

# 수학 영역(가형)

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

1.  $\log_2(\log_3 x) < 1$ 을 만족하는  $x$ 의 값 중 최소의 정수는? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{1}{6x}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{e^2}$       ②  $\frac{1}{e}$       ③  $\sqrt{e}$       ④  $e$       ⑤  $e^2$

3. 두 벡터  $\vec{a} = (x+1, 2)$ ,  $\vec{b} = (1, -x)$ 가 서로 수직일 때,  $x$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

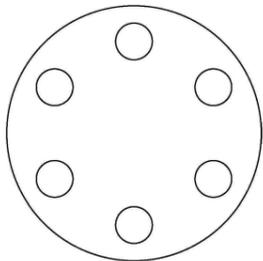
4. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고  $P(A \cup B) = \frac{5}{7}$ ,  $P(A^c) = \frac{6}{7}$ 일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{4}{7}$       ②  $\frac{25}{42}$       ③  $\frac{13}{21}$       ④  $\frac{9}{14}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

5. 쌍곡선  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$  위의 점  $(2, 1)$ 에서의 접선이  $y$ 축과 만나는 점의  $y$ 좌표는? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 2    ⑤ 3

6. 그림과 같이 최대 6개의 용기를 넣을 수 있는 원형의 실험기구가 있다. 서로 다른 6개의 용기  $A, B, C, D, E, F$ 를 이 실험 기구에 모두 넣을 때,  $A$ 와  $B$ 가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 36    ② 48    ③ 60    ④ 72    ⑤ 84

7. 두 초점이  $F, F'$ 이고, 장축의 길이가 10, 단축의 길이가 6인 타원이 있다. 중심이  $F$ 이고, 점  $F'$ 을 지나는 원과 이 타원의 두 교점 중 한 점을  $P$ 라 하자. 삼각형  $PF F'$ 의 넓이는? [3점]

- ①  $2\sqrt{10}$     ②  $3\sqrt{5}$     ③  $3\sqrt{6}$     ④  $3\sqrt{7}$     ⑤  $\sqrt{70}$

8. 함수  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a \ln x$  ( $a > 0$ )의 극솟값이 0일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{e}$       ②  $\frac{2}{e}$       ③  $\sqrt{e}$       ④  $e$       ⑤  $2e$

9. 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x} - 1}{x(e^x + 1)} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$$

이다.  $f(x)$ 가  $x = 0$ 에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

10. 남학생 수와 여학생 수의 비가 2:3인 어느 고등학교에서 전체 학생의 70%가 K자격증을 가지고 있고, 나머지 30%는 가지고 있지 않다. 이 학교의 학생 중에서 임의로 한 명을 선택할 때, 이 학생이 K자격증을 가지고 있는 남학생일 확률이  $\frac{1}{5}$ 이다. 이 학교의 학생 중에서 임의로 선택한 학생이 K자격증을 가지고 있지 않을 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{5}{12}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{7}{12}$

11. 두 벡터  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ 에 대하여  $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{b}|=3$ ,  $|\vec{a}-2\vec{b}|=6$ 일 때,  
내적  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 4      ③ 3      ④ 2      ⑤ 1

12. 두 원소 A, B가 들어있는 기체 K가 기체확산장치를 통과하면 A, B의 농도가 변한다. 기체확산장치를 통과하기 전 기체 K에 들어있는 A, B의 농도를 각각  $a_0$ ,  $b_0$ 이라 하고, 기체확산장치를  $n$ 번 통과한 기체에 들어있는 A, B의 농도를 각각  $a_n$ ,  $b_n$

이라 하자.  $c_0 = \frac{a_0}{b_0}$ ,  $c_n = \frac{a_n}{b_n}$ 이라 하면 다음 관계식이 성립한

다고 한다.

$$c_n = 1.004 \times c_{n-1}$$

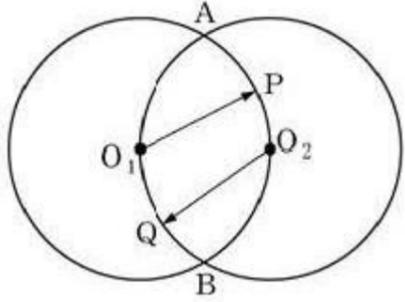
$c_0 = \frac{1}{99}$ 일 때, 기체 K가 기체확산장치를  $n$ 번 통과하면

