

제 2 교시

수학 영역(가형)

○ 이 문항들은 전부 직접 만든 저작물로, 이 문항들을 영리적 목적으로 이용함을 금합니다.

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln \sec x}{1 - \cos x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 좌표공간위에 평면 $\alpha: 2x + 2y - z + a = 0$ 이 있다.

점(3, 2, 1)과 평면 α 사이의 거리가 4일 때 가능한 모든 a 값의 합은? [2점]

- ① 24 ② 18 ③ 0 ④ -18 ⑤ -24

3. 중심각이 $2rad$ 인 부채꼴의 호의 길이가 10이다. 반지름의 길이는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 서로 독립인 사건 A 와 B 에 대하여

$$P(A \cap B^c) = \frac{5}{21}, \quad P(A \cup B) = \frac{11}{21}$$

이다. $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{21}$ ② $\frac{4}{21}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{8}{21}$ ⑤ $\frac{10}{21}$



5. 단어 “VeryVary”를 구성하는 알파벳 8개를 임의로 나열하려고 한다. 두 개의 V가 양 끝에 위치하도록 나열하는 방법의 수는?
(단, 같은 종류의 알파벳은 서로 구분되지 않는다.) [3점]

- ① 30 ② 80 ③ 130 ④ 180 ⑤ 230

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(e-1)\ln(1 + \frac{e-1}{n}k)}{n + (e-1)k}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ e ④ $\frac{1}{2(e-1)}$ ⑤ $\frac{1}{e-1}$

7. 좌표공간에서 정의된 평면 α 와 β 는 다음과 같다.

$$\alpha: 2\sqrt{2}x + y + \sqrt{7}z + 3 = 0$$

$$\beta: \sqrt{2}x - 4y - \sqrt{7}z + 1 = 0$$

두 평면 α , β 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{7}{20}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{9}{20}$



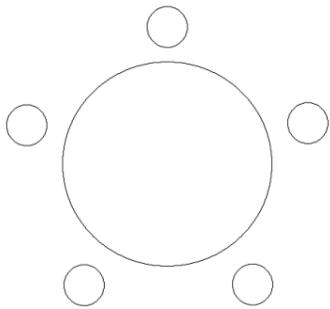
8. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 에 대하여

$$f(x) = \sqrt{3} \cos^2 x - 3 \sin x \cos x$$

이다. $f(x)=0$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① 2π ② $\frac{7}{3}\pi$ ③ $\frac{8}{3}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{10}{3}\pi$

9. 그림과 같이 원탁과 원탁을 둘러싼 다섯 자리가 있다. 다섯 명의 사람이 원탁을 둘러싼 다섯 자리에 한명씩 위치하여 회의를 하는데, 이들은 서있을 수도, 앉아있을 수도 있다. 가능한 모든 방법의 수는? (단, 회전하여 같은 경우는 하나로 본다.) [3점]



- ① 192 ② 480 ③ 576 ④ 768 ⑤ 3840

10. 부등식 $\log_3(x-6) < \log_9(2x+3)$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8



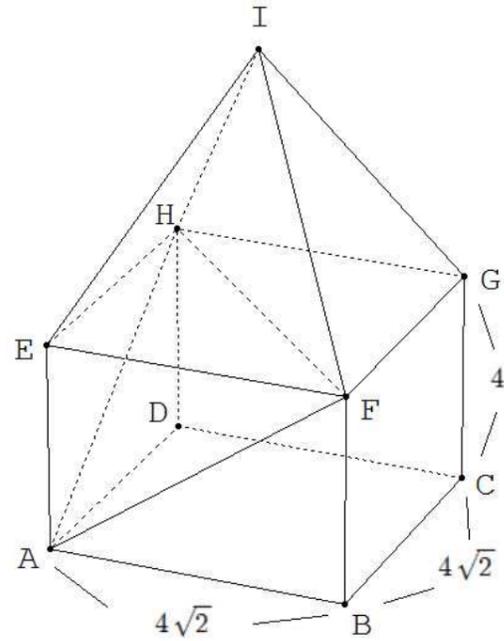
11. 좌표평면에서 정의된 직선 l 과 m 은 다음과 같다.

$$l: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{3}, \quad m: 12x+5y=7$$

직선 l 과 직선 m 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하면, $\sin\theta = \frac{p}{q}$ 이다. $q-p$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정사각형을 밑면으로 하고 높이가 4인 정사각기둥 $ABCD-EFGH$ 와, 정사각형 $EFGH$ 를 밑면으로 하고 높이가 5인 정사각뿔 $I-EFGH$ 가 있다. 삼각형 EFI 를 점 A, F, H 를 포함하는 평면에 정사영시킨 도형의 넓이는? (단, 점 I 는 정사각기둥 외부의 점이며, 정사각뿔의 네 옆면은 모두 합동이다.) [3점]



