수학 영역(가형)

제 2 교시 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 3 | | | | | *1*

1. 지수방정식 $\frac{16^x}{2}=2^{x+3}$을 만족시키는 x의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

2. 좌표공간에서 직선 $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}$가 직선 $y=2$와 만나는 점의 좌표를 (a,b)라 할 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $y=\frac{\ln x}{x}$가 최댓값을 가질 때의 x의 값은? [2점]

① 1 ② e ③ $\frac{1}{e}$ ④ $2e$ ⑤ e^2

4. 좌표평면 위의 점 $(-1,0)$에서 쌍곡선 $x^2-y^2=2$에 그은 접선의 방정식을 $y=mx+n$이라 할 때, m^2+n^2의 값은? (단, m, n은 상수이다.) [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

무단배포금지

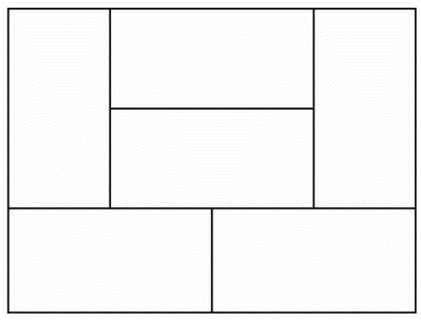
5. $0 \le \theta \le 2\pi$일 때, $\frac{1}{3+4\sin^2\theta}+\frac{1}{3+4\cos^2\theta}$의 최솟값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

6. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x^2}-1}{\tan x \sin 2x}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

7. 그림과 같이 경계가 구분된 6개 지역의 인구조사를 조사원 5명이 담당하려고 한다. 5명 중에서 1명은 서로 이웃한 2개 지역을, 나머지 4명은 남은 4개 지역을 각각 1개씩 담당한다. 이 조사원 5명의 담당 지역을 정하는 경우의 수는?(단, 경계가 일부라도 닿은 두 지역은 서로 이웃한 지역으로 본다.) [3점]



① 720 ② 840 ③ 960 ④ 1080 ⑤ 1200

무단 복제 및 배포 금지

8. 닫힌 구간 $\left[\frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi\right]$에서 함수 $f(x)=\sqrt{3}\sin x+\cos x+1$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

9. 좌표평면 위의 점 A가 부등식 $y \geq \frac{1}{4}x^2+3$이 나타내는 영역에서 움직일 때, 벡터 $\overrightarrow{OB}=\frac{\overrightarrow{OA}}{|\overrightarrow{OA}|}$의 종점 B가 나타내는 도형의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $\frac{\pi}{3}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ 3

10. $1 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $\alpha x \leq e^x \leq \beta x$ 가 성립하도록 상수 α, β를 정할 때, $\beta-\alpha$의 최솟값은? [3점]

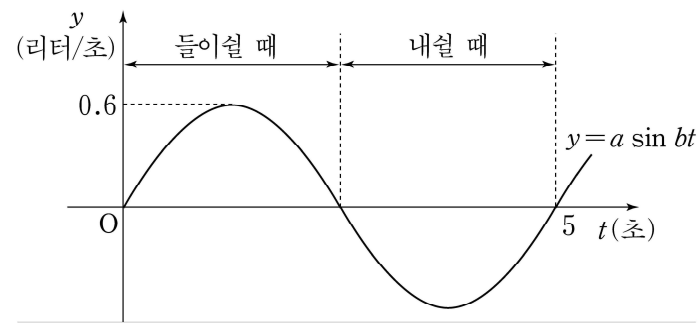
① $\frac{e}{2}$ ② e ③ $e\left(\frac{e^3}{4}-1\right)$
④ $e\left(\frac{e^2}{3}-1\right)$ ⑤ $e\left(\frac{e}{2}-1\right)$

무단 배포 및 무단 복제 금지

11. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 t에 대하여 $\int_0^2 xf(tx)dx = 4t^2$ 을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 오른쪽 그래프는 어떤 사람이 정상적인 상태에 있을 때 시각에 따라 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률(리터/초)을 나타낸 것이다. 숨을 들이쉬기 시작하여 t초일 때 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률을 y라 하면, 함수 $y = a\sin bt$ (a, b는 양수)로 나타낼 수 있다. 이때, y의 값은 숨을 들이쉴 때는 양수, 내쉴 때는 음수가 된다.



이 함수의 주기가 5초이고, 최대 흡입률이 0.6(리터/초)일 때, 숨을 들이쉬기 시작한 시각으로부터 처음으로 흡입률이 -0.3(리터/초)이 되는 데 걸리는 시간은? [3점]

① $\frac{35}{12}$초 ② $\frac{37}{12}$초 ③ $\frac{30}{11}$초 ④ $\frac{31}{11}$초 ⑤ $\frac{35}{31}$초

도곡동 막샘의 막수학

13. 지수함수의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보기>

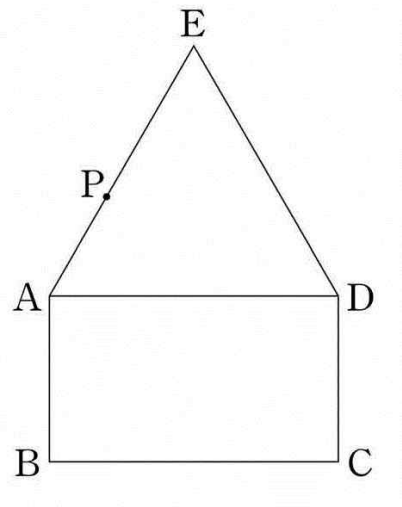
ㄱ. $y=2^x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭 이동하면 $y=\frac{1}{2^x}$의 그래프가 된다.