$c_n \geq \frac{1}{9}$ 이 된다. 자연수  $n$ 의 최솟값은? (단,  $\log 1.1 = 0.0414$ ,

$\log 1.004 = 0.0017$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 593      ② 613      ③ 633      ④ 653      ⑤ 673

13. 평면 위의 두 점  $O_1, O_2$  사이의 거리가 1일 때,  $O_1, O_2$  를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 두 원의 교점을  $A, B$ 라 하자. 호  $AO_2B$  위의 점  $P$ 와 호  $AO_1B$  위의 점  $Q$ 에 대하여 두 벡터  $\vec{O_1P}, \vec{O_2Q}$ 의 내적  $\vec{O_1P} \cdot \vec{O_2Q}$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값은? [3점]



- ① -1      ②  $-\frac{1}{2}$       ③ 0      ④  $\frac{1}{4}$       ⑤ 1

14. 쌍곡선  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$  위의 점  $(a, b)$ 에서의 접선이 타원

$\frac{(x-2)^2}{4} + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

[4점]

- ① 50      ② 52      ③ 54      ④ 56      ⑤ 58

# 6

## 수학 영역(가형)

15. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치벡터를

$$\vec{p}=(x, y) \text{라 하면 } x=\frac{e^t+e^{-t}}{2}, y=\frac{e^t-e^{-t}}{2} \text{ 이 성립한다. 이때,}$$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

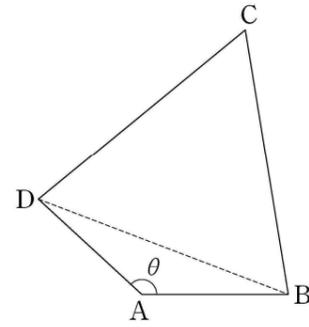
< 보 기 >

- ㄱ.  $t=1$ 에서 점 P의 속도  $\vec{v}$ 와 위치벡터  $\vec{p}$ 는 서로 수직이다.
- ㄴ. 임의의 시각  $t$ 에서 점 P의 가속도  $\vec{a}$ 와 위치벡터  $\vec{p}$ 는 서로 같다.
- ㄷ. 점 P가  $t=0$ 에서  $t=1$ 까지 움직인 거리는 1 이상이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

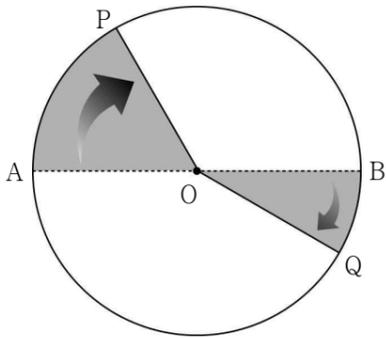
16. 평면에 있는 사각형 ABCD가  $\overline{AB}=\overline{AD}=1, \overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DB}$

를 만족시킨다.  $\angle DAB=\theta$ 라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이가 최대가 되도록 하는  $\theta$ 에 대하여  $60\sin^2\theta$ 의 값은? [4점]



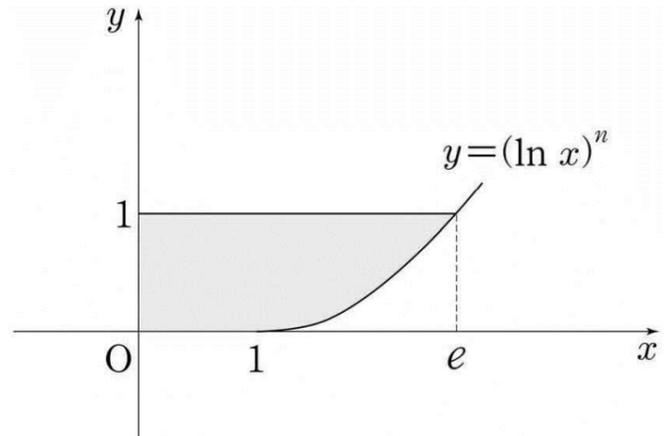
- ① 15                      ② 20                      ③ 25                      ④ 30                      ⑤ 35