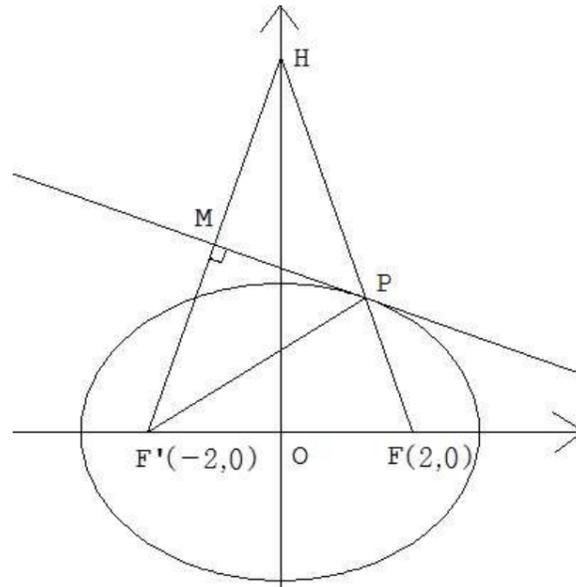
- ① $7\sqrt{2}$ ② $8\sqrt{2}$ ③ $9\sqrt{2}$ ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ $11\sqrt{2}$



13. 1부터 6까지 적힌 정육면체 주사위 한 개와 동전 3개를 동시에 던지는 시행을 한다. 주사위를 던져 나온 숫자와 앞면이 나온 동전의 개수의 합이 5일 확률은? (단, 3개의 동전은 서로 구별되지 않는다.) [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{7}{48}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{11}{48}$

14. 좌표평면위에 장축의 길이가 6이고 두 초점이 각각 $F(2, 0)$, $F'(-2, 0)$ 인 타원이 존재한다. y 축 위의 점 H 와 타원위의 점 P 에 대하여 점 P 는 \overline{HF} 위의 점이고, P 에서의 접선은 $\angle F'PH$ 를 이등분한다. P 에서의 접선과 $\overline{HF'}$ 가 점 M 에서 직교할 때, 선분 PF 의 길이는? (단, 점 P 는 제 1사분면 위의 점이며, 점 H 의 y 좌표 값은 양수이다.) [4점]



- ① $\frac{12}{7}$ ② $\frac{15}{7}$ ③ $\frac{18}{7}$ ④ $\frac{24}{7}$ ⑤ $\frac{27}{7}$



15. 함수 $y=f(x)$ 는 양수 t 에 대하여 다음과 같이 정의 된다.

$$x(t) = (t-1)e^t, \quad y(t) = (\ln t)^2$$

$f'(e^2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\ln 2}{4e^2}$ ② $\frac{\ln 2}{2e^2}$ ③ $\frac{\ln 2}{e^2}$ ④ $\frac{2\ln 2}{e^2}$ ⑤ $\frac{4\ln 2}{e^2}$

16. 8개의 별사탕을 모양이 같은 3개의 플라스틱 통에 담으려 한다. 각각의 플라스틱 통에는 적어도 한 개의 별사탕이 담긴다고 할 때, 가능한 모든 경우의 수를 a 라고 하자. 또 같은 방법으로 별사탕을 세 개의 플라스틱 통에 담아 A, B, C 세 사람에게 나눠주는 경우의 수를 b 라고 하자. $b-a$ 의 값은? (단, 8개의 별사탕은 서로 구별되지 않는다.) [4점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 28 ⑤ 40



17. 함수 $y=f(x)$ 는 $f(x)=(e^x-\alpha)(e^x-\beta)(e^x-\gamma)$ 이다. 상수 α, β, γ 는 0보다 큰 실수 일 때, 다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f'(\ln\beta) = \beta(\beta-\alpha)(\beta-\gamma)$

ㄴ. $\frac{\alpha}{f'(\ln\alpha)} + \frac{\beta}{f'(\ln\beta)} + \frac{\gamma}{f'(\ln\gamma)} = 0$

ㄷ. $\alpha = \beta \neq \gamma$ 이면 $y=f(x)$ 의 모든 극값의 곱은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 2017학년도 6월 수능 모의평가 국어영역에서 출제된 중세국어 문제 두 문항 중 한 문항이라도 틀린 응시자의 비율은 40%라고 한다. A고등학교 국어과 선생님들은 모의평가를 응시한 3학년 학생 600명을 대상으로 해당문항의 오답자의 수를 조사했다. 조사결과 중세국어 두 문항 중 한 문항이라도 틀린 학생의 수가 225명 이상 261명 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.341
1.25	0.394
1.50	0.433
1.75	0.460
2.00	0.477

- [4점]
- ① 0.774 ② 0.801 ③ 0.818 ④ 0.827 ⑤ 0.854



19. 미분 가능한 함수 $y=f(x)$ 가 다음을 만족한다.

