

제 2 교시

2017학년도 7월 정현경 모의고사 문제지

수학 영역(가형)

성명		수험 번호												
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
 - 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰십시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 꽃초롱 눈 밝히듯 불 밝힐까**
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\frac{1}{2}$ 일 때, $\cos x$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2. 서로 평행하고 크기가 각각 1인 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 확률변수 X 에 대하여

$$E(X^2)=17, \quad E(X)=1$$

일 때, X 의 표준편차는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 부등식 $\frac{1}{2} \log_2(2x-2) \geq \log_4(x^2-3x+2)$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$\begin{cases} x = t^3 + 3t - 3 \\ y = \sqrt{t^2 + 2t + 6} \end{cases}$$

위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $2a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{28}{9}$ ③ $\frac{29}{9}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{31}{9}$

7. 건우와 민재를 포함한 10명을 농구시합을 하기 위해 각각 5명으로 구성된 두 개의 팀으로 나누려고 한다. 이 때, 건우와 민재가 한 팀이 되도록 하는 경우의 수는? [3점]

- ① 8 ② 28 ③ 56 ④ 70 ⑤ 96

8. 다음은 확률변수 X 의 확률분포표이다.

X	1	2	3	4	계
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	x	$\frac{1}{4}$	1

$E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{13}{8}$ ④ $\frac{15}{8}$ ⑤ $\frac{17}{8}$

9. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B) = P(A \cap B)$$

일 때, $P(A) + P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

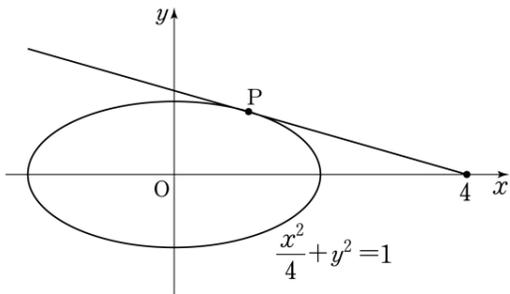
10. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x(1 + \sin x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

11. 타원 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선이 점 $(4, 0)$ 을

지날 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$



12. 곡선 $y = xe^x$ 의 변곡점에서의 접선의 y 절편은? [3점]

- ① $-\frac{1}{e^2}$ ② $-\frac{2}{e^2}$ ③ $-\frac{3}{e^2}$ ④ $-\frac{4}{e^2}$ ⑤ $-\frac{5}{e^2}$

13. 좌표평면에서 세 영역

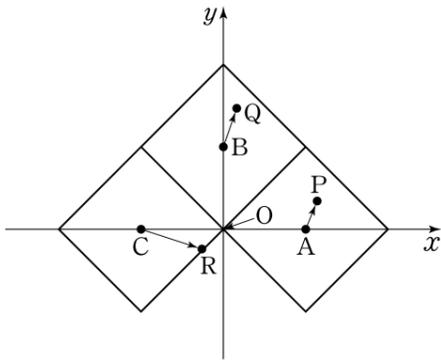
$$\{(x, y) \mid |x-1| + |y| \leq 1\}$$

$$\{(x, y) \mid |x| + |y-1| \leq 1\}$$

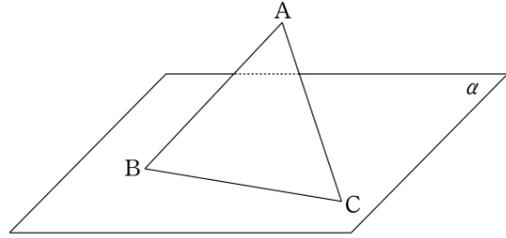
$$\{(x, y) \mid |x+1| + |y| \leq 1\}$$

에 각각 속하는 세 점 P, Q, R과 세 점 A(1, 0), B(0, 1), C(-1, 0)에 대하여 $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{CR}|$ 의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$



14. 그림과 같이 평면 α 와 선분 BC를 공유하는 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC에 대하여 삼각형 ABC의 평면 α 위로의 정사영의 넓이가 1일 때, 점 A와 평면 α 사이의 거리는? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

15. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. ab 가 3의 배수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

16. 곡선 $y = \log_a x$ ($a > 1$)와 x 축이 만나는 점을 $A(t, 0)$ 이라 하고 점 A 를 지나고 y 축과 평행한 직선이 직선 $y = t$ 와 만나는 점을 $B(t, t)$ 라 하자. 점 B 를 지나고 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y = \log_a x$ 와 만나는 점의 좌표가 $C(2t, t)$ 일 때, 곡선 $y = \log_a x$ 와 두 선분 AB, BC 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $-1 + \frac{1}{\ln 2}$ ② $-\frac{1}{2} + \frac{1}{\ln 2}$ ③ $-1 + \frac{2}{\ln 2}$
 ④ $-\frac{1}{2} + \frac{2}{\ln 2}$ ⑤ $\frac{2}{\ln 2}$

17. 한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 n 번 반복하여 앞면이 나온 횟수를 확률변수 X 라 하자.

$$P(X=0)+P(X=n)=\frac{1}{2^6}$$

일 때, n 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

18. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 P_1 의 좌표는 $(0, 0)$ 이고 점 P_2 의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.

