

수학 영역(가형)

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

1. 지수방정식 $3^{x+2} = 96$ 의 근을 α 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?
[2점]

- ① $0 < \alpha < 1$
- ② $1 < \alpha < 2$
- ③ $2 < \alpha < 3$
- ④ $3 < \alpha < 4$
- ⑤ $4 < \alpha < 5$

2. 다항식 $(1+x)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

3. $\cos^2\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos 2\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

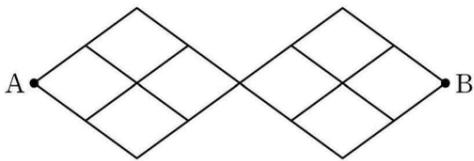
4. 한 개의 주사위를 6번 던질 때, 홀수의 눈이 5번 나올 확률은?
[3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{3}{32}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{5}{32}$ ⑤ $\frac{3}{16}$

5. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 꼭짓점은 타원 $\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점이다. $a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

6. 그림과 같이 마름모 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

7. 밀폐된 용기 속의 액체에서 증발과 응축이 계속하여 같은 속도로 일어나는 동적 평형 상태의 증기압을 포화 증기압이라 한다. 밀폐된 용기 속에 있는 어떤 액체의 경우 포화 증기압 P (mmHg)와 용기 속의 온도 t ($^{\circ}\text{C}$) 사이에 다음과 같은 관계식이 성립 한다고 한다 . $\log P = 8.11 - \frac{1750}{t + 235}$ ($0 < t < 60$) 용기 속의 온도가 15°C 일 때의 포화 증기압을 P_1 , 45°C 일 때의 포화 증기압을 P_2 라 할 때, $\frac{P_2}{P_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $10^{\frac{1}{4}}$ ② $10^{\frac{1}{2}}$ ③ $10^{\frac{3}{4}}$ ④ 10 ⑤ $10^{\frac{5}{4}}$

8. 함수 $f(x)$ 가 $x > -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$\ln(1+x) \leq f(x) \leq \frac{1}{2}(e^{2x}-1)$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② e ③ 3 ④ 4 ⑤ $2e$

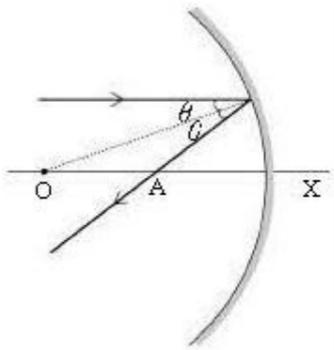
10. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = e^x + ax + a$$

를 만족시킬 때, $f(\ln 2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ e ④ 3 ⑤ $2e$

9. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 R 인 구면거울이 있다. 그림과 같이 OX 축에 평행하게 입사된 빛이 거울에 반사된 후 X 축과 만나는 점을 A 라고 할 때, 선분 OA 의 길이는? (단, 입사각과 반사각의 크기는 θ 로 같고, $0^\circ < \theta < 20^\circ$ 이다) [3점]

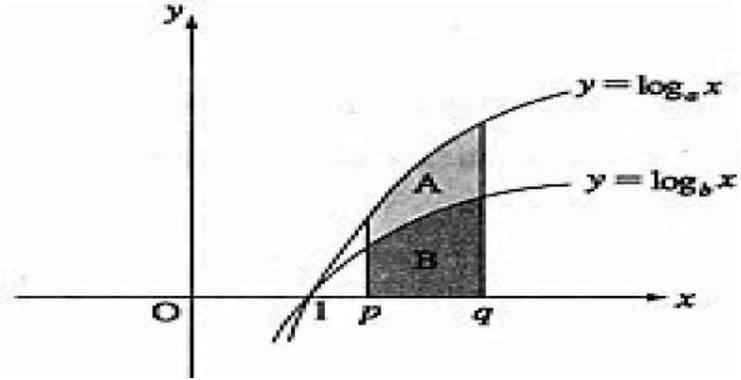


- ① $\frac{R}{2\cos\theta}$ ② $\frac{R}{2\sin\theta}$ ③ $R(1-\cos\theta)$
 ④ $\frac{R}{2\cos 2\theta}$ ⑤ $\frac{R}{2\sin 2\theta}$

11. A가 동전을 2개 던져서 나온 앞면의 개수만큼 B가 동전을 던진다. B가 던져서 나온 앞면의 개수가 1일 때, A가 던져서 나온 앞면의 개수가 2일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

