초성민수학 확통 학습방향.

작성자 : 초성민

도움을 준 이 : 유석렬 (성균관대학교 자연과학부)

이 칼럼은 확률과 통계에 있어 내용적인 측면보다는
큰 방향성과, 올바른 시선을 기르기 위함의 목적이 더 큰 칼럼입니다.

Contents

0. 들어가기 앞서
확률과 통계의 공부 기본방향성 및 마음가짐

● 확률과 통계는 크게 3단원으로 이루어져있으며 이 3단원은 물 흐르듯이 진행된다.

● 확률과 통계에서 어디 한부분이 비어있으면 언제 어디서든 틀릴 수 있는 상황에 노출된다는 것 명심해두고, 제일 시작하는 지점부터 완벽하게 학습해나가야 한다.

● 굉장히 꼼꼼함을 요구하며, 양치기로는 언젠가는 한계에 도달함을 느낄 수 있다.

● 다른 단원에 비해서 개념의 깊이가 깊지는 않고, 개념의 **'체화'** 를 요구한다.

● 문제가 단원특성상, 접근법이 매우 다양하며, 학생들은 자기만의 접근법(혹은 최상의 접근법)을 가져야한다.

● 통계는, 정확한 개념과 적절한 문제풀이 . 시간투자와 바른 방향을 가지고 간다면 최단 시간에 절대 틀리지 않을 만큼의 실력을 가질 수 있는 단원이다.
허나 이런 말만 믿고 미루다미루다 뒤늦게 문제은행식으로만 한다면, 발목을 잡힐 확률이 있다. (올해는 새로운맘으로 공부를하자)

● 기본적인 학습법은, **내가 왜 틀렸나 ?** 에 더 초점을 두어야 할 것이다.

1. 경우의 수에 초점을 두자.

● 경우의 수의 시작은 수형도이다.

한완수에서도 그렇고 결국 모든 경우의 수는 수형도이며 우리는 그 수형도를 세는 과정들을 조금 더 빠르게, 정확하게, 한눈에 계산하는 공식들을 배우고, 유형들을 연습하는 것이다.

QO. 세 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 을 중복 사용하여 나타낼 수 있는 4자리 자연수의 경우의 수는 ??

1111, 1112, 1113 … … … … …

2111, 2112, 2113 … … … … … 등 등 등 => 다세어보면 ? 6^4 가지.

우리는 이것 다 그릴 수 있다. 허나 그런 미친 짓은 하지 않지.. 허나 확실한 건 저많은 경우의 수 역시 하나하나 표현가능하다는 것이다. 즉 **수형도**로 그릴 수 있다는 것.

=> 혹시나 자신아 아예 문제풀이와 다르게 세어나갔다면 왜 잘못 세어 나갔는지 수형도를 일일이 적어가면서 어디서부터 어긋난건지 세어보는 것이 좋다.

● 이번에 새로 들어간, **합의 법칙 곱의 법칙** 은 경우의 수를 구하는 과정에 있어서 가장 기본이 되는 개념이다. 고로 사실 새로 들어갔다고 하기도 난감한, 경우의수를 구하는 과정에 있어서 가장 기본이 되는 개념이다.

언제 얼마를 곱할까. ? 언제 얼마를 더할까. ?
이것을 구분하는 것이 경우의 수의 가장 기본이 아닐까 싶다.

(경우의 수에 나오는 모든공식은 역시 여기서부터 시작된다)

" 결국 모든 경우의 수는 수형도로 그려질 수 있는데
뒤에 수형도 형태가 같으면 곱하고, 뒤에 수형도 형태가 다르면 더한다. "
(한완수식 접근)

아주 좋은 접근이며, 각자만의 접근과 표현이 있고 확실하게 틀리지 않을 만큼 강력하게 합의 법칙과 곱의 법칙이 잡혀야한다.

● nCr nPr nHr $n\Pi r$ **4가지 기본적인 개수 세는 법을 완벽히 터득하자.**

위에서 언급했듯이 위 표현들 역시 수형도 + 합의법칙 + 곱의 법칙으로도 증명이 가능하다.
이는 이 칼럼으로 해결되는 문제가 아니다.

공식들은 한번 증명해나가면서, 외워 주는 게 좋다. (증명하는 과정에서 어느 순간에 이공식을 적용해야하는지 **개념의 활용 능력** 이 증진된다.)

