

## [초성민수학] 다 죽어봐라 경우의수/확률 자작변형 3문제

---

Q1. 데이터 10메가가 5개씩 총 50메가가 있다. 이를 엄마, 아빠, 성민이 3명이 나누어 가지려고 한다. 이 때 성민이가 30메가를 가질 확률은? (데이터의 기본 단위는 10메가라고 가정하며 50메가를 모두 나누어 주어야하고 못 받은 사람은 생길 수 있다.)

Q2. 성민이는 흰색, 검은색, 노랑색, 파랑색 티가 한 장씩 있고 같은 색으로 바지 역시 하나씩 있다. 티와 바지는 한번만 입을 수 있다. 월 화 수 목 4일간, 매번 바로 전날 입은 색의 옷은 입지 않을 때, 4일간 입을 수 있는 티와 바지색의 경우의 수를 구하여라. (예를 들어 월요일에 흰티 검은바지를 입는다면, 화요일에 검은티와 흰바지는 입을 수 없다.)

Q3. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  에서 집합  $Y = \{y \mid y \text{ 는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$  로의 함수 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수  $f$  의 개수를 구하시오.

(가)  $x_1, x_2 \in X$  일 때,  $x_1 \neq x_2$  이면  $f(x_1) \neq f(x_2)$  이다.

(나)  $f(a) + 2 \leq f(a+2)$  를 만족한다. (단,  $a = 1, 2$ )

# [초성민수학] 다 죽어봐라 경우의수/확률 자작변형 3문제

정답과 해설 - 1번 :  $\frac{40}{243}$

2번 : 120가지

3번: 812가지

Q1. 데이터 10메가가 5개씩 총 50메가가 있다. 이를 엄마, 아빠, 성민이 3명이 나누어 가지려고 한다. 이 때 성민이 30메가를 가질 확률은? (데이터의 기본 단위는 10메가라고 가정하며 50메가를 모두 나누어 주어야하고 못 받은 사람은 생길 수 있다.)

## Comment

이문제의 핵심은 확률에서  $\frac{\text{일어나는 일의 경우의수}}{\text{전체 경우의수}}$ 로 바라볼 때는 언제나 각각의 사건이 수학적으로 확률이 같을때만 이루어져야 함이다. 이는 교과서에서도 명시되는 내용이다.

**문제 4** 다음은 수지가 흰 공 3개와 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때 두 공이 서로 다른 색깔 확률을 구한 것이다. 잘못된 이유를 설명하고, 올바른 풀이를 말하여라.



나올수 있는 경우는 흰공과 흰공, 흰공과 검은공, 검은공과 검은공의 3가지가 있으므로 두 공이서로 다른 색깔 확률은  $\frac{1}{3}$ 이다.

위와 같이 단순히 경우의 수로만 보기에선 문제가 있다.

각각의 경우의 수에 대해서 일어날 수 있는 기대확률이 같을 때만 일반적인 확률을 사용할 수 있어야 하기 때문이다. 따라서 이를 중복조합으로 접근하는 것은 각각의 사건이 확률이 같다고 할수 없기에 틀린 답이다.

(실제로 이러한 문제들로 많은 강사 혹은 책들이 오류가 생기기도 한다.)

이는 수능에서 나오기 매우 어려운 요소들이기도 하지만, 가볍게 생각해 보겠끔 나올 수는 있다.

## 관련문제 [2006학년도 6월 평가원 (확률과 통계) 29번]

어느 과일 가게에서는 사과를 3개씩 묶어 사과의 총무게가 850g 이상이면 1등급, 850g 미만이면 2등급으로 분류하여 판매한다. 무게 300g인 사과 4개와 250g인 사과 2개 중에서 임의로 3개씩 선택하여 2개의 묶음으로 만들었다. 하나의 묶음이 1등급으로 분류되었을 때, 다른 묶음도 1등급일 확률은 ? [4점]

①  $\frac{2}{5}$

②  $\frac{1}{2}$

③  $\frac{3}{5}$

④  $\frac{3}{4}$

⑤  $\frac{4}{5}$

# [초성민수학] 다 죽어봐라 경우의수/확률 자작변형 3문제

그렇다면 이 문제는 ??

풀이에 앞서 여러분의 착각은 이렇게 해결하면 된다.