(가) $f(0)=0$ 이고, $x \neq 0$ 이면 $f(x) > 0$ 이다.

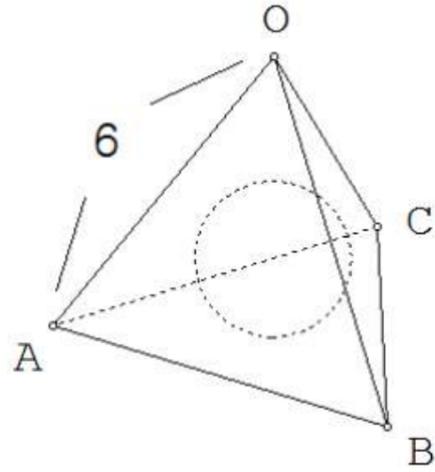
(나) $g(x) = \int_0^x \sqrt{f(t)} dt - 4$

(다) $g'(x)\{2g''(x) - g'(x)\} = 2xe^x$

$\int_1^4 \frac{g(2x)}{e^x} dx$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사면체 OABC와 그에 내접하는 구가 존재한다. 삼각형 ABC를 포함하는 평면 위의 동점 X에 대하여 직선 OX는 구에 접한다. $\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 최댓값은? [4점]



- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36



21. 1부터 6까지 적힌 정육면체 주사위를 두 번 던졌을 때, 처음 던져 나온 숫자를 a , 두 번째 던져 나온 숫자를 b 라 하자. 표준편차가 같은 두 확률변수 X, Y 는 다음을 만족한다.

- (가) $E(X) = a, E(Y) = b$
- (나) 확률변수 X, Y 는 정규분포를 따른다.

$$P(X \leq 2a) \leq P(Y \geq a - 2)$$

일 때, $a+b$ 의 값이 짝수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{8}{15}$

단답형

22. $(2x^2 - \frac{1}{x})^7$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 평면벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여 $\vec{a} = (2, 1), \vec{b} = (-3, 1)$ 이다. $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ 일 때 $|\vec{c}|^2$ 의 값을 구하시오. [3점]



24. 함수 $f(x) = a\cos 2x + b\sin 3x$ 는 다음을 만족한다.

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4 \quad , \quad f'(\pi) = 36$$

$a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

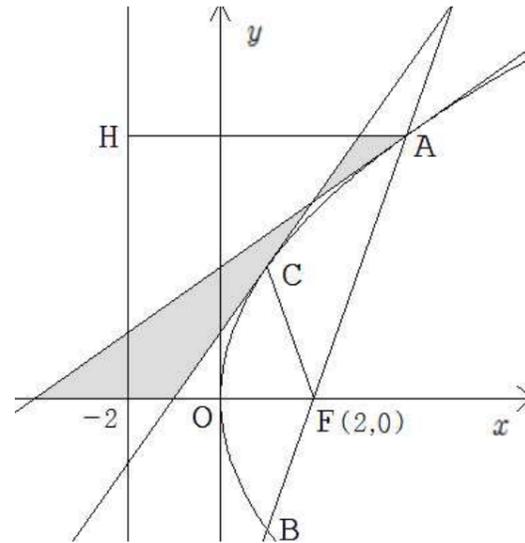
25. 역함수가 존재하는 함수 $y=f(x)$ 는 다음을 만족한다.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-2}{x-3} = 1 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{f(x)-1} = 8$$

f 의 역함수를 g 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4g(x)-1}{g(x)-3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

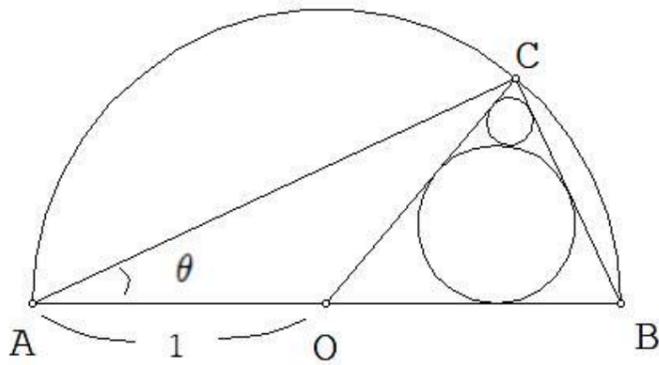
26. 좌표평면위에 포물선 $y^2 = 8x$ 가 있다. 포물선 위의 점