12. 그림과 같이 두 직선 $x=p$, $x=q$ 와 x 축 및 곡선 $y=\log_a x$ 로 둘러싸인 부분을 곡선 $y=\log_b x$ 가 두 부분 A와 B로 나눈다. A와 B의 넓이를 각각 α , β 라 할 때, $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은? (단, $1 < a < b$, $1 < p < q$) [3점]

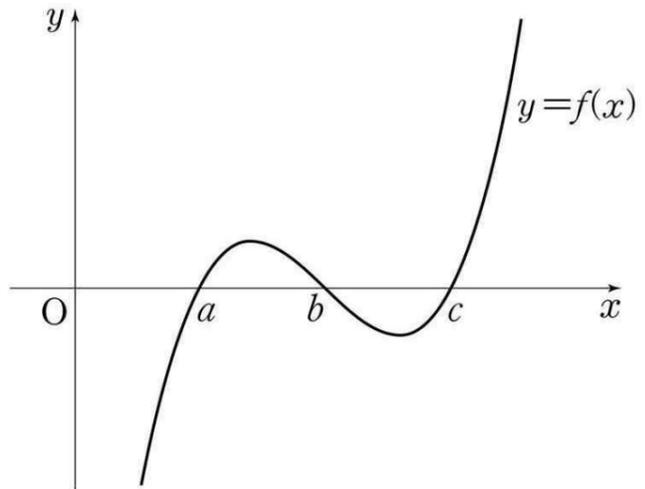


- ① $(\frac{b}{a}-1)(q-p)$ ② $\frac{a}{b}-1$ ③ $\log_a b-1$
 ④ $\log_b a-1$ ⑤ $(q-p)\log_b a$

13. 함수 $f(x) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 3\sin x$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 4 ② $\sqrt{17}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{19}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

14. 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f(x)$ 는 $\int_a^b f(x)dx = 3, \int_a^c f(x)dx = 0$ 을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보기>

ㄱ. $F(b) = F(a) + 3$
 ㄴ. 점 $(c, F(c))$ 는 곡선 $y = F(x)$ 의 변곡점이다.
 ㄷ. $-3 < F(a) < 0$ 이면 방정식 $F(x) = 0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

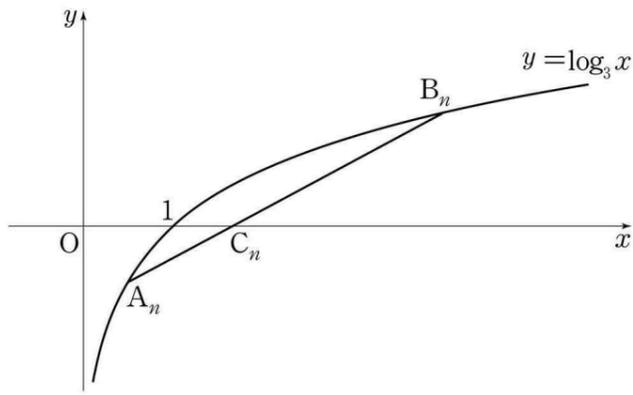
6

수학 영역(가형)

15. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 A_n 이라 하자. 그래프 위의 점 B_n 과 x 축 위의 점 C_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 C_n 을 이은 선분 $A_n B_n$ 과 x 축과의 교점이다.
- (나) $\overline{A_n C_n} : \overline{C_n B_n} = 1 : 2$

점 C_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{5}{6}$
- ⑤ 1

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고

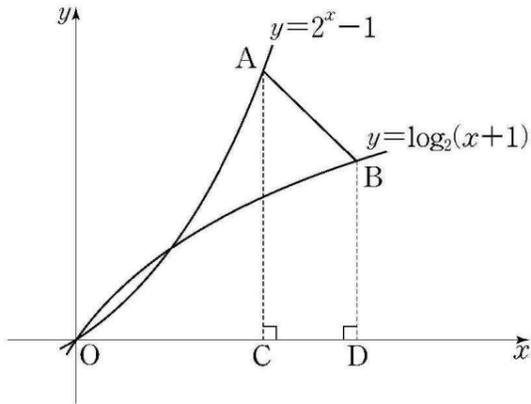
$$g'(x) \leq \frac{1}{3} \text{이다.}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{(x-3)g(x)} = \frac{8}{9}$$

