

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

2. 좌표평면 위의 두 직선 $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3}$, $\frac{x+3}{k} = \frac{4-y}{4}$ 가 수직이기 위한 상수 k 의 값은? [2점]

- ① -6 ② -3 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 곡선 $y = e^{x-1}$ 의 접선 중에서 기울기가 2인 것의 y 절편은? [3점]

- ① $-2\ln 2$ ② $-\ln 2$ ③ 0
 ④ $\ln 2$ ⑤ $2\ln 2$

2

수학 영역(가형)

5. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$f(x) = \int_0^1 (e^x + 1)f(t)dt + 1$$

를 만족한다. $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{1-e}$ ② $\frac{2}{1-e}$ ③ $\frac{2e}{1-e}$
④ $\frac{1}{1+e}$ ⑤ $\frac{2e}{1+e}$

6. 함수 $f(x) = \{x^2 - (a+2)x + 2(a+1)\}e^x$ 에 대한 다음 명제가 참이 되는 정수 a 의 값의 개수는? [3점]

서로 다른 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 이다.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 남학생 5명과 여학생 3명을 원탁에 앉힐 때, 임의의 두 여학생 사이에는 적어도 한 명의 남학생이 들어가도록 앉히는 방법의 수는? [3점]

- ① 180 ② 360 ③ 720
④ 1440 ⑤ 2880

8. 서로 배반이 아닌 두 사건 A, B 가

$$P(B|A) = P(A|B) = \frac{2}{3}P(A), \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

을 만족할 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A 와 B 는 공사건이 아니다.)
[3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

9. 서로 다른 세 점 A, B, C 에 대하여

$$\vec{OA} = t\vec{a} + 4\vec{b}, \quad \vec{OB} = 3\vec{a} + 2\vec{b}, \quad \vec{OC} = 5\vec{a} + t\vec{b}$$

를 만족하는 영벡터가 아닌 서로 다른 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 있다. 세 점 A, B, C 가 일직선 위에 있도록 하는 실수 t 의 값의 총합은?
(단, \vec{a}, \vec{b} 는 서로 평행하지 않고, O 는 원점이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 점 $(3, 4)$ 에서 포물선 $y^2 = 4x$ 에 그은 두 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라고 할 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

4

수학 영역(가형)

11. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 다음의 조건을 모두 만족하는 세 집합 A, B, C 의 순서쌍 (A, B, C) 의 개수는? (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수다.) [3점]

(가) $A \cup B \cup C = U$

(나) $1 \leq n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

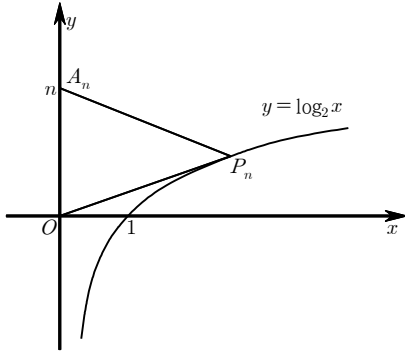
(다) $a \in A, b \in B, c \in C$ 인 임의의 a, b, c 에 대하여 $a < b < c$ 가 성립한다.

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 타원 $5x^2 + 12y^2 = 300$ 의 두 초점을 F, F' 라 하자. 이 타원 위의 점 P 가 $\overline{OP} = \overline{OF}$ 를 만족시킬 때, $\overline{PF} \cdot \overline{PF'}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

13. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 점 P_n 과 점 $A_n(0, n)$ 이 있다. 삼각형 OA_nP_n 의 넓이가 $n+1$ 이 되도록 하는 점 P_n 의 y 좌표를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]



- ① 19
- ② 20
- ③ 21
- ④ 22
- ⑤ 23

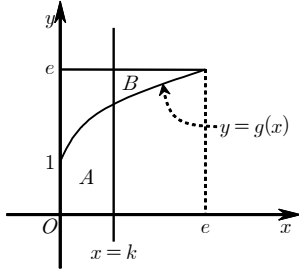
14. 좌표평면 위의 두 곡선 $y = \ln x$ 와 $y = ax^2 + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 실수 a 의 값의 범위는? [4점]

- ① $a < \frac{1}{2e^3}$
- ② $0 < a < \frac{1}{2e^3}$
- ③ $a < \frac{1}{e^3}$
- ④ $0 < a < \frac{1}{e^3}$
- ⑤ $a < \frac{2}{e^3}$

6

수학 영역(가형)

15. 구간 $[1, e]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x \ln x$ 에 대하여 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 하면, 곡선 $y = g(x)$ 는 다음 그림과 같다.