수학적 확률을 같이 보는 내에서 근원 사건	일어나는 사건들
데이터 1,2,3,4,5	그냥 10메가짜리 5개.
㉠ (12345/x/x) => 1가지	㉠ 5개/0개/0개
(x/12345/x)	0개/5개/0개
(x/x/12345)	0개/0개/5개
㉡ (1234/5/x) (1235/4/x) (1245/3/x) (1345/2/x) (2345/1/x) => 5가지	㉡ 4개/1개/0개
...	4개/0개/1개
	1개/4개/0개
	0개/4개/1개
	0개/1개/4개
	1개/0개/4개
(123/4/5) (124/3/5) (125/3/4) (134/2/5) (135/2/4) (145/2/3) ...	3개/1개/1개
(1/234/5) (1/235/4) ...	1개/3개/1개
...	...
(1/23/45) (1/24/35) ...	1개/2개/2개
정답 : $3^5$ 개 ( 5가지의 데이터가 계속하여 3가지를 선택 할 수 있다. )	정답 : ${}_3H_5 = 21$ 개 (서로 다른 3명에게 중복되는 5가지(데이터10메가)를 나눠주는 경우의 수)

우측표에서 왜 근원사건이 아닌지 빨간색으로 되있는 데이터 나눈 상황을 살펴보자.

㉠은 좌측에서 보다시피 1가지이다. 별 문제없다. 허나 ㉡ (4/1/0) 좌측에서 보다시피 사실은 5가지이다. 생각해보자.

그렇다면 오른쪽 하나하나 상황을 우리는 주사위의 눈이라고 여기고 꺼낼 때,

㉠ 이라는 공은, 1가지밖에 없는 반면, ㉡ 이라는 공은 상황자체가 더 많이 나올 수 있다. (주사위가 1.2.3.4.5.6 이아닌, 1.1.1.1.2.3 이런 느낌이다.)

㉠과 ㉡을 같은 크기의 공이라 여기고 뽑는 것은 분명히 불공평한 상황이라는 것이다.

반면 좌측은 모든 공(상황) 들이 나올 확률이 같음을 알 수 있다.

따라서 정답은  $\frac{2^2 \times {}_5C_3}{3^5}$

(데이터 다섯 놈 중 세놈이 성민에게 가고, 나머지 두 놈은 두명 중 아무 곳이나 )

## [초성민수학] 다 죽어봐라 경우의수/확률 자작변형 3문제

Q2. 성민이는 흰색, 검은색, 노랑색, 파랑색 티가 한 장씩 있고 같은 색으로 바지 역시 하나씩 있다. 티와 바지는 한번만 입을 수 있다. 월 화 수 목 4일간, 매일 바로 전날 입은 색의 옷은 입지 않을 때, 4일간 입을 수 있는 티와 바지색의 경우의 수를 구하여라. (예를 들어 월요일에 흰 티 검은바지를 입는다면, 화요일에 검은티 와 흰바지는 입을 수 없다. )

우선 옷부터 입자. (바지부터 입든가)

옷을 입혔을 때 뒤의 상황이 똑같다는 것을 인지할 수 있기에, 바지역시 맞춰 입은 후 곱하면 되는데  
이 바지 세는 것이 학생들이 많이 틀리는 것 같다.

윗 옷을 A. B. C. D 라고 할 때 바지의 상황을 살펴보자.

### 1) 월요일 A-A 라고 할 때

1-1) 화요일 B

A	B	C	D	○
A	B	C	D	

는 쉽게 찾아진다. 다음부터가 헷갈린다.

1-2) 화요일 C

A	B	C	D	X
A	C			

화요일에 바지를 C입으려 하는 순간 수요일에 C를 입지 못하게 된다.  
그래서 바로 탈락

1-3) 화요일 D

A	B	C	D	○
A	D	C	B	

화요일에 바지를 D를 입으면 수요일에 바지 B는 입지 못하므로 (화요일 옷이 B)  
자연스레 수요일 목요일이 결정된다.

## [초성민수학] 다 죽어봐라 경우의수/확률 자작변형 3문제

### 2) 월요일 A-B 일 때

2-1) .. 하기전에 이미

A	B	C	D	x
B				

모순이다. 화요일에 B입어야 하거든 (현재 웃웃부터 결정이 되어있다.)

### 3) 월요일 A-C 일 때

3-1) 화요일 B

A	B	C	D	O
C	B	A	D	

색이 달라질수록 조금 더 상황이 단순해진다.

월요일에 A-C이므로 화요일에는 두 개를 제외한 B와 D바지가 가능하다.

위 상황은 화요일에 B를 선택했을 때이다. 그리고 A와 D중 목요일에 D를 입으므로 수요일에 D가 아닌 A가 와야 한다.

3-2) 화요일 D

A	B	C	D	O
C	D	A	B	

그리고 이번엔 화요일에 D를 입었을 때이다. 이때는 A와 B가 남는데 화요일에 B를 입으므로 B는 목요일에 입으면 한가지가 또 완성이 된다.

