

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

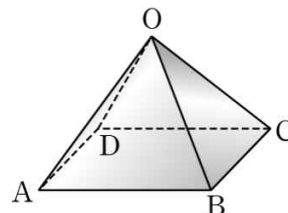
2. 좌표공간의 $\triangle ABC$ 에서 $A(-2, 3, 5)$, $B(4, -1, 1)$ 이고 무게중심 G 의 좌표가 $(0, 1, 3)$ 일 때, 점 $C(a, b, c)$ 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

3. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 를 따른다. X 의 표준편차가 2일 때 X 의 평균은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

4. 모든 모서리의 길이가 2인 정사각뿔 $O-ABCD$ 에서 직선 OA 와 직선 BC 가 이루는 예각의 크기를 θ 라고 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. $f(x) = x \sin x$ 에 대해, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\pi}{2} + 2h\right) - f\left(\frac{\pi}{2}\right)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ 위를 움직이는 점 P 와 구 $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 1$ 위를 움직이는 점 Q 가 있다. 두 점 P, Q 사이의 최단거리는? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{6}$ ⑤ 3

7. 두 사건 A, B 에 대하여,

$$P(B|A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{3}, P(A|B) + P(A^c|B^c) = 1$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

8. 다항식 $x(x+a)(x-2)^6$ 의 전개식에서 x^5 의 계수가 80일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - x \cos A + \sin A = 0$ 의 두 실근을 $\tan \alpha$, $\tan \beta$ 라고 하자. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$ 을 만족할 때, $\sin A$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{3}{5}$ ⑤ $-\frac{4}{5}$

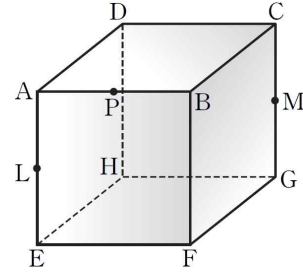
10. 좌표평면 위의 두 점 $A(-8, 0)$, $B(8, 0)$ 에 이르는 거리의 합이 20이 되는 점들의 자취와 두 점 A , B 를 지름의 양끝으로 하는 원의 교점은 4개가 있다. 이 네 교점이 이루는 사각형의 넓이는? [3점]

- ① $40\sqrt{7}$ ② $45\sqrt{7}$ ③ $50\sqrt{7}$
④ $55\sqrt{7}$ ⑤ $60\sqrt{7}$

11. 함수 $f(x)=a^x$ ($a>0$, $a\neq 1$)에 대해, $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 S 라 하고, 이 영역을 밑면으로 하는 입체도형에 대해 입체도형을 x 축에 수직인 평면 α 로 자른 단면이 반원이 될 때 이 입체도형의 부피를 V 라 하자. $S=4V$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, 입체도형의 밑면과 평면 α 의 교선이 반원의 지름이다.) [3점]

- ① $\frac{4}{\pi}-1$ ② $\frac{4}{\pi}-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{\pi}$
 ④ $\frac{4}{\pi}+\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4}{\pi}+1$

12. 그림과 같이 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 모서리 AE , CG , AB 의 중점을 각각 L , M , P 라고 하자.



- 세 점 L , M , P 가 이루는 평면을 α 라 하고, 네 점 A , E , H , D 가 이루는 평면을 β 라고 하자. 두 평면 α , β 가 이루는 예각의 크기를 θ 라고 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{7}}{7}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

13. 주머니 속에 10장의 카드가 있는데, 각각의 카드에는 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있다. 이 10장의 카드 중에서 세 장의 카드를 임의로 택하여 카드에 적힌 수의 크기 순서대로 나열할 때, 세 장의 카드에 적힌 세 수가 등차수열을 이룰 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

