

가 형

수리 영역

성명		수험 번호												
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가' 형/ '나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. 분수방정식 $\frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{2}$ 의 해는? [2점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

2. 무리방정식 $-\sqrt{x+1} = x^2+2x+1$ 의 해는? [2점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

3. 분수부등식

$x + \frac{a}{x} < 1 + a$ 의 자연수인 해가 1개 존재할 때, 상수 a 의

값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 분수부등식

$\frac{2}{[x]+1} \geq 2 - [x]$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.) [3점]

- ① $x > -1$ ② $-1 < x \leq 0$ ③ $x \geq 0$
 ④ $x \leq 0$ 또는 $x \geq 1$ ⑤ $x = 0$ 또는 $x \geq 1$

5. 무리방정식

$$\sqrt{ax+x+1} = x-1$$

가 해를 가지기 위한 상수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

6. x 에 대한 분수방정식

$$\frac{a}{1-x} - \frac{a}{1-x^2} = 1$$

이 두 실근을 가질 때, 실수 a 에 대한 두 실근의 차를 함수 $f(a)$ 라 하자. 다음 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ $f(a) > 2$

ㄴ $f(a) > |a|$

ㄷ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0-h)}{2h} = 0$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해가 $-1 < x < 2$ 일 때, 분수부등식

$$\frac{f(x-1)}{f(x+2)} \leq 0$$

을 만족하는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 연립부등식

$$\begin{cases} (x-k)(x^2-x+1) \geq 0 \\ \frac{28}{x+2} \leq 9-x \end{cases}$$

의 해가 모두 양수가 되도록 하는 상수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

9. x 에 대한 분수방정식

$$\frac{-(x+1)(x-1)}{x^3+k} = \frac{x^3+k}{4}$$

의 서로 다른 실근의 개수가 1개가 되도록 하는 실수 k 의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 세 다항함수 $f(x), g(x), h(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여,

(가) $f(x)g(x) \geq 0$

(나) $\frac{f(x)h(x)}{g(x)} \leq 0$

다음 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ 무리방정식 $\sqrt{f(x)g(x)} + \sqrt{-h(x)} = 0$ 은 적어도 1개의 실근을 갖는다.

ㄴ 부등식 $g(x) > 0$ 의 해집합은 공집합이거나, 실수 전체의 집합이다.

ㄷ 분수방정식 $\frac{h(x)}{x} = x$ 는 실근을 갖지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 정수 a, b 에 대하여, 분수부등식

$$\frac{x-a}{x-b} \leq \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수를 $n(a, b)$ 라 하자.

다음 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ $N(a, b) = N(b, a)$

ㄴ $N(|a|, |b|) \leq N(a, b)$

ㄷ $N(a^2, b^2) = 0$ 이면, $N(a^3, b^3) = 0$ 이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. x 에 대한 삼차부등식

$$x^3 + (a+1)x^2 + (2a+3)x + a + 3 < 0$$

의 해가 $x < -1$ 이 되도록 하는 모든 정수 a 의 합은? [4점]

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

13. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식 $f(x), g(x)$ 의

최대공약수가 $x+2$, 최소공배수가 $(x+2)^2(x-1)$ 일 때,

분수부등식 $\frac{1}{f(x)} + \frac{1}{g(x)} \leq 0$ 을 만족하는 정수해의 개수는?

[3점]

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

14. 실수 a 에 대하여,

$$2\sqrt{x^2+a} = x+a$$

를 만족하는 실수 x 의 개수를 $f(a)$ 라 하자. 다음 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ $f(-1) = f(0)$

ㄴ $\lim_{a \rightarrow b+0} f(a) \neq f(b)$ 이면, $\lim_{a \rightarrow b-0} f(a) \neq f(b)$ 이다.

ㄷ 함수 $f(a)$ 가 불연속점인 점은 3개이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 방정식

$$[x]^3 + [x]^2 - [x] - 1 = 0$$

와 같은 해를 갖는 부등식은? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.) [3점]

- ① $\frac{(x+1)(x-1)}{x(x-2)} < 0$
 ② $\frac{x(x-2)}{(x+1)(x-1)} < 0$
 ③ $\frac{(x+1)(x-1)}{x(x+2)} \leq 0$
 ④ $\frac{(x+1)(x-1)}{x(x-2)} \leq 0$
 ⑤ $\frac{x(x-2)}{(x+1)(x-1)} \leq 0$

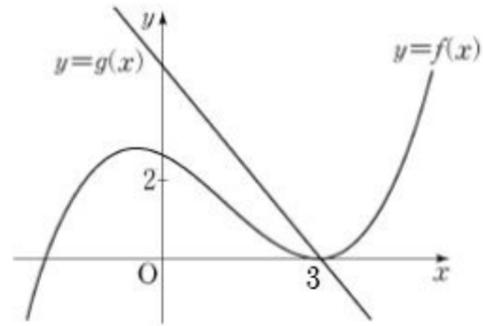
18. 어느 수족관에서 빈 수조에 물을 가득 채우는 데 1시간 15분이 걸린다. 어느 날 오전 8시부터 수조에 가득 찬 물을 빼내기 시작하여 수조의 물의 양이 수조 전체의 용량의 $\frac{1}{3}$ 이 되었을 때, 계속하여 물을 빼내면서 동시에 급수를 시작하였더니 같은 날 오전 11시 20분에 물이 다시 가득 찼다. 수조에 급수는 하지 않고 물을 빼내기만 한다면 가득 찬 물을 모두 빼낼 때까지 걸리는 시간은? (단, 단위 시간당 급수하는 물의 양은 일정하고 빼내는 물의 양도 일정하다.) [4점]