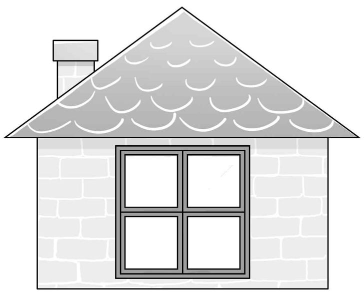
상황에 맞춰서 어떤 상황에서 위 4가지 중 하나를 선택해서 해야 할 지는,
기본예제들부터 시작하여 여러 유형의 문제들을 풀어나가면서 적절하게 해결해 가는 것이 중요하다

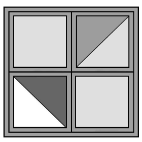
$_nC_r$: 서로 다른 n개중에서 r개를 선택(만)하는 방법의 수.
$_nP_r$: 서로 다른 n개중에서 r개를 선택하고, 배열(까지) 하는 방법의 수.
$_nH_r$: 서로 다른 n개중에서 r개를 중복 허락하여 선택(만)하는 방법의 수.
$_n\Pi_r$: 서로 다른 n개중에서 r개를 중복 허락하여 선택한 후 배열(까지) 하는 방법의 수.

문제 속에서 서로 다른 n개 인지, r 개를 그냥 선택만 하는지, 중복가능한지, 배열까지 해야 하는지, **상황판단을 할 줄 아는 능력을 기르는 것이 경우의 수의 기본** 이다.

=〉 따끈따끈한 3월 모의고사로 한번 문제를 풀면서 설명해보자.

Q1. 한 변의 길이가 a인 정사각형 모양의 시트지 2장, 빗변의 길이가 $\sqrt{2}a$인 직각이등변삼각형 모양의 시트지 4장이 있다. 정사각형 모양의 시트지의 색은 모두 노란색이고, 직각이등변삼각형 모양의 시트지의 색은 모두 서로 다르다. [그림 1]과 같이 한 변의 길이가 a인 정사각형 모양의 창문 네 개가 있는 집이 있다. [그림 2]는 이 집의 창문 네 개에 6장의 시트지를 빈틈없이 붙인 경우의 예이다. 이 집의 창문 네 개에 시트지 6장을 빈틈없이 붙이는 경우의 수는? (단, 붙이는 순서는 구분하지 않으며, 집의 외부에서만 시트지를 붙일 수 있다.) [4점] (2016년 3월 교육청 가형 15번)


[그림 1]


[그림 2]

정답 : 정사각형 모양의 노란색 시트지 2장을 창문 네 개 중 두 개를 택하여 붙이는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 2개를 택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_4C_2$ 이다. 나머지 창문 2개를 직각이등변삼각형 모양으로 각각 나누는 경우의 수는 2×2이고, 나누어진 네 개의 영역에 직각이등변삼각형 모양의 시트지 4장을 붙이는 경우의 수는 $4!$이다. 따라서 곱의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$${}_4C_2\times2\times2\times4!=\frac{4\times3}{2\times1}\times2\times2\times4\times3\times2\times1 \ =576$$

※ 여기서 잠깐.!
확률문제(경우의수포함)는 절대 이것을 보고 '아 그런가보구나' 하고 넘어가서는 안된다.
4C2. 2. 2. 4!. 모두 어떤상황에서부터 튀어나온것인지 정확히 확인하고 넘어가는 것이 중요하며, 자신의 풀이역시 왜 틀렸는지 꼼꼼하게 살펴보아야 한다.

※ 깊게 들여보기.
정사각형 붙이기 ${}_4C_2$. (같은 색임에 주의)
나머지 창문 2개를 직각이등변삼각형 모양으로 각각 나누는 경우의 수는 2×2
(2곳에서 2가지방법으로 붙일수 있다.)
네 개의 영역에 직각이등변삼각형 모양의 시트지 4장을 붙이는 경우의 수는 $4!$
(네 개의 영역 모두 다른색들의 삼각형이 배치 된다.)

[Feedback]

1. 왜 곱하는지 모르겠다면 합의 법칙 곱의법칙을 터득하기 위해서 기본문제들부터 반드시 풀어보아야 한다.
2. 틀린사람은 느끼겠지만, 확률 및 경우의 수 문제는 자신이 무엇인가 놓치거나, 혹은 더많이 경우의 수를 두는 경우가 허다하다. 특히 주관식인 경우, 더 많이 틀릴 수가 있다.
3. 객관식 보기에 없어서 다시 풀어서 맞춘 경우에는 처음 풀이가 왜틀렸는지 반드시 체크하기를 바란다.
4. ${}_4C_2$ 같은 기본 조합과 순열은 상황에 맞춰서 편안하게 써야 할 것.

