_{n=1}^{40} a_n = 520$

$\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

37. 2016학년도 3월 학력평가 28번

연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq \left(\frac{1}{n}\right)^2 \\ |x| + |y| \geq \frac{1}{n} \end{cases} \quad (n \geq 1)$$

의 해 (x, y) 가 나타내는 영역의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$\frac{20}{\pi-2} \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{S_n S_{n+2}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

38. 2016학년도 3월 학력평가 29번

$\log_2(-x^2+ax+4)$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 실수 x 의 개수가 6일 때, 모든 자연수 a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

39. 2016학년도 3월 학력평가 30번

집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합

$A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{15}\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 집합 A 의 임의의 두 원소 $a_i, a_j (i \neq j)$ 에 대하여

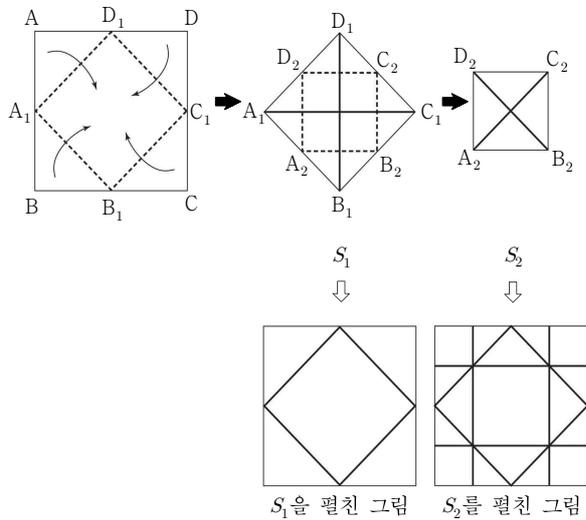
$$a_i + a_j \neq 31$$

(나) $\sum_{i=1}^{15} a_i = 264$

$\frac{1}{31} \sum_{i=1}^{15} a_i^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

40. 2016학년도 4월 학력평가 21번

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 모양의 종이 ABCD에서 각 변의 중점을 각각 A_1, B_1, C_1, D_1 이라 하고 $\overline{A_1B_1}, \overline{B_1C_1}, \overline{C_1D_1}, \overline{D_1A_1}$ 을 접는 선으로 하여 네 점 A, B, C, D가 한 점에서 만나도록 접은 모양을 S_1 이라 하자. S_1 에서 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 각 변의 중점을 각각 A_2, B_2, C_2, D_2 라 하고 $\overline{A_2B_2}, \overline{B_2C_2}, \overline{C_2D_2}, \overline{D_2A_2}$ 를 접는 선으로 하여 네 점 A_1, B_1, C_1, D_1 이 한 점에서 만나도록 접은 모양을 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 모양을 S_n 이라 하고, S_n 을 정사각형 모양의 종이 ABCD와 같도록 펼쳤을 때 접힌 모든 선들의 길이의 합을 l_n 이라 하자. 예를 들어, $l_1 = 4\sqrt{2}$ 이다. l_5 의 값은? (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



- ① $24 + 28\sqrt{2}$
- ② $28 + 28\sqrt{2}$
- ③ $28 + 32\sqrt{2}$
- ④ $32 + 32\sqrt{2}$
- ⑤ $36 + 32\sqrt{2}$

41. 2016학년도 4월 학력평가 29번

함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (|x| \leq 2) \\ -2x + 3 & (|x| > 2) \end{cases}$$

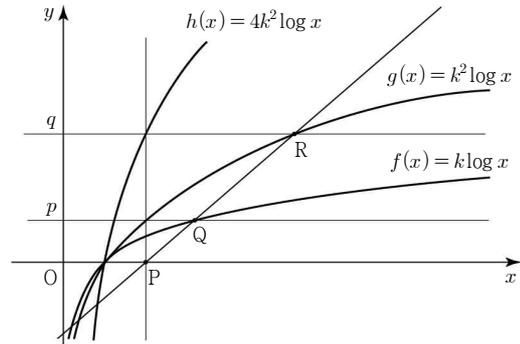
에 대하여 함수 $f(-x)\{f(x)+k\}$ 가 $x=2$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 k 의 값을 구하시오. [4점]