이 곡선과 x 축, y 축, 직선 $x = k$ 로 둘러싸인 영역을 A , 이 곡선과 직선 $x = k$, 직선 $y = e$ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자. A 의 넓이와 B 의 넓이가 같을 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}\left(e - \frac{1}{e}\right)$ ② $\frac{1}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right)$ ③ $\frac{1}{8}\left(e + \frac{1}{e}\right)$
 ④ $\frac{1}{4}\left(e + \frac{1}{e}\right)$ ⑤ $\frac{1}{2}\left(e + \frac{1}{e}\right)$

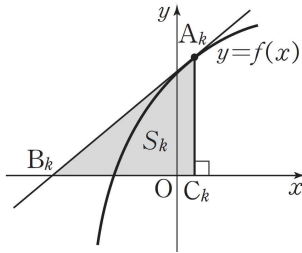
16. 주사위를 10번 던질 때, 나오는 눈의 수를 차례로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 이라 하자. 이 때, 등식

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_9 \times a_{10} = 12$$

를 만족할 확률을 구하면? [4점]

- ① $\frac{5}{6^9}$ ② $\frac{15}{6^9}$ ③ $\frac{5}{6^8}$
 ④ $\frac{15}{6^8}$ ⑤ $\frac{5}{6^7}$

17. 닫힌구간 $[0, 2]$ 를 n 등분한 후 $\frac{2k}{n} = x_k$ ($k=1, 2, 3, \dots, n$)라 하자. 함수 $f(x) = \log_4(x+2)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $A_k(x_k, f(x_k))$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 에 접하는 직선을 그어 x 축과 만나는 점을 B_k 라 하고 x 축에 내린 수선의 발을 $C_k(x_k, 0)$ 이라 하자.



$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n \cdot B_k C_k}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{8} \ln 2$ ② $\frac{1}{4} \ln 2$ ③ $\frac{1}{2} \ln 2$
- ④ $\ln 2$ ⑤ $2 \ln 2$

18. 좌표평면 위의 원 $x^2+y^2=16$ 와 직선 $y=t$ ($0 < t < 4$)이 만나는 교점 중 1사분면 위의 점을 P 라 하자. 원점 O 와 정점 $A(4, 0)$ 에 대하여 $\angle POA = f(t)$ 라 하고, 함수 $f\left(\frac{1}{4}t^2\right)$ 의 역함수를 $g(t)$ 라 하자. $f'(\sqrt{7}) + g'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3} + \sqrt{3}$ ② $\frac{2}{3} + \sqrt{3}$ ③ $1 + \sqrt{3}$
- ④ $\frac{1}{3} + \sqrt{6}$ ⑤ $\frac{2}{3} + \sqrt{6}$

19. 좌표평면 위의 점 P 가 원점을 출발하여 다음 규칙에 따라 움직인다.

- (가) 주사위를 던져서 1 또는 2가 나오면 x 축의 양의 방향으로 1만큼 이동한다.
 (나) 주사위를 던져서 3 또는 4가 나오면 y 축의 양의 방향으로 1만큼 이동한다.
 (다) 주사위를 던져서 5가 나오면 x 축의 양의 방향으로 2만큼 이동한다.
 (라) 주사위를 던져서 6가 나오면 y 축의 양의 방향으로 2만큼 이동한다.