- ① 1시간 30분
- ② 1시간 45분
- ③ 2시간
- ④ 2시간 15분
- ⑤ 2시간 30분

19. 그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 점 $P(3, 0)$ 에서 x 축에 접하고 일차함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 한 점 P 에서만 만난다. $2 < f(0) < g(0)$ 일 때, 방정식

$$f(x) - g(x) = \frac{k}{f(x)} - \frac{k}{g(x)}$$

의 실근의 개수는? (단, k 는 양의 상수이다.) [4점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

20. 허근을 갖지 않는 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족할 때, $\frac{g'(0)}{f'(0)}$ 의 값은? [4점]

- (가) 방정식 $f(x) + \sqrt{g(x)} = 0$ 과 $\frac{g(x)}{f(x)} = 0$ 의 실근이 각각 1개씩 존재한다.
- (나) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1, \frac{f(0)}{g(0)} = 0$
- (다) 방정식 $\frac{1}{f(x)} + \frac{1}{g(x)} = 0$ 의 실근이 존재하지 않는다.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 양의 실수 a 에 대하여, 부등식

$$f(x) = (x-a)(x-2)(x-3) \leq 0$$

을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 $g(a)$ 라 할 때,

세 집합 A, B, C 는 다음과 같다.

- $A = \{k \mid \text{함수 } [a] \text{가 연속인 점 } a = k\}$
 $B = \{k \mid \text{함수 } g(a) \text{가 연속인 점 } a = k\}$
 $C = \{k \mid \text{함수 } f'(a)(g(a) - [a]) \text{가 연속인 점 } a = k\}$

포함관계로 옳은 것은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수이다.) [4점]

- ① $A \subset B \subset C$
 ② $A \subset C \subset B$
 ③ $B \subset A \subset C$
 ④ $C \subset A \subset B$
 ⑤ $C \subset B \subset A$

단답형

22. 분수부등식

$$x - 5 \leq \frac{12}{x - 4}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 합을 구하시오. [3점]23. x 에 대한 분수부등식

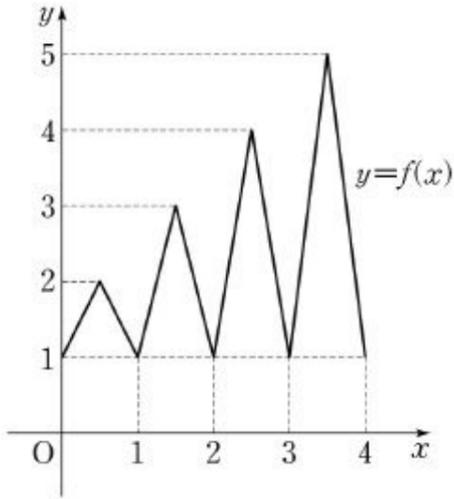
$$\frac{1}{x+1} + \frac{k}{x-k} \leq -1$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 4가 되도록 하는 음의 정수 k 의 값을 a 라 하자. a^2 의 값을 구하시오. [3점]24. 최고차항의 계수가 양수이고, $x=2, x=-2$ 에서 x 축과접하는 사차함수 $f(x)$ 에 대하여, 무리방정식

$$\sqrt{f(x)} + \sqrt{f(-x)} = 2x + 4$$

의 두 실근의 합이 4이다. $f'(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x)$ 가 구간 $[0, 4]$ 에서 그림과 같다.



$f(x+4) = f(x)$ 일 때, 무리방정식

$$\sqrt{f(2x) - x} = 2f(2x) - 2x - 1$$

의 실근의 개수를 구하시오. [3점]

26. 자연수 n 에 대하여, 무리방정식

$$2\sqrt{(-1)^n x^2 + 4} = 2x + n$$

를 만족하는 실수 x 의 개수를 수열 $\{a_n\}$ 이라 하자.

$$\sum_{k=1}^{100} a_k$$

의 값을 구하시오. [4점]

27. 두 자연수 a, b ($a < b$)에 대하여, 분수부등식

$$\frac{1}{(x-a)(x-b)} \leq \frac{1}{x+ab} + \frac{1}{x-ab}$$

을 만족하는 자연수 x 가 15개 존재한다. ab 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수 n 에 대하여, 무리방정식

$$n \cos(n\pi x) + \sqrt{n^2 - x^2} = 0$$

을 만족하는 실수 x 의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. 이 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(4n^2) - f(n)^2}{f(n^2)}$$

의 값을 구하시오. [4점]

29. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 a, b 라 할 때, x 에 대한 분수방정식

$$\frac{1}{x-c} \cdot \left\{ \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{2x}{(x-a)(x-b)} \right\} = \frac{x}{x-c}$$

가 오직 $x = -1$ 에서만 실근을 갖는다. 이 때, $\frac{f(c^2)}{f(c)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+k} & (x < a) \\ x - \frac{1}{2} & (x \geq a) \end{cases} \quad (k > 0, a > 0)$$

에 대하여, 무리방정식

$$|f(x) - x| + x = 2\sqrt{f(x)}$$

의 실근의 개수가 실수 a 의 값과 관계없이 항상 2개 이상이

되도록 하는 상수 k 의 최솟값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을

구하시오. (단, p, q 는 서로소인 두 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.