42. 2016학년도 4월 학력평가 30번

$x \geq 1$ 일 때, $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \{f(x)+1\}g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=n$ 이 만나는 점의 x 좌표 중 가장 작은 값을 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} \left(\log a_n + \frac{1}{n+1} \right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

43. ~~2016학년도 7월 학력평가 28번~~ (제외)

그림과 같이 세 로그함수 $f(x) = k \log x$, $g(x) = k^2 \log x$, $h(x) = 4k^2 \log x$ 의 그래프가 있다. 점 $P(2, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 두 곡선 $y=g(x)$, $y=h(x)$ 와 만나는 점의 y 좌표를 각각 p , q 라 하자. 직선 $y=p$ 와 곡선 $y=f(x)$ 가 만나는 점을 $Q(a, p)$, 직선 $y=q$ 와 곡선 $y=g(x)$ 가 만나는 점을 $R(b, q)$ 라 하자. 세 점 P , Q , R 가 한 직선 위에 있을 때, 두 실수 a , b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. (단, $k > 1$) [4점]



44. 2016학년도 7월 학력평가 29번

최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^3 f(x)dx$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $4m$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $f(0) = 0$
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(2-x) = f'(2+x)$ 이다.
- (다) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq -3$ 이다.

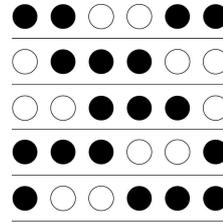
45. 2016학년도 7월 학력평가 30번

검은 바둑돌 ●과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타날 수 있는 유형은



으로 4가지이다.

예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래와 같이 5이다.



10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.) [4점]

46. 2016학년도 10월 학력평가 27번

1) 함수 $f(x) = x^4 - 16x^2$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 값의 제곱의 합을 구하시오. [4점]

- (가) 구간 $(k, k+1)$ 에서 $f'(x) < 0$ 이다.
 (나) $f'(k)f'(k+2) < 0$

47. 2016학년도 10월 학력평가 29번

함수 $f(x) = x^3 + 3x^2$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 정수 a 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 점 $(-4, a)$ 를 지나고 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선이 세 개 있다.
 (나) 세 접선의 기울기의 곱은 음수이다.

48. 2016학년도 10월 학력평가 30번

양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a 와 n 에 대하여 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- (가) $f(a) = f(a^{2^n})$
- (나) $(n+1)\log a = 3n^2 - 4n + 4$

49. 2017학년도 3월 학력평가 26번

자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2 - \left(4 + \frac{1}{n}\right)x + \frac{4}{n}$ 와 직선 $y = \frac{1}{n}x + 1$ 이 만나는 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자. 삼각형 OP_nQ_n 의 무게중심의 y 좌표를 a_n 이라 할 때, $30\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

50. 2017학년도 3월 학력평가 27번

전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 조건 ' $p : x^2 \leq 2x + 8$ '의 진리집합을 P , 두 조건 q, r 의 진리집합을 각각 Q, R 라 하자. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim p \rightarrow r$ 가 모두 참일 때, 두 집합 Q, R 의 순서쌍 (Q, R) 의 개수를 구하시오. [4점]

51. 2017학년도 3월 학력평가 30번

유리함수 $f(x) = \frac{8x}{2x-15}$ 와 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_n = f(n)$ 이다. $\sum_{n=1}^m a_n \leq 73$ 을 만족시키는 자연수 m 의 최댓값을 구하시오. [4점]

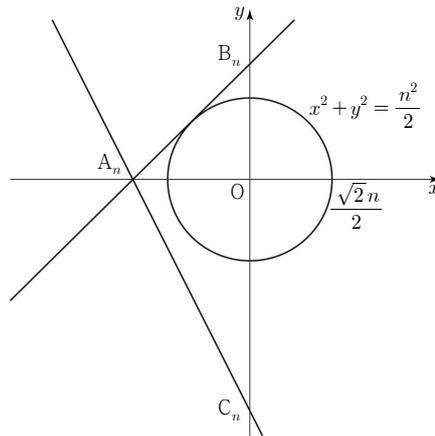
52. 2017학년도 4월 학력평가 28번

다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x + y + z + w = 18$
- (나) x, y, z, w 중에서 2개는 3으로 나눈 나머지가 1이고, 2개는 3으로 나눈 나머지가 2이다.