이 때, 주사위를 6번 던져서 점 P 가 좌표평면 위의 점 $(4, 4)$ 에 놓여 있을 확률은? [4점]

- ① $\frac{11}{162}$ ② $\frac{17}{243}$ ③ $\frac{35}{486}$
 ④ $\frac{2}{27}$ ⑤ $\frac{37}{486}$

20. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \int_{\sqrt{x}}^x \sin(t^2) dt$$

를 만족한다. 이 때, 정적분 $\int_0^{\sqrt{\pi}} f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

21. 좌표평면에 곡선 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 가 존재한다. 이 곡선 위의 동점

P 가 점 $(0, 1)$ 에서 출발하여 매초 1의 속력으로 곡선 위를 움직이고 있다. (단, x 좌표가 증가하는 방향으로 움직인다.) 점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 곡선

$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 와 선분 PH , y 축으로 둘러싸인 넓이를 S 라 하자.

1초 후 시간에 대한 S 의 변화율은? [4점]

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}} \ln(1 + \sqrt{2})$ ② $\ln(1 + \sqrt{2})$ ③ $\sqrt{2} \ln(1 + \sqrt{2})$
 ④ $\frac{1}{\sqrt{e}} \ln(1 + \sqrt{e})$ ⑤ $\ln(1 + \sqrt{e})$

단답형

22. $(x+2)^{10}$ 의 전개식에서 x^7 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 극한값 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\tan x - \sqrt{3}}{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}$ 를 구하시오. [3점]

24. x 에 관한 로그방정식

$$\log_4(x-2)^2 = \log_2(2x-3)^2$$

의 모든 실근의 합은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수다.) [3점]

25. A 주머니에 흰 공 2개, 검은 공 5개 그리고 B 주머니에 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있다. A 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 B 주머니에 넣은 다음 다시 B 주머니에서 하나의 공을 꺼내기로 한다. B 에서 꺼낸 공이 흰 공일 때, A 에서 B 로 옮겨진 공이 흰 공이었을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수다.) [3점]

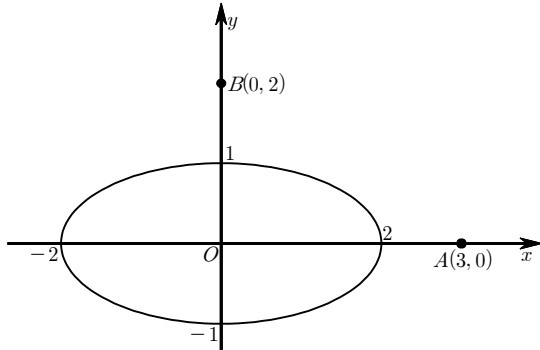
26. x 에 관한 삼각방정식

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$$

의 양근을 작은 것부터 차례대로 x_1, x_2, x_3, \dots 라 하자.

$\frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{24} x_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 중심이 원점 O 이고 장축의 길이가 4, 단축의 길이가 2인 타원과 두 점 $A(3, 0)$, $B(0, 2)$ 가 있다.



타원 위를 움직이는 점 P 에 대하여 내적 $\vec{OP} \cdot \vec{AB}$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, m^2 의 값을 구하시오. [4점]

28. 좌표평면 위의 점 $A(8, 3)$ 와 두 점 F, F' 을 초점으로 하는

쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ($x > 0$) 위를 움직이는 점 P 가 있다.

$2\overline{AP} - \overline{FP} - \overline{F'P}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 X 로의 함수 f 중에 다음 조건을 모두 만족시키는 것의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $f(2) \leq f(3) < f(4)$
- (나) $f(2) < f(1)$
- (다) $f(4) \geq f(5)$

30. 자연수 n 에 대하여 k 가 $1 \leq k \leq n$ 인 자연수일 때, x 에 관한 방정식

$$e^x - \left(\frac{e^3}{n}\right)^k (x - 2n)^n = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(n, k)$ 이라 하자.

$S_n = \sum_{k=1}^n g(n, k)$ 라고 할 때, $S_{19} + S_{20} + S_{21} + S_{22}$ 의 값을 구하시오.

(단, $20 < e^3 < 21$ 이다.) [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.