17. 두 점 A, B를 지름의 양 끝으로 하고 반지름의 길이가 10인 원 O 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 두 선분 OP, OQ는 각각 선분 OA, OB에서 동시에 출발하여 점 O를 중심으로 시계 방향으로 회전한다. 각각 일정한 속도로 한 바퀴 도는데 선분 OP는 30초, OQ는 60초 걸린다. 원의 내부가 처음에는 흰색이나, 두 선분 OP, OQ가 회전하면서 지나간 부분은 흰색은 검은색으로, 검은색은 흰색으로 바뀐다. 두 선분 OP, OQ가 출발한 지 800초 후의 검은색 부분의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{50}{3}\pi$       ②  $25\pi$       ③  $\frac{100}{3}\pi$   
 ④  $\frac{125}{3}\pi$       ⑤  $50\pi$

18. 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y = (\ln x)^n$  ( $x \geq 1$ )과  $x$ 축,  $y$ 축 및 직선  $y=1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S_n$ 이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보기>

- ㄱ.  $1 \leq x \leq e$ 일 때,  $(\ln x)^n \geq (\ln x)^{n+1}$  이다.  
 ㄴ.  $S_n < S_{n+1}$   
 ㄷ. 함수  $f(x) = (\ln x)^n$  ( $x \geq 1$ )의 역함수를  $g(x)$ 라 하면  $S_n = \int_0^1 g(x)dx$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 정의역  $\{x|x > -1\}$ 인 함수  $f(x)$ 에 대하여

$f'(x) = \frac{1}{(1+x^3)^2}$ 이고, 함수  $g(x) = x^2$ 일 때,

$\int_0^1 f(x)g'(x)dx = \frac{1}{6}$  이다.  $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{2}{9}$       ③  $\frac{5}{18}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{7}{18}$

20. 구간  $[0, \frac{\pi}{2}]$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$f(\frac{\pi}{4})$ 의 값은?[4점]

$$(가) \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt = 1$$

$$(나) \cos x \int_0^x f(t)dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt$$

(단,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ )

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 1

21. 정의역이  $\{x \mid 0 \leq x \leq \pi\}$ 인 함수  $f(x) = 2x \cos x$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

단답형

<보기>

ㄱ.  $f'(a) = 0$ 이면  $\tan a = \frac{1}{a}$ 이다.

ㄴ. 함수  $f(x)$ 가  $x = a$ 에서 극댓값을 가지는  $a$ 가 구간  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ 에 있다.

ㄷ. 구간  $[0, \frac{\pi}{2}]$ 에서 방정식  $f(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 방정식  $x + y + z = 17$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z$ 에 대하여 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수를 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = \ln(2x - 1)$ 에 대하여  $f'(10) = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p + q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24.  $\tan 2\alpha = \frac{5}{12}$  일 때,  $\tan \alpha = p$ 이다.  $60p$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [3점]

26. 함수  $f(x) = (x+1)^{\frac{3}{2}}$ 과 실수 전체의 집합에서 미분가능한

함수  $g(x)$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 를  $h(x) = (g \circ f)(x)$ 라 하자.

$h'(0) = 15$ 일 때,  $g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 휴대 전화의 메인 보드 또는 액정 화면 고장으로 서비스센터에 접수된 200건에 대하여 접수 시기를 품질보증 기간 이내, 이후로 구분한 결과는 다음과 같다.

(단위: 건)

구분	메인 보드 고장	액정 화면 고장	합계
품질보증 기간 이내	90	50	140
품질보증 기간 이후	$a$	$b$	60

접수된 200건 중에서 임의로 선택한 1건이 액정 화면 고장 건일 때, 이 건의 접수 시기가 품질보증 기간 이내일 확률이  $\frac{2}{3}$ 이다.