### 4) 마지막 월요일 A-D일 때

A	B	C	D	O
D	B	C	A	

A	B	C	D	x
D	C			

보는 것과 같이 화요일 B를 입는 것밖에 될 수 없다. 따라서 총 5가지가 나오며  $4! \times 5 = 120$

# [초성민수학] 다 죽어봐라 경우의수/확률 자작변형 3문제

## Q2. 다른 풀이

① 같은 색 옷 입은 날이 4일 일 때 (흰티-흰바지, 검은티-검은바지 .... )  
(매일 위아래 깔 맞춤)

=> 4!

② 같은 색 옷 입은 날이 3일 일 때

나올 수 없다. (해박영)

③ 같은 색 옷 입은 날이 2일 일 때

월	화	수	목
흰티	검은티	노랑티	파랑티
흰티	검은티	파랑티	노랑티

같은 형태가 되는데, 보다시피 목요일에 입은 옷의 색들은 수요일에 입은 옷들의 색이다. 따라서, 흰티+흰바지를 a 검은티+검은바지를 b 노랑+파랑 조합을 c라 할 때,

a b c1 c2를 배열하되, c1와 c2는 겹치면 안된다.

그리고 처음 같은 색끼리 입을 두가지 색을 골라야 하므로,  ${}_4C_2$

a b c1 c2 배열 하는 방법은  $4! - (3! \times 2!)$  (c 2개 묶은 배열을 뺀다)

따라서  ${}_4C_2 \times 12$

④ 같은 색 옷 입은 날이 1일 일 때

월	화	수	목
흰티	검은티	노랑티	파랑티
흰바지	파랑바지	검은바지	노랑바지

위와 같은 형태가 되는데 이 경우, 화 수 목에 입은 옷 배치를 보면 어떻게든 전 날 입은색의 옷을 입을 수밖에 없다. 따라서 존재하지 않는다.

# [초성민수학] 다 죽어봐라 경우의수/확률 자작변형 3문제

⑤ 같은 색으로 입지 않았을 때

월	화	수	목
흰티	검은티	노랑티	파랑티
?			

자연스레 티부터 입고난 후 고민하자.

월요일에 바지는 3개중 화요일에 검은 티를 입을 예정이어서 검은티를 제외하고 노랑바지나 파랑바지가 가능하다.

5-1) 노랑바지를 입고 진행해보자.

월	화	수	목
흰티	검은티	노랑티	파랑티
노랑바지	?		

(색칠된 3가지 색을 제외하고 입는다.)

다음은 화요일 바지인데, 앞서 흰티와 노랑바지를 입어서 검은바지나 파랑바지만 가능하다 허나 같은 색 옷을 입지 않기로 하였기에 파랑바지만 가능하고 입혀보자.

월	화	수	목
흰티	검은티	노랑티	파랑티
노랑바지	파랑바지	?	

수요일에는 검은색 파랑색 노랑색을 제외해야한다. 그렇다면 빨간 바지이다.

그리고 마지막 목요일은 검은바지를 입으면 깔끔하게 정리가 된다.

5-2) 월요일에 파랑바지라면 ???

월	화	수	목
흰티	검은티	노랑티	파랑티
파랑바지	?		

역시나 화요일에는 흰색 파랑색 검은색을 제외한 노랑색 밖에 되지 않는다. 진행해보자

## [초성민수학] 다 죽어봐라 경우의수/확률 자작변형 3문제

월	화	수	목
흰티	검은티	노랑티	파랑티
파랑바지	노랑바지		

보는바와 같이 수요일 겹치게 된다.

따라서 처음 월화수목 티를 입는방법  $4!$ 을 진행했을 때 바지를 나열하는 경우의수는 한가지 밖에 없다.

따라서 ① ~ ⑤ 까지의 합은

$$4! + ({}_4C_2 \times 12) + 4! = 120$$

### Comment

이 문제의 핵심은 문제에서 주어진 단순한 상황이 지속적으로 진행해 나갈 때 걸림돌이 되며 그 내용을 계속 생각하고 가지고 가느냐 에있다. 꼼꼼함을 요구하지만 약간은 더러운..

허나 앞선 방법으로 푼다면 결국  $24 \times 5$  가지를 찾아야 하는건데 5가지를 얼마나 잘 찾느냐가 핵심이 된다.

---

# [초성민수학] 다 죽어봐라 경우의수/확률 자작변형 3문제

Q3. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  에서 집합  $Y = \{y \mid y \text{ 는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$  로의 함수 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수  $f$ 의 개수를 구하시오.

(가)  $x_1, x_2 \in X$  일 때,  $x_1 \neq x_2$ 이면  $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.  
 (나)  $f(a) + 2 \leq f(a+2)$ 를 만족한다. (단,  $a = 1, 2$ )

3가지로 분류할 수 있다. 일대일 대응은 기본으로 진행해주고

$f(1)$  과  $f(3)$  이 짝이고  $f(1) + 2 \leq f(3)$

$f(2)$  와  $f(4)$  가 짝이다.  $f(2) + 2 \leq f(4)$

를 만족한다.

