

제 2 교시

# 수학 영역(가형)

5지선다형

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

2. 좌표평면 위의 두 직선  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3}$ ,  $\frac{x+3}{k} = \frac{4-y}{4}$ 가 수직이기 위한 상수  $k$ 의 값은? [2점]

- ① -6      ② -3      ③ 2      ④ 3      ⑤ 6

3.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 곡선  $y = e^{x-1}$ 의 접선 중에서 기울기가 2인 것의  $y$ 절편은? [3점]

- ①  $-2\ln 2$       ②  $-\ln 2$       ③ 0  
 ④  $\ln 2$       ⑤  $2\ln 2$

# 2

## 수학 영역(가형)

5. 연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식

$$f(x) = \int_0^1 (e^x + 1)f(t)dt + 1$$

를 만족한다.  $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{1-e}$       ②  $\frac{2}{1-e}$       ③  $\frac{2e}{1-e}$   
 ④  $\frac{1}{1+e}$       ⑤  $\frac{2e}{1+e}$

6. 함수  $f(x) = \{x^2 - (a+2)x + 2(a+1)\}e^x$ 에 대한 다음 명제가 참이 되는 정수  $a$ 의 값의 개수는? [3점]

서로 다른 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 이다.

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 남학생 5명과 여학생 3명을 원탁에 앉힐 때, 임의의 두 여학생 사이에는 적어도 한 명의 남학생이 들어가도록 앉히는 방법의 수는? [3점]

- ① 180                      ② 360                      ③ 720  
 ④ 1440                    ⑤ 2880

8. 서로 배반이 아닌 두 사건  $A, B$ 가

$$P(B|A) = P(A|B) = \frac{2}{3}P(A), \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

을 만족할 때,  $P(A)$ 의 값은? (단,  $A$ 와  $B$ 는 공사건이 아니다.)  
[3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

9. 서로 다른 세 점  $A, B, C$ 에 대하여

$$\vec{OA} = t\vec{a} + 4\vec{b}, \quad \vec{OB} = 3\vec{a} + 2\vec{b}, \quad \vec{OC} = 5\vec{a} + t\vec{b}$$

를 만족하는 영벡터가 아닌 서로 다른 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 가 있다. 세 점  $A, B, C$ 가 일직선 위에 있도록 하는 실수  $t$ 의 값의 총합은?  
(단,  $\vec{a}, \vec{b}$ 는 서로 평행하지 않고,  $O$ 는 원점이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 점  $(3, 4)$ 에서 포물선  $y^2 = 4x$ 에 그은 두 접선이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라고 할 때,  $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

# 4

## 수학 영역(가형)

11. 집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 다음의 조건을 모두 만족하는 세 집합  $A, B, C$ 의 순서쌍  $(A, B, C)$ 의 개수는? (단,  $n(X)$ 는 집합  $X$ 의 원소의 개수다.) [3점]

(가)  $A \cup B \cup C = U$

(나)  $1 \leq n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

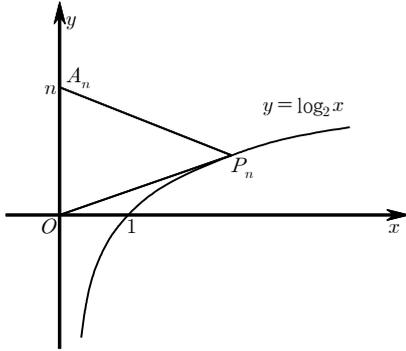
(다)  $a \in A, b \in B, c \in C$ 인 임의의  $a, b, c$ 에 대하여  $a < b < c$ 가 성립한다.

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

12. 타원  $5x^2 + 12y^2 = 300$ 의 두 초점을  $F, F'$ 라 하자. 이 타원 위의 점  $P$ 가  $\overline{OP} = \overline{OF}$ 를 만족시킬 때,  $\overline{PF} \cdot \overline{PF'}$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]

- ① 40      ② 50      ③ 60      ④ 70      ⑤ 80

13. 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y = \log_2 x$  위의 점  $P_n$ 과 점  $A_n(0, n)$ 이 있다. 삼각형  $OA_nP_n$ 의 넓이가  $n+1$ 이 되도록 하는 점  $P_n$ 의  $y$ 좌표를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]