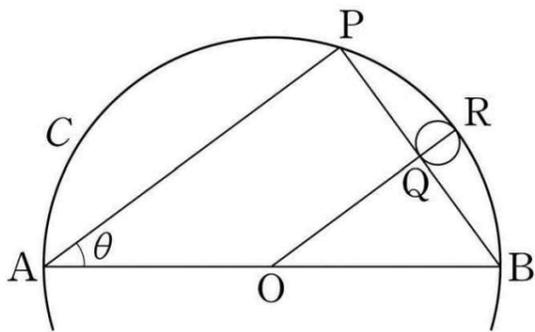
$a - b$ 의 값을 구하시오. (단, 메인 보드와 액정 화면 둘 다 고장인 경우는 고려하지 않는다.) [3점]

27. 중심이  $O$ 이고, 두 점  $A, B$ 를 지름의 양끝으로 하며 반지름의 길이가 1인 원  $C$ 가 있다. 그림과 같이 원  $C$  위의 점  $P$ 에 대하여 점  $O$ 를 지나고 직선  $AP$ 와 평행한 직선이 선분  $PB$ 와 만나는 점을  $Q$ , 호  $PB$ 와 만나는 점을  $R$ 라 하자.

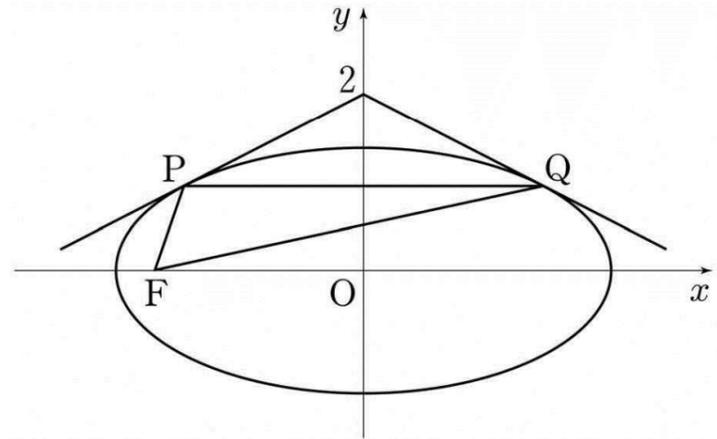
$\angle PAB = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )라 하고, 점  $Q$ 와 점  $R$ 를 지름의 양 끝

으로 하는 원의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^4} = \frac{q}{p}\pi$ 이다.

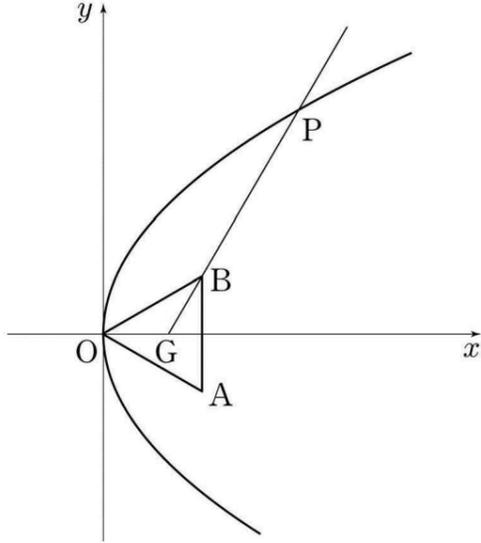
$p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $\overline{QR} < 1$ 이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로수인 자연수이다.) [4점]



28. 점  $(0, 2)$ 에서 타원  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각  $P, Q$ 라 하고, 타원의 두 초점 중 하나를  $F$ 라 할 때, 삼각형  $PFQ$ 의 둘레의 길이는  $a\sqrt{2}+b$ 이다.  $a^2+b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 유리수이다.) [4점]



29. 그림과 같이 한 변의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형  $OAB$ 의 무게 중심  $G$ 가  $x$ 축 위에 있다. 꼭짓점이  $O$ 이고 초점이  $G$ 인 포물선과 직선  $GB$ 가 제1사분면에서 만나는 점을  $P$ 라 할 때, 선분  $GB$ 를 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]



30. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를  $a_n$ 이라 하자.

- (㉠) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은  $(n, 2^n)$ 이다.
- (㉡) 정사각형과 그 내부에 있는 점  $(x, y)$  중에서  $x$ 가 자연수이고,  $y = 2^x$ 을 만족시키는 점은 3개뿐이다.

예를 들어,  $a_1 = 12$ 이다.  $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항  
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.