ㄴ. $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 $y=2^x$의 그래프보다 아래에 놓이게 된다.

ㄷ. $y=\sqrt{2}\cdot 2^x$ 의 그래프를 x축의 방향으로 평행이동하여 $y=2^x$의 그래프를 얻을 수 있다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 평면에서 그림과 같이 $\overline{AB}=1$ 이고 $\overline{BC}=\sqrt{3}$ 인 직사각형 $ABCD$와 정삼각형 EAD가 있다. 점 P가 선분 AE 위를 움직일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



ㄱ. $|\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CP}|$의 최솟값은 1이다.

ㄴ. $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CP}$의 값은 일정하다.

ㄷ. $|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CP}|$의 최솟값은 $\frac{7}{2}$이다.

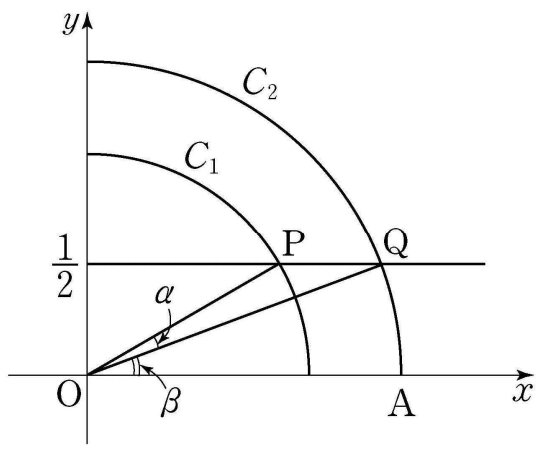
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

무단 배포 금지

15. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, \sqrt{3}), B(-1, -\sqrt{3})$에 대하여 점 P는 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$을 만족시킬 때, 점 $Q(3, 4)$에 대하여 $|\overrightarrow{QP}|$가 자연수가 되는 점의 개수는? [4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

16. 좌표평면에서 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1, $\sqrt{2}$인 두 원 C_1, C_2가 있다. 직선 $y = \frac{1}{2}$이 원 C_1, C_2와 제 1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라고 하자. 점 $\mathrm{A}(\sqrt{2}, 0)$에 대하여 $\angle \mathrm{QOP} = \alpha$, $\angle \mathrm{AOQ} = \beta$라고 할 때, $\sin(\alpha - \beta)$의 값은? [4점]



① $\frac{3-\sqrt{14}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{14}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{14}}{8}$
④ $\frac{3-\sqrt{21}}{8}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{21}}{8}$

도곡동 막샘의 무단 복제 및 배포 금지

17. $0<A<\pi$, $0<B<\pi$ 인 서로 다른 두 각 A, B에 대하여 $\sin A=\sin B$를 만족할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

<보기>

ㄱ. $\sin\frac{A+B}{2}=1$

ㄴ. $\sin\frac{A}{2}-\cos\frac{B}{2}=0$

ㄷ. $\tan A+\tan B=0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 두 타원이 점 F를 한 초점으로 공유하고 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 두 타원의 장축의 길이가 각각 16, 24이고, 두 타원의 나머지 초점을 각각 F_1, F_2라 할 때, $|\overline{PF_1}-\overline{PF_2}|+|\overline{QF_1}-\overline{QF_2}|$의 값은? [4점]

① 16 ② 14 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

무단 복제 및 배포 금지

19. 삼각방정식 $2\sin x - 4\sin x\cos^2 x - \cos 2x + 1 = 0$을 만족시키는 모든 근의 합은? (단, $0 \le x < 2\pi$) [4점]

① $\frac{5}{2}\pi$ ② $\frac{11}{4}\pi$ ③ 3π ④ $\frac{13}{7}\pi$ ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

20. 주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복한다. 주머니 안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A라 하자. 시행을 6번 하였을 때, 1회부터 5회 까지는 사건 A가 일어나지 않고, 6회에서 사건 A가 일어날 확률은? [4점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

무단 복제 및 배포 금지

21. 다항함수 $f(x)$에 대하여 다음 표는 x의 값에 따른 $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x<1$	$x=1$	$1<x<3$	$x=3$
$f'(x)$		0		1
$f''(x)$	$+$		$+$	0
$f(x)$		$\frac{\pi}{2}$		π

함수 $g(x)=\sin(f(x))$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $g'(3)=-1$

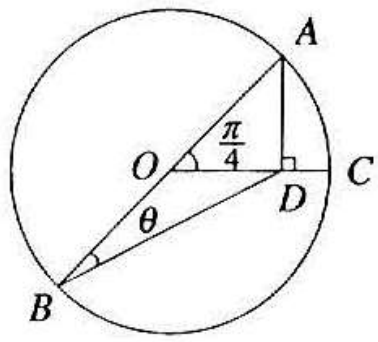
ㄴ. $1<a<b<3$이면 $-1<\dfrac{g(b)-g(a)}{b-a}<0$이다.

