

수학 영역(가형)

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

1. $(2+2\sin\frac{\pi}{3})(2-\tan\frac{\pi}{3})$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sqrt{3}x)}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

2. 함수 $f(x)=\sin x-4x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

4. $\tan\theta = \frac{1}{7}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{13}{50}$ ⑤ $\frac{7}{25}$

5. $\int_0^1 e^{x+4}$ 의 값은? [3점]

- ① $e^5 - e^4$ ② e^5 ③ $e^5 + e^4$
 ④ $e^5 + 2e^4$ ⑤ $e^5 + 3e^4$

6. 좌표평면 위의 네 점 $O(0,0)$, $A(4,2)$, $B(0,2)$, $C(2,0)$ 에 대하여 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. 함수 $f(x) = a \sin x + \sqrt{11} \cos x$ 의 최댓값이 6일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 로그방정식 $\log_2(4+x) + \log_2(4-x) = 3$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

10. 곡선 $y = \ln 5x$ 위의 점 $\left(\frac{1}{5}, 0\right)$ 에서의 접선의 y 절편은? [3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

9. 서로 다른 종류의 연필 5자루를 4명의 학생 A, B, C, D 에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

- ① 1024 ② 1034 ③ 1044 ④ 1054 ⑤ 1064

11. 좌표평면에서 두 직선 $x-y-1=0$, $ax-y+1=0$ 이 이루는

예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan \theta = \frac{1}{6}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

(단, $a > 1$)[3점]

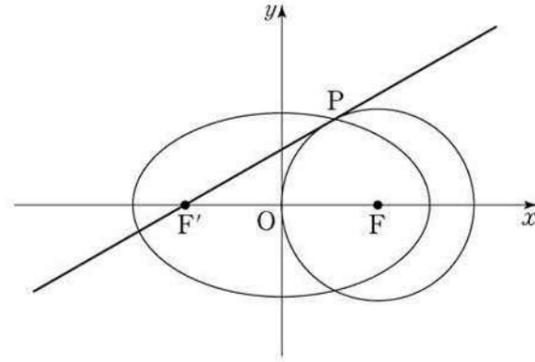
- ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{13}{10}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

12. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로

하고 장축의 길이가 4인 타원이 있다. 점 F 를 중심으로 하고

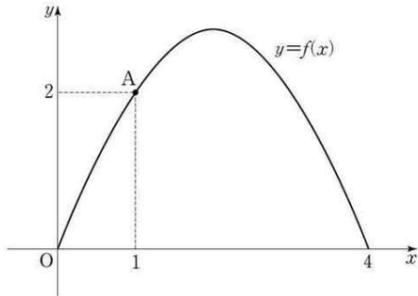
반지름의 길이가 c 인 원이 타원과 점 P 에서 만난다. 점

P 에서 원에 접하는 직선이 점 F' 을 지날 때, c 의 값은? [3점]



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}-\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{6}-1$
 ④ $2\sqrt{3}-2$ ⑤ $\sqrt{14}-\sqrt{5}$

[13~14] 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}x$ 의 그래프가 그림과 같고, 직선 $y = g(x)$ 가 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $A(1, 2)$ 를 지난다. 다음 물음에 답하시오.



13. 직선 $y = g(x)$ 가 x 축에 평행할 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = g(x)$ 에 의해 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{16}{\pi} - 4$ ② $\frac{17}{\pi} - 4$ ③ $\frac{18}{\pi} - 4$
 ④ $\frac{16}{\pi} - 2$ ⑤ $\frac{17}{\pi} - 2$

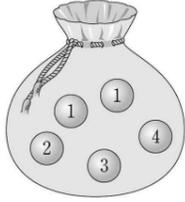
14. 일차함수 $g(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 $f(x) \leq g(x)$ 를 만족시킬 때, $g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① π ② $\pi + 1$ ③ $\pi + 2$ ④ $\pi + 3$ ⑤ $\pi + 4$