- ① 19      ② 20      ③ 21      ④ 22      ⑤ 23

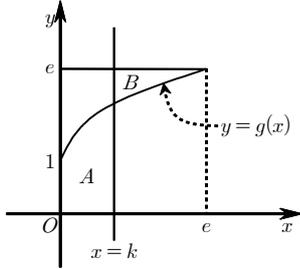
14. 좌표평면 위의 두 곡선  $y = \ln x$ 와  $y = ax^2 + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 실수  $a$ 의 값의 범위는? [4점]

- ①  $a < \frac{1}{2e^3}$       ②  $0 < a < \frac{1}{2e^3}$       ③  $a < \frac{1}{e^3}$   
 ④  $0 < a < \frac{1}{e^3}$       ⑤  $a < \frac{2}{e^3}$

# 6

## 수학 영역(가형)

15. 구간  $[1, e]$ 에서 정의된 함수  $f(x) = x \ln x$ 에 대하여  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라고 하면, 곡선  $y = g(x)$ 는 다음 그림과 같다.



이 곡선과  $x$ 축,  $y$ 축, 직선  $x = k$ 로 둘러싸인 영역을  $A$ , 이 곡선과 직선  $x = k$ , 직선  $y = e$ 로 둘러싸인 영역을  $B$ 라 하자.  $A$ 의 넓이와  $B$ 의 넓이가 같을 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{4}\left(e - \frac{1}{e}\right)$       ②  $\frac{1}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right)$       ③  $\frac{1}{8}\left(e + \frac{1}{e}\right)$   
 ④  $\frac{1}{4}\left(e + \frac{1}{e}\right)$       ⑤  $\frac{1}{2}\left(e + \frac{1}{e}\right)$

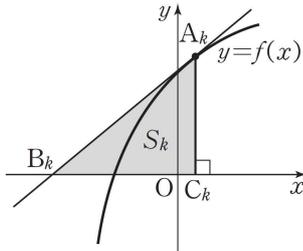
16. 주사위를 10번 던질 때, 나오는 눈의 수를 차례로  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 이라 하자. 이 때, 등식

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_9 \times a_{10} = 12$$

를 만족할 확률을 구하면? [4점]

- ①  $\frac{5}{6^9}$                       ②  $\frac{15}{6^9}$                       ③  $\frac{5}{6^8}$   
 ④  $\frac{15}{6^8}$                       ⑤  $\frac{5}{6^7}$

17. 닫힌구간  $[0, 2]$ 를  $n$ 등분한 후  $\frac{2k}{n} = x_k$  ( $k=1, 2, 3, \dots, n$ )라 하자. 함수  $f(x) = \log_4(x+2)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $A_k(x_k, f(x_k))$ 에서 곡선  $y=f(x)$ 에 접하는 직선을 그어  $x$ 축과 만나는 점을  $B_k$ 라 하고  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $C_k(x_k, 0)$ 이라 하자.



$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n \cdot B_k C_k}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{8} \ln 2$                       ②  $\frac{1}{4} \ln 2$                       ③  $\frac{1}{2} \ln 2$
- ④  $\ln 2$                               ⑤  $2 \ln 2$

18. 좌표평면 위의 원  $x^2+y^2=16$ 와 직선  $y=t$  ( $0 < t < 4$ )이 만나는 교점 중 1사분면 위의 점을  $P$ 라 하자. 원점  $O$ 와 정점  $A(4, 0)$ 에 대하여  $\angle POA = f(t)$ 라 하고, 함수  $f\left(\frac{1}{4}t^2\right)$ 의 역함수를  $g(t)$ 라 하자.  $f'(\sqrt{7}) + g'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{3} + \sqrt{3}$                       ②  $\frac{2}{3} + \sqrt{3}$                       ③  $1 + \sqrt{3}$
- ④  $\frac{1}{3} + \sqrt{6}$                       ⑤  $\frac{2}{3} + \sqrt{6}$

19. 좌표평면 위의 점  $P$ 가 원점을 출발하여 다음 규칙에 따라 움직인다.

- (가) 주사위를 던져서 1 또는 2가 나오면  $x$ 축의 양의 방향으로 1만큼 이동한다.  
 (나) 주사위를 던져서 3 또는 4가 나오면  $y$ 축의 양의 방향으로 1만큼 이동한다.  
 (다) 주사위를 던져서 5가 나오면  $x$ 축의 양의 방향으로 2만큼 이동한다.  
 (라) 주사위를 던져서 6가 나오면  $y$ 축의 양의 방향으로 2만큼 이동한다.