$A(4, 4\sqrt{2})$ 와 포물선의 초점 $F(2, 0)$ 을 지나는 직선이 포물선과 이루는 A 가 아닌 교점을 B 라 하고 점 B 를 x 축에 대칭시킨 포물선 위의 점을 C 라 하자. 점 A 에서 포물선의 준선 $x=-2$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 AH 와 점 A 에서의 접선, 점 C 에서의 접선, x 축으로 둘러싸인 색칠된 영역의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. [4점]



27. 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 C에 대하여 $\angle CAB = \theta$ 이다. \overline{AB} 의 중점이자 반원의 중심인 점 O와 점 C를 잇고, 점 C와 점 B를 이어 생긴 삼각형 OBC에 내접하는 원을 C_1 이라 하자. \overline{OC} 와 \overline{BC} 에 접하면서 동시에 원 C_1 에 외접하는 원을 C_2 라고 하자. 원 C_2 의 반지름의 길이를 r 이라고 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r}{\theta} = a - b\sqrt{2}$ 이다. ab 의 값을 구하시오.

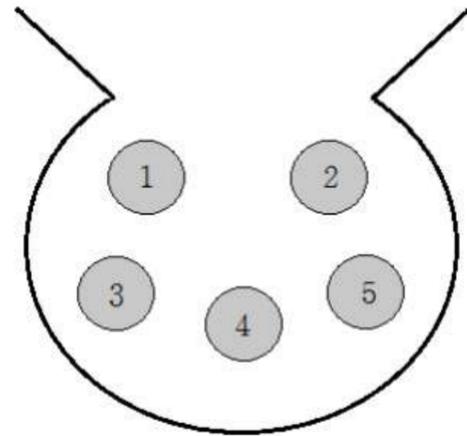
[4점]



28. 그림과 같이 주머니에 1부터 5까지의 자연수가 적힌 공이 한 개씩 들어있다. 이 주머니에서 공을 뽑는 [시행]은 다음과 같다.

- (가) 주머니에서 5개의 공 중 한 개를 무작위로 꺼낸다.
- (나) 꺼낸 공에 적힌 숫자가 홀수이면, 꺼낸 공을 다시 집어넣는다.
- (다) 꺼낸 공에 적힌 숫자가 짝수이면, 꺼낸 공에 적힌 숫자를 2로 나눈 숫자가 적힌 공을 주머니에 집어넣는다.

이 [시행]을 2번 한 뒤에 주머니에 있는 5개의 공에 적힌 숫자의 합을 확률변수 X 라 할 때, $E(X-12) = \frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]





29. 공간에서 평면 α 위에 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 두 점 D, F에 대하여 점 D에서 평면 α 에 내린 수선의 발은 A이고, 점 F에서 평면 α 에 내린 수선의 발은 C이다. \overline{DC} 와 \overline{FA} 는 교점 E를 갖으며 $\overline{DA} = \overline{FC} = 2$ 이다. 삼각형 ABF를 포함하는 평면과 삼각형 CBD를 포함하는 평면이 이루는 이면각의 크기를 θ 라고 할 때 $|\tan\theta| = \frac{b}{a}\sqrt{21}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 미분 가능한 함수 $y=f(x)$ 는 다음을 만족한다.

- (가) $f(x) = f(-x)$
 (나) $f(0) = 1$, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \neq 2$ 이다.
 (다) $0 < x_1 < x_2$ 인 임의의 x_1, x_2 에 대하여 $f'(x_1) \times f'(x_2) > 0$ 이다.
 (라) $\left\{1 - \frac{f'(x)}{2-f(x)}\right\} \left\{1 + \frac{f'(x)}{2-f(x)}\right\} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$

곡선 위의 점 $(0, 1)$ 에서 점 $(x, f(x))$ 까지 곡선 $y=f(x)$ 의 길이를 $l(x)$ 라 하면 함수 $y=g(x)$ 가 다음과 같이 정의 된다.

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq l(x)) \\ l(x) & (f(x) < l(x)) \end{cases}$$

함수 $y=g(x)$ 의 극점이 세 개일 때, 방정식 $g(x)=k$ 의 근의 개수가 4인 k 의 범위는 $a < k < b$ 이다. $4(a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.