

# 수학 영역(나형)

제 2 교시

성명	
----	--

수험번호						3			
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

1.  $3 \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 12      ② 15      ③ 18      ④ 21      ⑤ 24

3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 분수함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프가 직선  $y = ax$ 에 대하여 대칭이 되는 상수  $a$ 의 값을 모두 더하면? [2점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 배반사건이고  $P(A \cup B) = 4P(B) = 1$ 일 때,  $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{3}{8}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{8}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

# 2

## 수학 영역(나형)

5. 지수는 다음 규칙에 따라 월요일부터 금요일까지 5일 동안 하루에 한 가지씩 운동을 하는 계획을 세우려고 한다.

- (가) 5일 중 3일을 선택하여 요가를 한다.  
 (나) 요가를 하지 않는 2일 중 하루를 선택하여 수영, 줄넘기 중 한가지를 하고, 남은 하루는 농구, 축구 중 한가지를 한다.

지수가 세울 수 있는 계획의 가짓수는? [3점]

- ① 50      ② 60      ③ 70      ④ 80      ⑤ 90

6. 무리수 전체의 집합을  $X$ 라 할 때,  $X$ 에서  $X$ 로의 함수인 것을 모두 고른 것은? [3점]

- ㄱ.  $f(x) = x + 1$   
 ㄴ.  $g(x) = x + \sqrt{2}$   
 ㄷ.  $h(x) = x^2$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄷ

7. 함수  $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & (x \neq 1) \\ a & (x = 1) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

8. 첫째항이 3이고, 공비가 3인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 7}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10.  $\sum_{k=1}^n \frac{4}{k(k+1)} = \frac{15}{4}$ 일 때  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

9. 함수  $f(x) = x^2 + 4x$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?

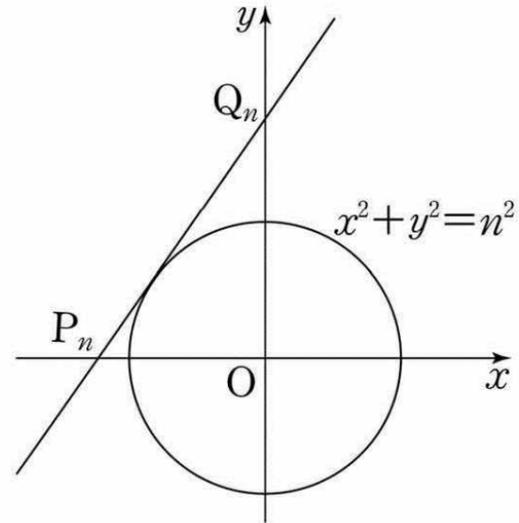
[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

11. 함수  $f(x)=4x-3$ 에 대하여 함수  $g$ 가  $(g \circ f)(x)=x$ 를 만족시킬 때,  $f^{-1}(5)+g^{-1}(5)$ 의 값은? [3점]

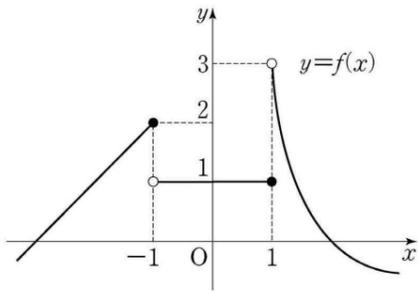
- ① 11      ② 13      ③ 15      ④ 17      ⑤ 19

12. 좌표평면에서 자연수  $n$ 에 대하여 기울기가  $n$ 이고  $y$ 절편이 양수인 직선이 원  $x^2+y^2=n^2$ 에 접할 때, 이 직선이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각  $P_n, Q_n$ 이라 하자.  $l_n = \overline{P_n Q_n}$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{2n^2}$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{5}{8}$

13. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치  $x$ 가  $x = -t^2 + 4t$ 이다.  $t = a$ 에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

# 6

## 수학 영역(나형)

15. 네 개의 자연수 1, 2, 4, 8 중에서 중복을 허락하여 세 수를 선택할 때, 세 수의 곱이 100이하가 되도록 선택하는 경우의 수는?  
[4점]

- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

16. 함수  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + a$ 의 극댓값이 10일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

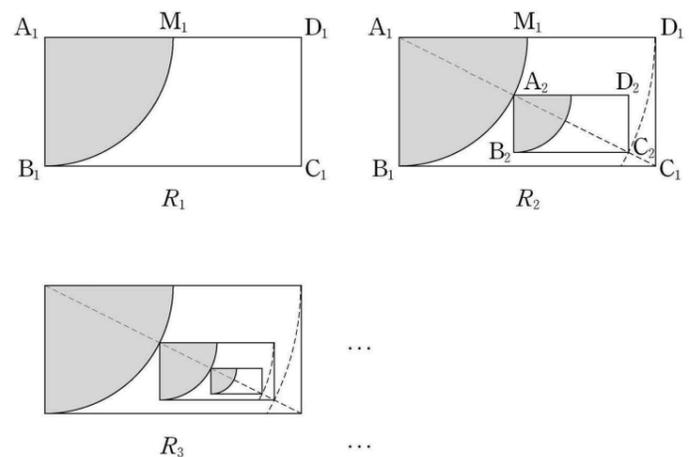
- ① -12      ② -10      ③ -8      ④ -6      ⑤ -4