6

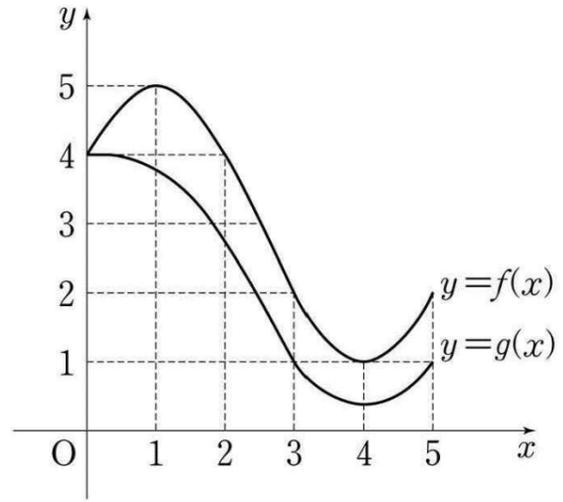
수학 영역(가형)

15. 주머니에 1,1,2,3,4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀 있는 수를 a, b, c, d 라 할 때, $a \leq b \leq c \leq d$ 일 확률은? [4점]



- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

16. 열린구간 $(0, 5)$ 에서 미분 가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 합성함수 $h(x) = (f \circ g)(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

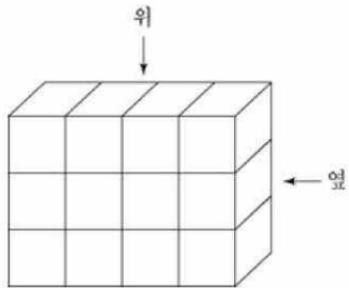


<보기>

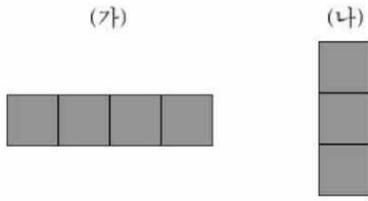
- ㄱ. $h(3) = 4$
 ㄴ. $h'(2) \geq 0$
 ㄷ. 함수 $h(x)$ 는 구간 $(3, 4)$ 에서 감소한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

17. 오른쪽 그림과 같이 크기가 같은 정육면체 모양의 투명한 유리 상자 12개로 직육면체를 만들었다.

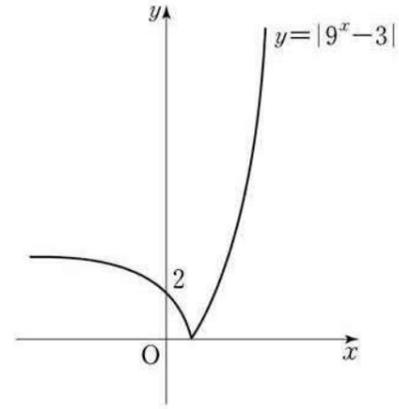


이 중에서 4개의 유리 상자를 같은 크기의 검은 색 유리 상자로 바꾸어 넣은 직육면체를 위에서 내려다 본 모양이 (가), 옆에서 본 모양이 (나)와 같이 되도록 만들 수 있는 방법의 수는? (4점)



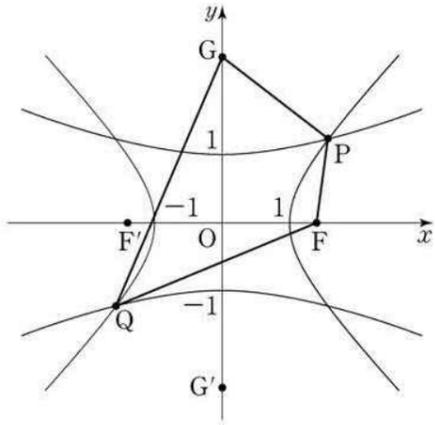
- ① 54 ② 48 ③ 42 ④ 36 ⑤ 30

18. 좌표평면 위의 두 곡선 $y = |9^x - 3|$ 과 $y = 2^{x+k}$ 이 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 라 할 때, $x_1 < 0$, $0 < x_2 < 2$ 를 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합은? [4점]