● **'한완수' 처럼 자기만의 경우의 수 세는 방향을 갖고 가는 것이 좋다.**

(몇개의 Critical Point를 설정하여 수많은 문제를 Critical Point로 해결해 가고 있다.)

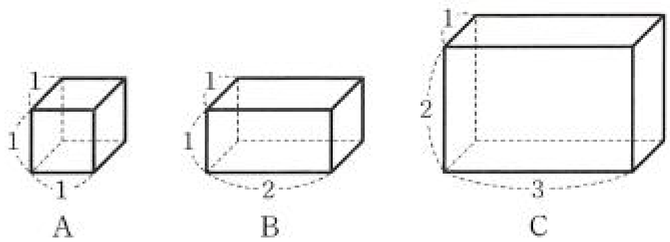
거의 매문제마다 다른 방법들을 가지고 풀고 나가는 것보다는 몇몇개의 도구만을 가지고
모든 문제의 경우의 수를 구해야 한다.

(문제들을 외우는 것이아니고 몇몇 가지 도구를 터득하고
지속적으로 문제를 풀어가며 도구사용법을 터득하는 것이 중요하다.)

● **중복되는 상황의 제거연습 역시 완벽히 하자**

이왕이면, 중복되는 상황이 생기지 않게끔 문제를 풀어나가는 것이 제일 좋다.
허나 피할 수 없을 경우, 어떤상황이 중복되는지 지속적으로 알아내는 것이 중요하며, 이는 확통을 학습하는 과정에서 지속적으로 맞춘 문제더라도, 다른 풀이 속에서 중복되는 상황을 제거하는 훈련을 해야한다.

Q2. 다음 그림과 같이 직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 나타내는 순서쌍이 각각 $(1,\ 1,\ 1)$, $(2,\ 1,\ 1)$, $(3,\ 1,\ 2)$인 세 직육면체 A, B, C가 있다. 각 직육면체의 겉면을 서로 다른 6가지의 색을 모두 사용하여 한 면에 한 가지 색으로 칠하는 방법의 수를 각각 $n(\mathrm{A})$, $n(\mathrm{B})$, $n(\mathrm{C})$라 할 때, $n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})+n(\mathrm{C})$의 값을 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



우선 첫느낌은 6가지 색을 배열하니, A, B, C 가 6!
허나.. 중복 되는 것들이 보이는가 ?? 하나라도 찾아보자.
그래서 6!이 아닌 이유만 증명해 보이면된다. (반례 하나면 증명이 된셈이다.)

중복되는 것을 알았다면, 그 이후에는
1. 중복됨이 없게끔 상황설정하면서, 세어나가는 방법.
2. 얼만 큼 중복이 되어서 나누는 방법.

위 두가지 방법이 기본적인 경우의 수를 구하는 방법이다.

$n(\mathrm{A})$ 를 구해보자.

1번 방법 : 처음부터 중복상황이 일어나지 않는다고 가정하여, 아랫면을 빨강색으로 칠하고 고정을 해버리자. (빨강색을 칠하고 고정되었다는 자체가 이미 행위의 시작이다. 그리고 그 행위 이후에, 상황을 세어나가므로, 이 상황설정까지 숫자가 더해지거나 곱해지지는 않는다.)
(혹은, 빨강색으로 칠하고 아랫면에 고정해놨으니, 빨강색이 나머지 다섯면에 칠해지더라도, 지금 우리가 구해질 경우의 수에서 빨강색면을 다른 다섯면에 둔것이라고 돌리면 중복이 되기에 일단 고정시켜두고 시작하는 셈이다.)