14. 로그함수 $y = \log_2 x$ 의 제 1사분면에 있는 그래프 위의 한 점 A 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 지수함수 $y = 2^x$ 의 그래프와 만나는 점을 B 라 하자. $\angle BOA = \theta$ 라 할 때, θ 가 최소일 때 삼각형 OAB 의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{1}{2}(e - \log_2 e)$ ② $\frac{1}{2}(e + \log_2 e)$ ③ $\frac{1}{2}\{e^2 - (\log_2 e)^2\}$
 ④ $\frac{1}{2}e^2$ ⑤ $\frac{1}{2}\{e^2 + (\log_2 e)^2\}$

15. 크기와 모양이 같은 단팥빵 2개와 치즈크림빵 2개, 소보루빵 1개, 소세지빵 1개가 있다. 세 사람 A, B, C 에게 이 빵들을 나누어 줄 때, 세 사람 모두 빵 2개씩 가질 수 있게 나누어 주는 방법의 수는? [4점]

- ① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

16. 좌표평면 위의 포물선 $y^2 = 8x$ 의 초점을 F 라 할 때, 이

포물선 위의 두 점 A, B 에 대하여 $\overline{AF} = 10$, $\overline{BF} = 7$ 이다. 점 A 가 중심이고 점 F 를 지나는 원 C_1 과 점 B 가 중심이고 점 F 를 지나는 원 C_2 에 대해, 두 원 C_1 과 C_2 의 공통접선의 길이는? (단, A, B 는 모두 제 1사분면 위의 점이다.) [4점]

- ① 2 ② $8 - 2\sqrt{10}$ ③ $8 - 2\sqrt{11}$
 ④ $8 - 4\sqrt{3}$ ⑤ $8 - 2\sqrt{13}$

17. 자연수 n 에 대하여 함수 $f_n(x)$ 를 다음과 같이 귀납적으로 정의하자.

$$f_1(x) = xe^x, f_{n+1}(x) = \int_n^x f_n(t) dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이 때, $\sum_{k=1}^n f_k(0)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}n(n-1)$ ② $\frac{1}{2}n(n+1)$
 ③ $-\frac{1}{2}n(n-1)$ ④ $-\frac{1}{2}n(n+1)$
 ⑤ $n(n+1)$

18. 어느 공장에서 제품의 무게는

평균이 $30g$, 표준편차가 $5g$ 인

정규분포를 따른다고 한다.

생산제품은 100개씩 박스에 담아

포장을 하여 출고하며 제품

검사에서 1박스의 무게가 $2.9kg$ 이하는 불량으로 판정한다. 이

공장에서 이번 달에 10000박스를 출고하였는데, 이 중에

불량박스가 179개 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를

이용하여 구하면? (단, 박스 및 포장지의 무게는 무시한다.) [4점]

<표준정규분포표>

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.50	0.19
1.00	0.34
1.50	0.43
2.00	0.48

- ① 0.02 ② 0.07 ③ 0.16
 ④ 0.31 ⑤ 0.69

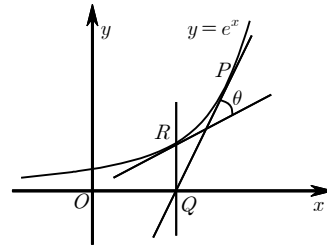
19. 함수 $f(x) = -\cos x + 2$ 에 대하여 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 라 하자.

미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$F(g(x)) = \frac{1}{4}F(x)$ 를 만족시킨다. 이 때, $\sum_{k=1}^{60} g'(4k\pi)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

20. 그림과 같이 곡선 $y = e^x$ 위의 동점 P 에서 이 곡선에 그은 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 또, 점 Q 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = e^x$ 과 만나는 점을 R 이라고 하자. 이 때, 두 점 P, R 에서 각각 이 곡선에 그은 두 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라고 하자. 점 P 가 곡선을 따라 움직일 때, $\sin\theta$ 의 최댓값은? [4점]



- ① $\frac{e-1}{e}$ ② $\frac{e-1}{e+1}$ ③ $\frac{e}{e+1}$
 ④ $\frac{e}{e+2}$ ⑤ $\frac{e+1}{e+2}$