$f(1)$ 의 값은? [4점]

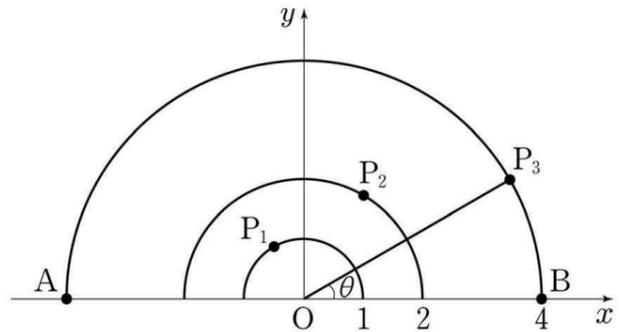
- ① -11
- ② -9
- ③ -7
- ④ -5
- ⑤ -3

17. 곡선 $y=2^x-1$ 위의 점 $A(2, 3)$ 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=\log_2(x+1)$ 과 만나는 점을 B 라 하자. 두 점 A, B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 $ACDB$ 의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

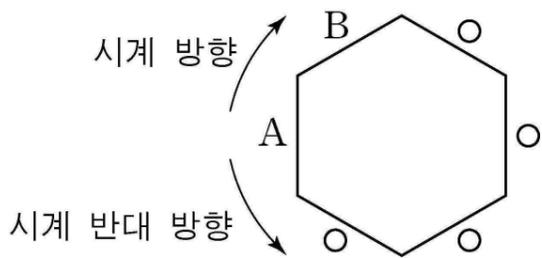
18. 그림과 같이 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1, 2, 4인 세 반원을 각각 O_1, O_2, O_3 이라 하자. 세 점 P_1, P_2, P_3 은 선분 OB 위에서 동시에 출발하여 각각 세 반원 O_1, O_2, O_3 위를 같은 속력으로 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. $\angle BOP_3 = \theta$ 라 하고 삼각형 ABP_1 의 넓이를 S_1 , 삼각형 ABP_2 의 넓이를 S_2 , 삼각형 ABP_3 의 넓이를 S_3 이라 하자. $3S_3 = 2(S_1 + S_2)$ 일 때, $\cos^3\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

19. A, B 를 포함한 6명의 정육각형 모양의 탁자에 그림과 같이 둘러앉아 주사위 한 개를 사용하여 다음 규칙을 따르는 시행을 한다.

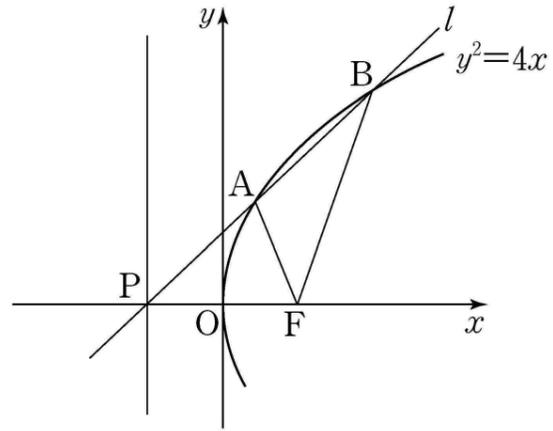
주사위를 가진 사람이 주사위를 던져 나온 눈의 수가 3의 배수이면 시계 방향으로, 3의 배수가 아니면 시계 반대 방향으로 이웃한 사람에게 주사위를 준다.



A 부터 시작하여 이 시행을 5번 한 후 B 가 주사위를 가지고 있을 확률은? [4점]

- ① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{8}{27}$ ④ $\frac{10}{27}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

20. 포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점을 F , 준선이 x 축과 만나는 점을 P , 점 P 를 지나고 기울기가 양수인 직선 l 이 포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하자. $\overline{FA} : \overline{FB} = 1 : 2$ 일 때, 직선 l 의 기울기는? [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{6}}{7}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

21. 삼차함수 $y = f(x)$ 가 다음을 만족 시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) - x = 0$ 이 서로 다른 세 실근 α, β, γ 를 갖는다.
 (나) $x = 3$ 일 때, 극값 7을 갖는다.
 (다) $f(f(3)) = 5$