=> 빨강색 아랫면 고정 => 윗면 칠하는 방법의수 X5(곱의법칙) => 나머지 4가지색 옆면에 칠하는 방법의 수 => (4-1)! [원순열] => 5 X 3! = 30 가지
2번 방법 : 윗면에 빨강색일 때 , 겹쳐지는 상황을 생각해보면, 우선 빨강색의 짝꿍을 주황색이라 생각하면 기본 원순열의 겹쳐지는 방법인 4가지가 겹쳐진다.
그리고 빨강색과 주황색을 역시 자리를 바꾼 상태에서도 똑같은 상황으로 겹쳐질 수 있으니 X2
또한, 빨강색과 주황생이 양면을 이루는 상황자체가. 윗면-아랫면 , 좌-우면, 앞-뒷면 (그림자체에서 말이다.) 이렇게 3가지가 더있어서. 곱의법칙을 사용 . X3

즉 $\dfrac{6!}{4\times3\times2}=30$

$n(\mathrm{B})=90$

$n(\mathrm{C})=180$

은 한번 각자 고민해보자. 쪽지나 댓글로 문의주면 같이 고민해보도록 하겠다.

● 분할은 기본문제 혹은, 이전 기출들을 보면 케이스를 분류하면서 분할이 사용될 수 있다.

● 오답이 나온 문제인 경우 어느시점에서 오답이 나왔는지 확실하게 체크를 하자. 왜인지 모를 경우 수형도를 통해서 직접적으로 확인하는 것도 좋다.★★★★★★ (그리고 그 이후에 비슷한상황에서의 전개에서 실수가 없이 진행이 되어야한다.)

2. 수학적 확률에서 보는 근원사건.

근원 사건 을 공부하기 위해서 일단, 다음 문제를 풀어보자.

Q. 데이터 10메가가 5개씩 총 50메가가 있다. 이를 엄마, 아빠, 성민이 3명이 나누어 가지려고 한다. 이 때 자식이 30메가를 가질 확률은? (데이터의 기본 단위는 10메가라고 가정하며 50메가를 모두 나누어 주어야하고 못 받은 사람은 생길 수 있다.)

《 풀어보고 다음페이지 》

$$\frac{3}{{}_3H_5}$$ 일까?

만약 $\frac{?}{{}_3H_5}$ 가 답으로 나왔다면 수학의 세계에서는 틀린 답이다.(수능이라면 오답이다).

쉬운 문제로부터 일관된 논리로 차근차근 개념을 잡아보자.

우선...
확률이란 무엇일까?

수학적 확률:어떤 시행의 표본공간 S가 n개의 근원사건으로 이루어져있고, 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대된다고 하자. 이때 사건 A가 r개의 근원사건으로 이루어져 있으면 사건 A가 일어날 확률 P(A)를 $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$라고 정의하고 이것을 **수학적확률**이라고 한다.

결국 수능에서 수학적 확률문제는 전체 경우의수와 조건이 주어진 상황에서의 경우의 수를 구하는 것이 핵심이다.
[한완수 에서는 경우의 수 관점과 확률 그 자체의 관점으로도 접근한다.]

수능에 나오는 모든 확률은 수학적 확률이다.
(물론 일상적, 상식적으로 쓰이는 확률이 아니라는 뜻이다)

따라서 저 정의에 아주 조금이라도 어긋나면 틀린 논리이다. (우연히 답은 일치할 수 있다)

조금 더 자세히 말하자면, 다른 예시로 근원사건 각각은
주머니속에 있는 공이라고 생각할 수 있다.

우리는 그 공들 중에 특정한 공을 뽑는 것이다.
하지만 통 속의 공들은 모두 동일해야한다.
공들에 있어서 확률이 같으려면 모든 공들은 질량과 크기가 같다는
전제하에 문제를 풀어나간다.
(주머니속에 어떤 공은 농구공만하고, 어떤 공은 탁구공만하면 손에 짚을 수 있는 확률 계산에 있어서 우리가 배우는 수학적 확률을 벗어나게 된다.)

또 다른 예를 들어보자.
만원을 내고 뽑기를 한다고 하자.

노트북과 꽝이 있는 제비를 뽑는데 50%로 노트북이 당첨 된다고 하여 지원을 했다.
만원에 노트북이 당첨될 확률이 50%라니.. 당장에 제비뽑기를 지원하였다.
그런데 뭥미.. 꽝만 계속나오는 것 아닌가 .. ?
나와서 제비상자를 열어보니 꽝이 99개, 노트북이 적힌 제비가 1개였다.

점원왈 "노트북 아니면 꽝이니까 50% 이죠 ~ ! " 라 한다. (뒤질놈)

이점원은 약간 어떻게 된놈이다.

당연하지만, 점원의 주장은 수학적 확률의 정의에 어긋난다.
수학에서 근원사건은 노트북과 꽝이 아니라,
노트북과 제비1,제비2,제비3,...,제비99 여야 각각이 똑같이 기대되며
수학적 확률이라 볼 수 있다.