53. 2017학년도 4월 학력평가 29번

그림과 같이 자연수 n 에 대하여 기울기가 1이고 y 절편이 양수인 직선이 원 $x^2 + y^2 = \frac{n^2}{2}$ 에 접할 때, 이 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A_n, B_n 이라 하자. 점 A_n 을 지나고 기울기가 -2 인 직선이 y 축과 만나는 점을 C_n 이라 할 때, 삼각형 $A_n C_n B_n$ 과 그 내부의 점들 중 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]



54. 2017학년도 4월 학력평가 30번

함수 $f(x)=x^2-8x+a$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} 2x+5a & (x \geq a) \\ f(x+4) & (x < a) \end{cases}$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

- (가) 방정식 $f(x)=0$ 은 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
 (나) 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이다.

55. 2017학년도 7월 학력평가 28번

$f(1)=1$ 인 이차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)=x^2$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

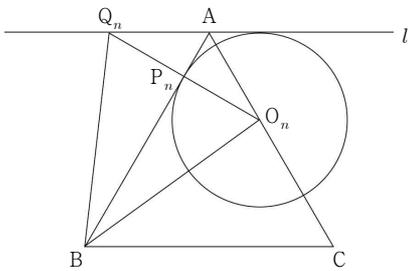
(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=f(x)$ 이다.

(나) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left\{ f\left(\frac{k}{n}\right) - g\left(\frac{k}{n}\right) \right\} = 27$

두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

56. 2017학년도 7월 학력평가 29번

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC와 점 A를 지나고 직선 BC와 평행한 직선 l 이 있다. 자연수 n 에 대하여 중심 O_n 이 변 AC 위에 있고 반지름의 길이가 $\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 인 원이 직선 AB와 직선 l 에 모두 접한다. 이 원과 직선 AB가 접하는 점을 P_n , 직선 O_nP_n 과 직선 l 이 만나는 점을 Q_n 이라 하자. 삼각형 BO_nQ_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n S_n = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



57. 2017학년도 7월 학력평가 30번

다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4} = 1 \\ \text{(나)} \quad & f(1) = f'(1) = 1 \end{aligned}$$

$-1 \leq n \leq 4$ 인 정수 n 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x-n) + n \quad (n \leq x < n+1)$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 열린구간 $(-1, 5)$ 에서 미분가능할 때,

$$\int_0^4 g(x) dx = \frac{q}{p}$$

이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2014.2015.2016.2017학년도 문과 고난이도 기출문항 모음

- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1. | 109 | 2. | ㉓ | 3. | 255 | 4. | 103 |
| 5. | ㉔ | 6. | 13 | 7. | 15 | 8. | ㉕ |
| 9. | 71 | 10. | ㉑ | 11. | 10 | 12. | 196 |
| 13. | ㉕ | 14. | 16 | 15. | 120 | 16. | ㉓ |
| 17. | 120 | 18. | ㉔ | 19. | 65 | 20. | ㉕ |
| 21. | 97 | 22. | 222 | 23. | ㉕ | 24. | 186 |
| 25. | 78 | 26. | 70 | 27. | 20 | 28. | 25 |
| 29. | ㉕ | 30. | 553 | 31. | 79 | 32. | 49 |
| 33. | 40 | 34. | 5 | 35. | 13 | 36. | 315 |
| 37. | 15 | 38. | 30 | 39. | 184 | 40. | ㉑ |
| 41. | 16 | 42. | 65 | 43. | 88 | 44. | 27 |
| 45. | 45 | 46. | 17 | 47. | 9 | 48. | 44 |
| 49. | 20 | 50. | 49 | 51. | 25 | 52. | 210 |
| 53. | 725 | 54. | 56 | 55. | 54 | 56. | 192 |
| 57. | 137 | | | | | | |