$f(f(x))$ 를 $f(x) - x$ 로 나눈 몫을 $g(x)$, 나머지를 $h(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보기>
- ㄱ. α, β, γ 는 방정식 $f(f(x)) - x = 0$ 의 근이다.
 ㄴ. $h(x) = x$
 ㄷ. $g'(3) = 5$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 좌표 평면에서 직선 $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{a}$ 에 수직이고 $(b, 1)$ 를 지나는 직선의 방정식을 $c(x-1) + 2(y-1) = 0$ 라 할 때, abc 의 값을 구하시오. (단, $a \neq 0, c \neq 0$ 이다.) [3점]

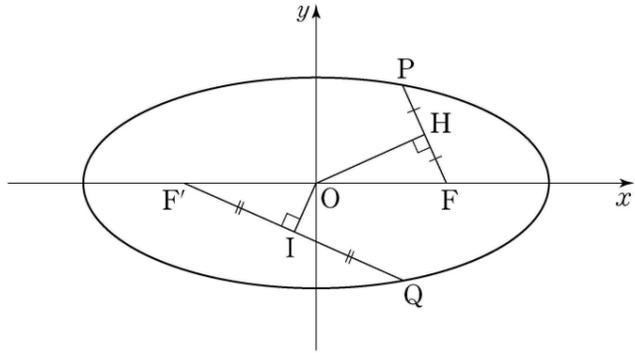
23. $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $(\cos 2x - \cos x) \sin x = 0$ 을 만족시키는 모든 해의 합은 $k\pi$ 이다. $10k$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 어느 동호회 회원 21명이 5인승, 7인승, 9인승의 차 3대에 나누어 타고 여행을 떠나려고 한다. 현재 5인승, 7인승, 9인승의 차에 각각 4명, 5명, 6명이 타고 있고, A, B를 포함한 6명이 아직 도착하지 않았다. 이 6명을 차 3대에 임의로 배정할 때, A와 B가 같은 차에 배정될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로 소인 자연수이다.) [4점]

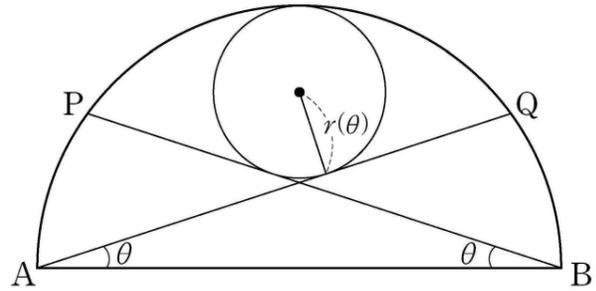
25. 어느 텔레비전 프로그램에 출연하는 여자 3명과 남자 4명의 출연자를 3개의 조로 나누려고 한다. 각 조에서 여자 1명과 남자 1명이 반드시 포함된다고 할 때, 7명의 출연자를 나누는 경우의 수는? [3점]

26. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기는 1이다. 함수 $f(2x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1, a)$ 에서의 접선의 기울기는 b 이다. $10(a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 두 점 $F(5,0)$, $F'(-5,0)$ 을 초점으로 하는 타원 위의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여 원점 O 에서 선분 PF 와 선분 QF' 에 내린 수선의 발을 각각 H 와 I 라 하자. 점 H 와 점 I 가 각각 선분 PF 와 선분 QF' 의 중점이고, $\overline{OH} \times \overline{OI} = 10$ 일 때, 이 타원 장축의 길이를 l 이라 하자. l^2 의 값을 구하시오. (단, $\overline{OH} \neq \overline{OI}$) [4점]



28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q 를 $\angle ABP = \angle BAQ = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)가 되도록 잡는다. 두 선분 AQ, BP 와 호 PQ 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}-0} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta} = p\sqrt{2} + q$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



29. 좌표평면에서 네 점 A_0, A_1, A_2, A_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad |\overrightarrow{A_0A_2}| = |\overrightarrow{A_1A_3}| = 2$$

$$(나) \quad \frac{1}{2} \overrightarrow{A_0A_3} \cdot \left(\overrightarrow{A_0A_k} - \frac{1}{2} \overrightarrow{A_0A_3} \right) = \cos \frac{3-k}{3} \pi$$

$(k = 1, 2, 3)$

$|\overrightarrow{A_1A_2}|$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오. [4점]

30. 함수 $f(x) = e^{x+1} - 1$ 과 자연수 n 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 100 |f(x)| - \sum_{k=1}^n |f(x^k)|$$

이라 하자. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.