ㄷ. 점 $\mathrm{P}(1,\ 1)$은 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

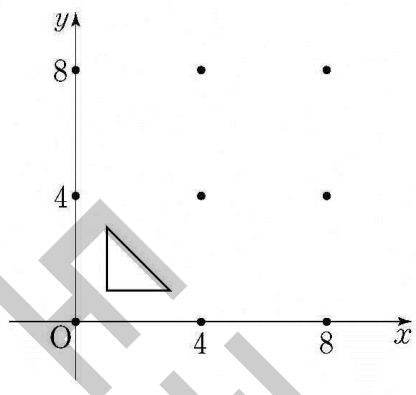
22. 그림에서 선분 AB는 원O의 지름이고, $\angle\mathrm{AOC}=\dfrac{\pi}{4}$, $\overline{\mathrm{OC}}\perp\overline{\mathrm{AD}}$이다. $\angle\mathrm{ABD}=\theta$ 일 때, $\sin 2\theta=a$라 할 때, $60a$의 값을 구하시오. [3점]



23. 차량들이 고속도로를 차선의 변경 없이 모두 같은 속력 v(m/초)를 유지하면서 달리고 있다고 하자. 제동거리를 고려한 최소 차간 거리는 $f(v)=\dfrac{1}{20}v^2+\dfrac{1}{2}v+5(m)$ 로 나타낼 수 있다. 60초 동안 한 차선의 일정 지점을 통과할 수 있는 최대 차량의 수를 구하시오. (단, 차량의 길이는 무시한다.) [3점]

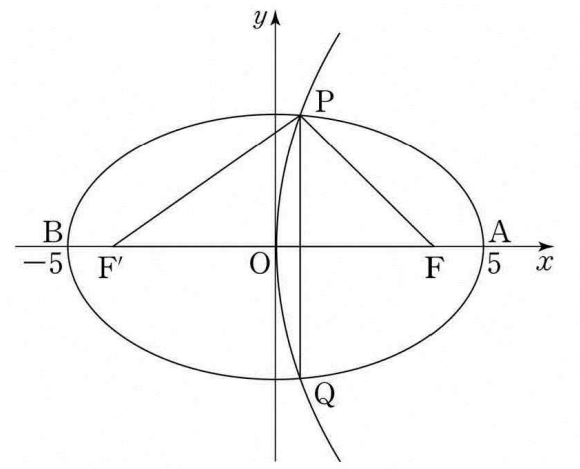
도곡동 막샘의 막수학

24. 좌표평면 위에 9개의 점 $(i, j)(i=0, 4, 8, j=0, 4, 8)$이 있다. 이 9개의 점 중 네 점을 꼭지점으로 하는 사각형 중에서 내부에 세 점 $(1, 1)$, $(3, 1)$, $(1, 3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 포함하는 사각형의 개수를 구하시오. [3점]



25. 함수 $f(x)=\ln(e^x-1)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 양수 a에 대하여 $\frac{1}{f'(a)}+\frac{1}{g'(a)}$의 값을 구하시오. [3점]

26. 좌표평면에서 두 점 $A(5,0)$, $B(-5,0)$에 대하여 장축이 선분 AB인 타원의 두 초점을 F, F'이라 하자. 초점이 F이고 꼭짓점이 원점인 포물선이 타원과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ}=2\sqrt{10}$일 때, 두 선분 PF와 PF'의 길이의 곱 $\overline{PF}\times\overline{PF'}$의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



무단 배포 금지

27. 좌표평면에서 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q, 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$과 점 P를 지나는 직선이 x축과 만나는 점을 R라 하자. $\angle \mathrm{QOP} = \theta$라 하고 삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$라고 하자. $\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \alpha$일 때, 100α의 값을 구하 시오. (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]

28. 세 양수 a, b, c에 대하여

$$\lim_{x \to \infty} x^a \ln\left(b + \frac{c}{x^2}\right) = 2$$

일 때, $a+b+c$의 값을 구하시오. [4점]

무단 배포 및 무단 복제 금지

29. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 P가 선분 AH 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}|$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

30. 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족 시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f(x) > 0$이다.
(나) 임의의 양의 실수 t에 대하여 세 점
$(0,\ 0)$, $(t,\ f(t))$, $(t+1,\ f(t+1))$을
꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{t+1}{t}$이다.
(다) $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx = 2$

$\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x}dx = \frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

도곡동 막샘의 막수학

※ 확인사항
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.