

제 2 교시

2017학년도 7월 정현경 모의고사 문제지

수학 영역(나형)

성명		수험 번호						-				
----	--	-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
 - 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰십시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 꽃초롱 눈 밝히듯 불 밝힐까**
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n + 2}{4n^3 + 8n^2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

2. 확률변수 X 에 대하여

$$E(X^2) = 17, \quad E(X) = 1$$

일 때, X 의 표준편차는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 집합 $\{1, 2, a, b\}$ 의 부분집합의 개수는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

4. $6^a \times 3^2 = 324$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역(나형)

5. 다음은 확률변수 X 의 확률분포표이다.

X	1	2	3	4	계
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	x	$\frac{1}{4}$	1

$E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{13}{8}$ ④ $\frac{15}{8}$ ⑤ $\frac{17}{8}$

6. 함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)의 그래프가 x 축과 $x=1$ 에서만 만나고, 점 $(2, -1)$ 을 지날 때, $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

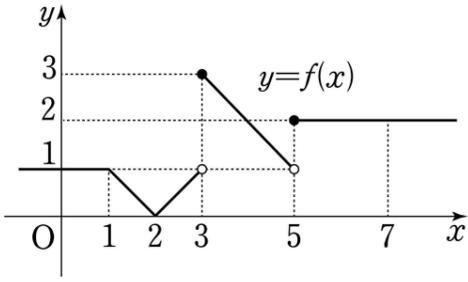
7. 두 실수 a, b 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + \sum_{k=1}^n a^k}{2^n} = b$$

이고, $b \neq 1$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



두 함수 $y=f(x)$, $y=f(x+1)$ 가 모두 $x=a$ 에서 연속일 때, 가능한 10이하의 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

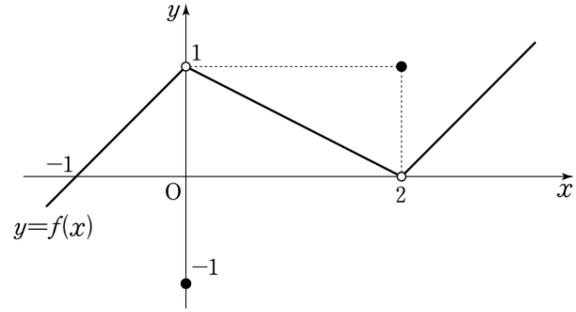
9. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B) = P(A \cap B)$$

일 때, $P(A)+P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

10. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -1} f(f(x)) = 1$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x)}{x-2} = -\frac{1}{2}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 방정식

$$\log(x^3 - 3x) = \log x$$

의 실근의 개수는? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-a} & (x \neq a) \\ 0 & (x = a) \end{cases}$$

에 대하여, 함수 $(x-2)^2 f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

13. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 두 집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는? [3점]

- (가) $n(A \cup B) = 2$
 (나) $n(A) \leq n(B)$

- ① 84 ② 112 ③ 140 ④ 168 ⑤ 196

14. 세 실수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x) = \sqrt{ax+b} + c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 정의역은 $\{x \mid x \leq 4\}$ 이다.
 (나) 최솟값은 -2 이다.
 (다) 곡선 $y = f(x)$ 는 원점을 지난다.

$a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6

수학 영역(나형)

15. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

(가) $f(1) < f(2) < f(3)$

(나) $f(2) \geq f(4) + 1$

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

16. 실수 x, y 에 대한 세 조건

$$p : x = y$$

$$q : (x - a)^2 + y^2 \leq 1$$

$$r : x^2 + (y - 2a)^2 < 1$$

에 대하여 명제

$$p \rightarrow \sim q$$

가 거짓이고

$$p \rightarrow \sim r$$

이 참이 되도록 하는 실수 a 의 범위가 $\{a \mid p \leq a \leq q\}$ 일 때, $p^2 + q^2$ 의 값은? (단, $a > 0$) [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

17. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. ab 가 3의 배수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

18. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+2) - f'(2)}{x} = 1$$

일 때, 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선의 y 절편은? [4점]

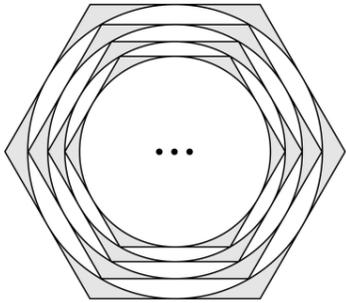
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형에 내접하는 원을 제외한 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 그린 원에 내접하는 정육각형에 내접하는 원을 그린 뒤 그린 원의 내부를 제외한 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 그린 원에 내접하는 정육각형에 내접하는 원을 그린 뒤 그린 원의 내부를 제외한 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_3 라 하자.

이와 같은 과정을 반복하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $10(2\sqrt{3}-\pi)$ ② $12(2\sqrt{3}-\pi)$ ③ $14(2\sqrt{3}-\pi)$
 ④ $16(2\sqrt{3}-\pi)$ ⑤ $18(2\sqrt{3}-\pi)$

20. 공비가 1이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 있다. 모든 자연수 n 에 대하여

$$f(a_{n+1})=f(a_n)$$

이고, $f(0)=2$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? (단, $a_n \neq 0$) [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

21. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)f'(x) = 3x^5 + kx^2$
 (나) 곡선 $y = f(x)$ 는 제 3사분면을 지나지 않는다.

$\int_0^2 f(x)dx = 4$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

22. ${}_7C_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^2 - 5x$ 에 대하여 $f'(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 건우와 민재를 포함한 10명을 농구시합을 하기 위해 각각 5명으로 구성된 두 개의 팀으로 나누려고 한다. 이 때, 건우와 민재가 한 팀이 되도록 하는 경우의 수를 구하시오. [3점]

25. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$(a_3)^2 - (a_2)^2 = 20$$

일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = \frac{4}{3x-9} + 2$ 의 y 축과 평행한 점근선을 $x = k$ 라 하자.

함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 정의역이 $\{x \mid x \leq k\}$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [4점]

27. 한 개의 동전을 한 번 던지는 시행을 n 번 반복하여 앞면이 나온 횟수를 확률변수 X 라 하자.

$$P(X=0)+P(X=n)=\frac{1}{2^6}$$

일 때, n 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다음 조건을 만족시키는 0이 아닌 정수 a, b, c, d, e, f 의 순서쌍 (a, b, c, d, e, f) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $|a|+|b|+|c|+|d|+|e|+|f|=14$
 (나) $|a+b|+|c+d|+|e+f|=0$

29. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=f(2)=0$
 (나) $t \geq 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여,

$$\int_0^t |f(x)|dx = \int_0^t f(x)dx$$
이다.

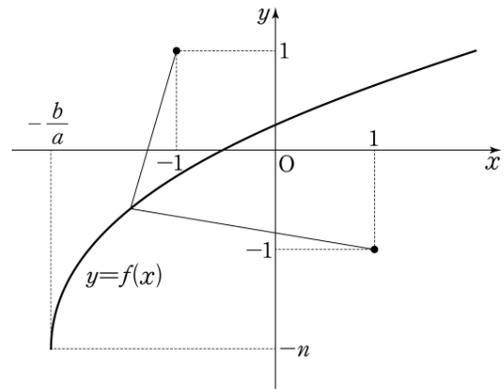
$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \sqrt{ax+b} - n$ 이고, 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 a_n 이라 하자.

(가) $b \leq -(a-2)^3 + 27$
 (나) $-\frac{b}{a} \leq t \leq 0$ 인 실수 t 에 대하여

$$\sqrt{(t-1)^2 + \{f(t)+1\}^2} \geq \sqrt{(t+1)^2 + \{f(t)-1\}^2}$$
이다.

예를 들어 $a_1 = 94$ 이다. $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.