$f(1)$ - $f(3)$  의 순서와  $f(2)$ - $f(4)$ 의 순서는 이미 정해져있어서 이를 문자화시켜

♠  $\{f(1)-f(3)\}$  와 ♣  $\{f(2)-f(4)\}$  로 표현 후 가능한 형태를 나열해보자.

첫째로,  $f(1) - f(2) - f(3) - f(4)$  형태로 **서로서로 사이에 길 경우가 있다.** (♠♣♠♣)

$f(1)$  이 제일 작을 때와  $f(2)$ 가 제일 작을 때가 있으므로  $x_2$  (♠ 와 ♣가 바뀌는 경우를 뜻한다.)

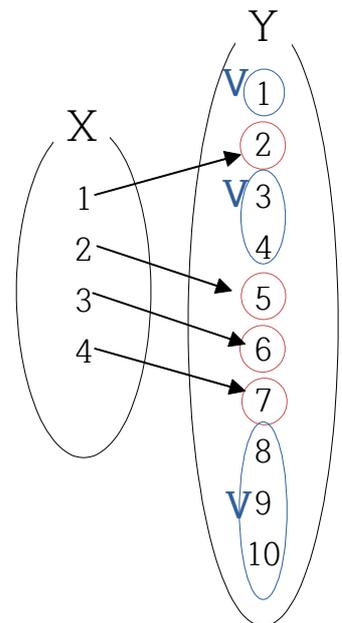
고  $v f(1) v f(2) v f(3) v f(4) v$ 에서  $f(1) \sim f(4)$  까지 1씩 값을 주고,  
 $v$  자리에 숫자 1씩 중복가능해서 들어간다고 생각하면  ${}_5H_6$  이 된다.

예시)  $v$  부분을 각각 1.2.0.0.3 이라고 생각해보자.

그렇다면  $1 - f(1) - 2 - f(2) - 0 - f(3) - 0 - f(4) - 3$  가 되며

이는  $f(1) = 2$  ,  $f(2) = 5$  ,  $f(3) = 6$  ,  $f(4) = 7$ 을 의미한다.

오른쪽 이미지에서  $v$  가 정해진 개수만큼 내려가면서 정해보자.



# [초성민수학] 다 죽어봐라 경우의수/확률 자작변형 3문제

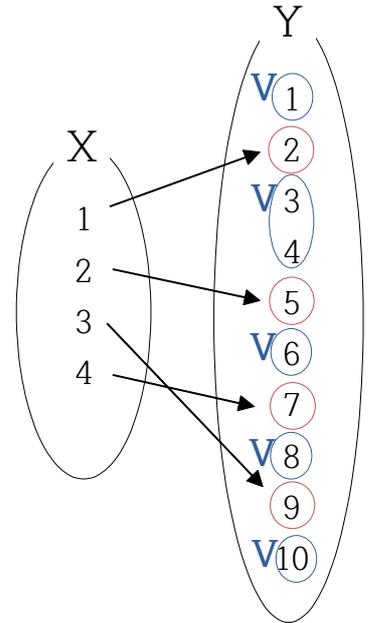
둘째로,  $f(1) - f(2) - f(4) - f(3)$  형태로 한 짝 사이에 두 개가 모두 들어갈 때이다. (♠♠♠♠)

이때는  $v f(1) v f(2) o f(4) v f(3) v$ 에서 동그라미에는

최소 하나를 보내고 난 후 5군데에,

5가지를 중복 가능하게 선택 하면 된다.

따라서  ${}_5H_5$  역시 자리 바꿀 수 있으므로  $\times 2$



예시)  $v$  부분을 각각 1.2.1.1.1 이라고 생각해보자. (미리 1 보내기)

그렇다면  $1 - f(1) - 2 - f(2) - 1 - f(4) - 1 - f(3) - 1$  가 되며

이는  $f(1) = 2$  ,  $f(2) = 5$  ,  $f(4) = 7$  ,  $f(3) = 9$ 을 의미한다.

오른쪽 이미지에서  $v$  가 정해진 개수만큼 내려가면서 정해보자.

마지막으로는  $f(1) - f(3) - f(2) - f(4)$  로 순서대로 나오는 경우이다. (♠♠♠♠)

이때는  $v f(1) o f(3) v f(2) o f(4) v$  의 형태를 이루어야 하며 동그라미에

기본적으로 1씩은 들어간다.

역시  $\times 2$  와

$v$  와  $o$  에 숫자들을 집어넣으면 되어서  ${}_5H_4$  가 된다

$$2 \times ({}_5H_4 + {}_5H_5 + {}_5H_6) = 812$$