(나) $\overrightarrow{P_n P_{n+1}} \cdot \overrightarrow{P_{n+1} P_{n+2}} = \frac{1}{2}$

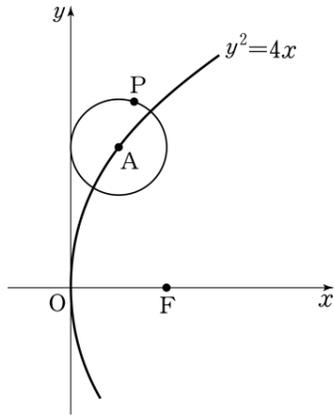
(다) $|\overrightarrow{P_n P_{n+1}}| = 1$

$|\overrightarrow{P_1 P_7}|$ 의 최댓값은? [4점]

- ① $\sqrt{15}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{21}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

19. 포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점을 F라 하고, 이 포물선 위의 점 A를 중심으로 하고 y 축에 접하는 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 F와 점 P사이의 거리의 최댓값이 2일 때, 점 A의 x 좌표는?
[4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{13}{32}$ ③ $\frac{7}{16}$ ④ $\frac{15}{32}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

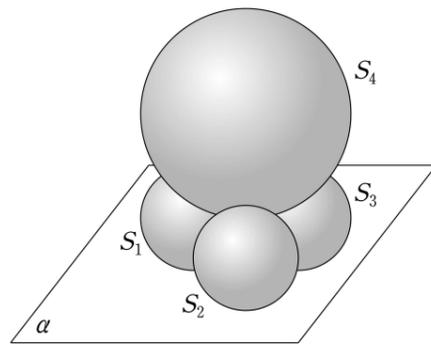


20. 중심이 각각 O_1, O_2, O_3, O_4 이며 서로 외접하는 구 S_1, S_2, S_3, S_4 와 평면 α 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) S_1, S_2, S_3 의 반지름의 길이는 1이다.
 (나) S_1, S_2, S_3 는 평면 α 위에 놓여 있다.
 (다) S_4 는 평면 α 와 만나지 않는다.

평면 $O_1O_2O_4$ 와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta = \sqrt{23}$ 이다. 구 S_4 의 반지름의 길이는? [4점]

- ① $\frac{13}{8}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ 2 ⑤ $\frac{17}{8}$



21. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(x) = \begin{cases} f'(x) & (x \geq a) \\ x\{f(x)\}^2 & (x < a) \end{cases}$$

일 때, $f(3a)$ 의 값은? (단, $f(a) \neq 0$) [4점]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{e^2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{e^2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{2x} = k$ 일 때, $10k$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. ${}_5P_3 + {}_4P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = k$ 의 한 초점의 좌표가 $(0, 6)$ 일 때, k^2 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = e^x$ 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_n = \sum_{k=1}^n \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(kx) - f(0)}{x}$$

- 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n}}{n^2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 세 실수 a, b, c 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin(bx) + c \quad (a > 0, b > 0)$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $10(a+b+c)$ 의 값을 구하시오.

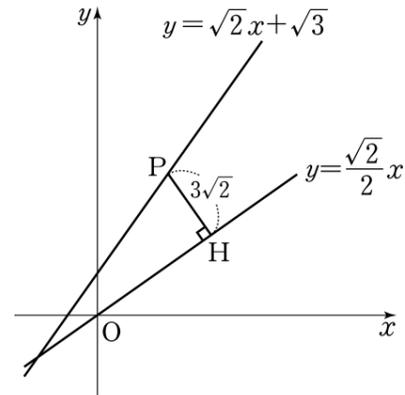
[4점]

- (가) 함수 $f(x)$ 의 주기는 4π 이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 4이고 최솟값은 -2 이다.

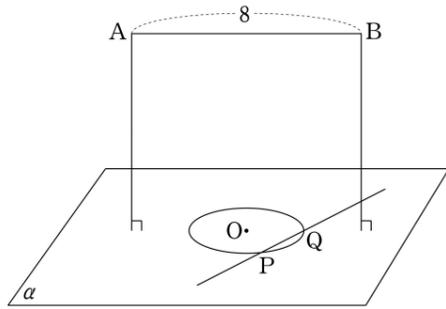
27. 다음 조건을 만족시키는 0이 아닌 정수 a, b, c, d, e, f 의 순서쌍 (a, b, c, d, e, f) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $|a|+|b|+|c|+|d|+|e|+|f|=14$
 (나) $|a+b|+|c+d|+|e+f|=0$

28. 좌표평면에서 직선 $y = \sqrt{2}x + \sqrt{3}$ 의 제 1사분면 위의 점 P에서 직선 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{PH} = 3\sqrt{2}$ 일 때, 점 P와 x 축 사이의 거리를 l 이라 하자. l^2 의 값을 구하시오. [4점]



29. 공간에서 중심이 O 이고, 반지름의 길이가 2이며, 평면 α 위에 있는 원 C 위의 두 점 P, Q 가 $\overline{PQ}=2$ 을 만족시킨다. 평면 α 로부터의 거리가 각각 $4\sqrt{3}$ 이고, $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{AB}=8$ 인 두 점 A, B 가 있다. 직선 PQ 와 점 A 사이의 거리가 $5\sqrt{3}$ 일 때, 직선 PQ 와 점 B 사이의 거리를 k 라 하자. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



30. 실수 a, b, c, d 에 대하여 함수

$$f(x) = e^{x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0) = e$

(나) 곡선 $y = \int_{f'(x)}^{f(x)} f(t) dt$ 은 두 개의 사분면을 지난다.

(단, 각 사분면의 경계선은 고려하지 않는다.)

$a+b+c+d$ 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.