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

19. 그림과 같이 초점이 각각 F, F' 과 G, G' 이고 주축의 길이가 2, 중심이 원점 O 인 두 쌍곡선이 제1사분면에서 만나는 점을 P , 제3사분면에서 만나는 점을 Q 라 하자. $\overline{PG} \times \overline{QG} = 8$, $\overline{PF} \times \overline{QF} = 4$ 일 때, 사각형 $PGQF$ 의 둘레의 길이는? (단, 점 F 의 x 좌표와 점 G 의 y 좌표는 양수이다.) [4점]



- ① $6+2\sqrt{2}$ ② $6+2\sqrt{3}$ ③ 10
- ④ $6+2\sqrt{5}$ ⑤ $6+2\sqrt{6}$

20. 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x < 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$ 라

하자. 닫힌 구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여

$\int_a^x f(t)dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 α , 최댓값을

β 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \leq a \leq \frac{7}{2}\pi$) [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

21. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$f(x) = e^{x+1} \{x^2 + (n-2)x - n + 3\} + ax$ 가 역함수를 갖도록 하는 실수 a 의 최솟값을 $g(n)$ 이라 하자. $1 \leq g(n) \leq 8$ 을 만족시키는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 43 ② 46 ③ 49 ④ 52 ⑤ 55

단답형

22. $\int_1^{16} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A) = \frac{1}{6}$,

$P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(B) = \frac{q}{p}$ 일 때, $10p + 5q$

의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고 A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

24. 포물선 $y^2 = 20x$ 에 접하고 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선의 y 절편을 구하시오.[3점]

25. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = t^2 + 1, y = \frac{2}{3}t^3 + 10t - 1$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 도서관 이용자 300명을 대상으로 각 연령대별, 성별 이용 현황을 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	19세 이하	20대	30대	40세 이상	계
남성	40	a	$60 - a$	100	200
여성	35	$45 - b$	b	20	100

이 도서관 이용자 300명 중에서 30대가 차지하는 비율은 12%이다. 이 도서관 이용자 300명 중에서 임의로 선택한 1명이 남성일 때, 이 이용자가 20대일 확률과, 이 도서관 이용자 300명 중에서 임의로 선택한 1명이 여성일 때 이 이용자가 30대일 확률이 서로 같다. $a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, u 의 모든 순서쌍 (x, y, z, u) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x + y + z + u = 6$
 (나) $x \neq u$

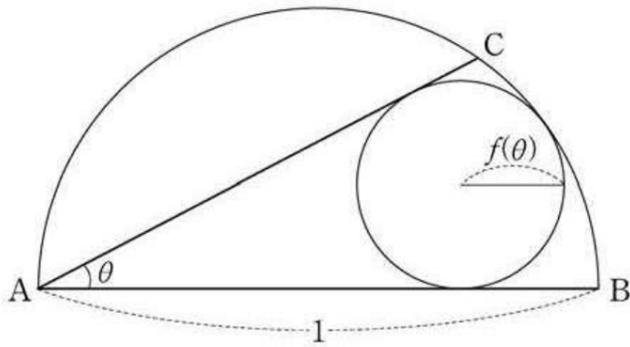
28. 함수 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ 에 대하여 $F(x) = \int_0^x tf(x-t)dt$ ($x \geq 0$)

일 때, $F'(a) = \ln 10$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 C를 잡고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC와 두 선분 AB, AC에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha \text{이다. } 100\alpha \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



30. 정의역이 $\{x | 0 \leq x \leq 8\}$ 이고 다음 조건을 만족시키는 모든

연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^8 f(x)dx$ 의 최댓값은 $p + \frac{q}{\ln 2}$ 이다.

(가) $f(0) = 1$ 이고 $f(8) \leq 100$ 이다.

(나) $0 \leq k \leq 7$ 인 각각의 정수 k 에 대하여

$$f(k+t) = f(k) \quad (0 < t \leq 1) \text{ 또는}$$

$$f(k+t) = 2^t \times f(k) \quad (0 < t \leq 1) \text{이다.}$$

(다) 열린 구간 $(0, 8)$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분 가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 자연수 이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.