17. 이차방정식  $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,

$$\sum_{k=1}^{10} (k-\alpha)(k-\beta) \text{의 값은? [4점]}$$

- ① 255    ② 265    ③ 275    ④ 285    ⑤ 295

18. 그림과 같이  $\overline{A_1D_1}=2, \overline{A_1B_1}=1$ 인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분  $A_1D_1$ 의 중점을  $M_1$ 이라 하자. 중심이  $A_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 을 그리고, 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 의 호  $B_1M_1$ 이 선분  $A_1C_1$ 과 만나는 점을  $A_2$ 라 하고, 중심이  $A_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{A_1D_1}$ 인 원이 선분  $A_1C_1$ 과 만나는 점을  $C_2$ 라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 2:1이고 가로가 선분  $A_1D_1$ 과 평행한 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{5}{16}\pi$     ②  $\frac{11}{32}\pi$     ③  $\frac{3}{8}\pi$     ④  $\frac{13}{32}\pi$     ⑤  $\frac{7}{16}\pi$

19. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 의 부분집합  $A$ 에 대하여  $f(A)$ 를  $A$ 에 속하는 모든 원소의 합이라고 하자.  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여, <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $f(\phi) = 0$ ) [3점]

$\neg$ . $f(A^c) = f(U) - f(A)$ $\sqsubset$ . $A \subset B$ 이면, $f(A) \leq f(B)$ 이다. $\sqsupset$ . $f(A \cup B) = f(A) + f(B)$
--

- ①  $\sqsubset$                       ②  $\neg, \sqsubset$                       ③  $\neg, \sqsupset$   
 ④  $\sqsubset, \sqsupset$                       ⑤  $\neg, \sqsubset, \sqsupset$

20. 다음은  $n \geq 2$ 인 자연수  $n$ 에 대하여  $\sqrt{n^2-1}$ 이 무리수임을 증명한 것이다.

<증명>

$\sqrt{n^2-1}$ 이 유리수라고 가정하면  $\sqrt{n^2-1} = \frac{q}{p}$  ( $p, q$ 는 서로소인 자연수)로 놓을 수 있다.

이 식의 양변을 제곱하여 정리하면  $p^2(n^2-1) = q^2$ 이다.

$p$ 는  $q^2$ 의 약수이고  $p, q$ 는 서로소인 자연수이므로

$n^2 = \boxed{\text{(가)}}$  이다.

자연수  $k$ 에 대하여

(i)  $q = 2k$  일 때

$(2k)^2 < n^2 < \boxed{\text{(나)}}$  인 자연수  $n$ 이 존재하지 않는다.

(ii)  $q = 2k+1$  일 때

$\boxed{\text{(나)}} < n^2 < (2k+2)^2$ 인 자연수  $n$ 이 존재하지 않는다.

(i)과 (ii)에 의하여  $\sqrt{n^2-1} = \frac{q}{p}$  ( $p, q$ 는 서로소인 자연수)를

만족하는 자연수  $n$ 은 존재하지 않는다.

따라서  $\sqrt{n^2-1}$ 은 무리수이다.

- 위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(q), g(k)$ 라 할 때,  $f(2)+g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 50                      ② 52                      ③ 54                      ④ 56                      ⑤ 58

21. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수  $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $g(1) = 0$   
 (나)  $\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-1)(n-2) \quad (n = 1, 2, 3, 4)$

$g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

단답형

22. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{ 는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 하자. 조건  $p$ 가 " $p: x$ 는 소수이다."일 때, 명제  $\sim p \rightarrow q$ 가 참이 되게 하는 집합  $Q$ 의 개수를 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = (2x^2 - 1)(x^2 + x - 2)$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 어느 직업 체험 행사에 참여한 300명의 A 고등학교 1,2학년 중 남학생과 여학생의 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	남학생	여학생
1 학년	80	60
2 학년	90	70

이 행사에 참가한 A 고등학교 1,2학년 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 여학생일 때, 이 학생이 2학년 학생일 확률을  $\frac{q}{p}$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+1}\right)$ 이 수렴할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

26. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 15$ 이고,

$$\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) = 2n + 1 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다.  $a_{10}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선  $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{3} (x > 0)$  위를 움직이는 점  $P$ 와 직선  $x - y - 10 = 0$  사이의 거리를 최소가 되게 하는 곡선 위의 점  $P$ 의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 자연수  $n$ 에 대하여 점  $(3n, 4n)$ 을 중심으로 하고  $y$ 축에 접하는 원  $O_n$ 이 있다. 원  $O_n$  위를 움직이는 점과 점  $(0, -1)$  사이의 거리의 최댓값을  $a_n$ , 최솟값을  $b_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 다항함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = -11$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -9$ 를

만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} x f\left(\frac{1}{x}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $f(0) = -3$

(나) 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여

$6x - 6 \leq f(x) \leq 2x^3 - 20$ 이다.

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.