21. 좌표공간 위의 평면 $\alpha : 2x + 2y + 2z = 1$ 위에 동점 P 가 있다.
 직선 OP 위의 점 Q 가 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 1$ 을 만족하도록 주어질 때, 점 P 가 평면 α 위를 움직임에 따라 나타나는 점 Q 의 자취의 넓이는? (단, O 는 원점이다.) [4점]

① 24 ② 36 ③ 48 ④ 12π ⑤ 24π

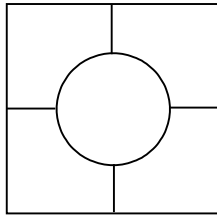
단답형

22. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\pi - 4x}{\cot 2x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. S 전기회사에서 생산하는 전구 100개를 조사하였더니, 그 중 10개가 불량품이었다고 한다. 전구의 불량률을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간의 길이가 0.05 이하가 되게 하려면 전구를 최소 x 개 이상 조사해야 한다. 이 때, 자연수 x 의 값을 구하시오. (단, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4750$ 으로 계산한다.) [3점]

24. 좌표공간 위의 두 점 $A(-5, 1, 4)$, $B(-3, -2, 2)$ 와 xy 평면 위의 동점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 m 이라고 하자. m^2 의 값을 구하시오. [3점]

25. 정사각형 내부에 원을 그리고 나머지 부분을 같은 크기로 4등분한 아래 그림의 5개의 영역을 4가지 색으로 칠하려고 한다.



이웃하는 영역에는 서로 다른 색을 칠하고, 4가지의 색을 각각 적어도 한 번씩 사용해야 한다고 할 때, 색칠할 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 정사각형을 회전했을 때 같은 모양인 경우는 하나로 센다.) [3점]

26. $a < b$ 를 만족하는 임의의 실수 a, b 에 대하여, 쌍곡선 $mx^2 - ny^2 = -1$ ($y > 0$)과 x 축, 두 직선 $x = a, x = b$ 로 둘러싸인 영역의 넓이와, 포물선 $y = x^2$ 에서 $a \leq x \leq b$ 를 만족하는 부분의 곡선의 길이가 같을 때, 두 양수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 상자 안에 1, 1, 2, 2, ..., 6, 6이 적힌 12장의 카드가 있다.
한 번에 하나씩 꺼내어 가지는데 같은 숫자의 카드가 만들어지면
그 두 장의 카드는 버리는 게임을 한다. 게임은 서로 다른 세
장의 카드를 손에 쥐고 있거나 상자에 더 이상 꺼낼 카드가 없게
되는 순간에 끝난다고 하자. 게임이 끝났을 때, 상자가 비게 될
확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인
자연수다.) [4점]

28. 각 면에 0, 1, 1, 2, 2, 3이 적힌 주사위가 있다. 수직선 위의
점 P 가 한 개의 주사위를 던져 나오는 면에 적힌 수만큼
수직선의 양의 방향으로 이동한다. 수직선의 원점에 있는 점
 P 에 대하여 이 규칙에 따라 한 개의 주사위를 60번 던진 후 점
 P 의 좌표를 확률변수 X 라 할 때, X 의 분산을 구하시오. [4점]

29. 좌표공간에 구 C 와 직선 l 의 방정식은 다음과 같다.

$$C : x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad l : x - 1 = y - 1 = z$$

직선 l 을 포함하는 평면이 구 C 와 만나서 생기는 교선으로 둘러싸인 영역 A 를 xy 평면에 내린 정사영의 넓이의 최댓값은 $\sqrt{\frac{q}{p}}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수다.) [4점]

30. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = f(x)e^{-x}$ 가 다음 조건을 모두 만족한다.

(가) 곡선 $y = g(x)$ 는 점 $\left(7, \frac{18}{e^4}\right)$ 을 변곡점으로 갖는다.

(나) 점 $(1, k)$ 에서 곡선 $y = g(x)$ 에 그은 서로 다른 접선의 개수를 $h(k)$ 라고 할 때, k 의 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 $h(k)$ 의 최댓값은 2이다.

함수 $|g(x)|$ 의 모든 극댓값의 곱을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.