이 때, 주사위를 6번 던져서 점  $P$ 가 좌표평면 위의 점  $(4, 4)$ 에 놓여 있을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{11}{162}$       ②  $\frac{17}{243}$       ③  $\frac{35}{486}$   
 ④  $\frac{2}{27}$       ⑤  $\frac{37}{486}$

20. 연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = \int_{\sqrt{x}}^x \sin(t^2) dt$$

를 만족한다. 이 때, 정적분  $\int_0^{\sqrt{\pi}} f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

21. 좌표평면에 곡선  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 가 존재한다. 이 곡선 위의 동점

$P$ 가 점  $(0, 1)$ 에서 출발하여 매초 1의 속력으로 곡선 위를 움직이고 있다. (단,  $x$ 좌표가 증가하는 방향으로 움직인다.) 점  $P$ 에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을  $H$ 라 할 때, 곡선

$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 와 선분  $PH$ ,  $y$ 축으로 둘러싸인 넓이를  $S$ 라 하자.

1초 후 시간에 대한  $S$ 의 변화율은? [4점]

- ①  $\frac{1}{\sqrt{2}} \ln(1 + \sqrt{2})$     ②  $\ln(1 + \sqrt{2})$     ③  $\sqrt{2} \ln(1 + \sqrt{2})$   
 ④  $\frac{1}{\sqrt{e}} \ln(1 + \sqrt{e})$     ⑤  $\ln(1 + \sqrt{e})$

단답형

22.  $(x+2)^{10}$ 의 전개식에서  $x^7$ 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 극한값  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\tan x - \sqrt{3}}{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}$ 를 구하시오. [3점]

24.  $x$ 에 관한 로그방정식

$$\log_4(x-2)^2 = \log_2(2x-3)^2$$

의 모든 실근의 합은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수다.) [3점]

25.  $A$ 주머니에 흰 공 2개, 검은 공 5개 그리고  $B$ 주머니에 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있다.  $A$ 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어  $B$ 주머니에 넣은 다음 다시  $B$ 주머니에서 하나의 공을 꺼내기로 한다.  $B$ 에서 꺼낸 공이 흰 공일 때,  $A$ 에서  $B$ 로 옮겨진 공이 흰 공이었을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수다.) [3점]

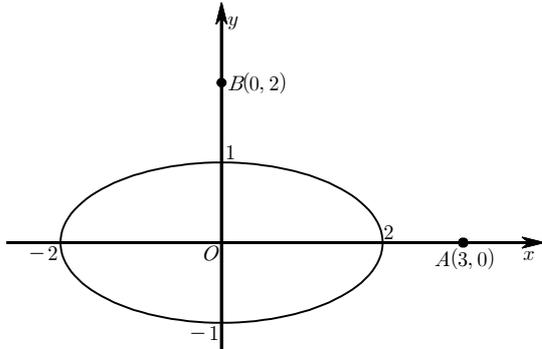
26.  $x$ 에 관한 삼각방정식

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$$

의 양근을 작은 것부터 차례대로  $x_1, x_2, x_3, \dots$ 라 하자.

$\frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{24} x_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 중심이 원점  $O$ 이고 장축의 길이가 4, 단축의 길이가 2인 타원과 두 점  $A(3, 0)$ ,  $B(0, 2)$ 가 있다.



타원 위를 움직이는 점  $P$ 에 대하여 내적  $\vec{OP} \cdot \vec{AB}$ 의 최댓값을  $M$ 이라고 할 때,  $m^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 좌표평면 위의 점  $A(8, 3)$ 와 두 점  $F, F'$ 을 초점으로 하는

쌍곡선  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  ( $x > 0$ ) 위를 움직이는 점  $P$ 가 있다.

$2\overline{AP} - \overline{FP} - \overline{F'P}$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,

$M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$  중에 다음 조건을 모두 만족시키는 것의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $f(2) \leq f(3) < f(4)$
- (나)  $f(2) < f(1)$
- (다)  $f(4) \geq f(5)$

30. 자연수  $n$ 에 대하여  $k$ 가  $1 \leq k \leq n$ 인 자연수일 때,  $x$ 에 관한 방정식

$$e^x - \left(\frac{e^3}{n}\right)^k (x - 2n)^n = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를  $g(n, k)$ 이라 하자.

$S_n = \sum_{k=1}^n g(n, k)$ 라고 할 때,  $S_{19} + S_{20} + S_{21} + S_{22}$ 의 값을 구하시오.

(단,  $20 < e^3 < 21$ 이다.) [4점]

- \* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.