다음은 모두 교과서의 예제이다.
위에서 언급한 내용들을 문제를 풀어보면서 이해해보자.

좌측은 수학에서의 각각의 이야기하는 근원사건(균일한 공),
우측은 수학이 아닌 일상 속에서 경우의 수(불균일한 공)를
나열한 것이다.

QO. 두 개의 동전을 던질 때, 둘다 앞면이 나올 확률은 ?

근원사건	일상에서의 세계
(앞, 앞) , (앞, 뒤) (뒤, 뒤) (뒤, 앞)	1. 앞 뒤 2. 앞 앞 3. 뒤 뒤
정답 : $\frac{1}{4}$	정답 : $\frac{1}{3}$

오른쪽은 왜 틀린 것일까 ? 다음문제도 풀어보자.

Q1. 두 개의 주사위를 각각 한번 씩 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 10이 될 확률을 구하여라.

근원사건	일상에서의 세계
(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) …	(1,1) (2,1) (3,1) (4,1) (5,1) (6,1) (2,2) (3,2) (4,2) (5,2) (6,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,4) …
전체 경우의 수 : 6 X 6 = 36 가지 구하는 경우의 수 : (4, 6) (5, 5) (6, 4) 3가지	전체 경우의 수 : '1.1 나와라. 1.2 나와라' ${}_6H_2$ = 21 가지 구하는 경우의 수 : (4, 6) (5, 5)
정답 : $\frac{3}{36}$	정답 : $\frac{2}{21}$

오른쪽 풀이가 어떠한가 ??

두가지 중 하나의 생각이 들것이다.

1) 뭐야 이 또라이능..
2) 오잉 이렇게 볼수도 있네?

허나 지금 저문제의 정답은 왼쪽풀이로 가는 것이 맞다
수학적확률 에서는 (1,2) 와 (2,1)을 다르게 봐야한다.

각각의 주사위를 왜 다르게 봐야하냐는 질문에는
근원사건이 동등하게 기대되도록 만들기 위해서이다.
따라서 (1,1)보다 (1,2)가 나올 확률이 더 높다.

Q2. 남학생 5명과 여학생 3명 중에서 2명의 대표를 뽑을 때, 남학생 1명 여학생 1명을 뽑을 확률은 ?

근원사건	일상에서의 세계
남학생이름 : 성민, 성진, 그믐달, 보름달, 해품달 여학생이름 : 수지, 설현	남학생 이름 없음 다 같은 남자지 뭐 여학생 이름 없음 다 같은 여자지 뭐
(성민, 성진) (성민, 그믐달) (성민, 보름달) (성민, 해품달) (성민, 수지) (성민, 설현) (성진, 수지) (성진, 설현) (그믐달, 수지) (그믐달, 설현) . . 전체 경우의수 : ${}_8C_2$ 가지 (8명중 2명)	i) 남자 2명이 뽑힌 경우 ii) 여자 2명만 뽑힌 경우 iii) 남자 1명 여자1명씩 뽑힌 경우 전체 경우의 수 : 3가지
(성민, 수지) (성민, 설현) (성진, 수지) (성진, 설현) (그믐달, 수지) (그믐달, 설현) . . 구하는 경우의 수 : ${}_5C_1 \times {}_2C_1$	남자 한명 여자 한명 (!) 구하는 경우의 수 : 1가지
정답 : $\dfrac{{}_5C_1 \times {}_2C_1}{{}_8C_2}$	정답 : $\dfrac{1}{3}$

위 같은 경우 남학생을 각각 다른 사람으로 보고 여학생을 각각 다른 사람으로 보는 이유는 실제로 다른 사람이기도하지만 그렇지 않더라도 근원사건을 동등하게 기대되게 하기 위하여 다르게 보아야한다.

Q3. 분홍펜 3자루, 노란펜 4자루, 파란펜 3자루가 있다. 이 중에서 임의로 3자루를 동시에 뽑을 때, 분홍펜이 1자루 포함될 확률은 ?

<table>
<tr><th>근원사건</th><th>일상에서의 세계</th></tr>
<tr><td>분홍펜 이름: ㄱ,ㄴ,ㄷ
노란펜 이름: 1.2.3,4
파란펜 이름: A,B,C</td><td>‘ 이름이 어딨어 색별로 다 같은 것들이지 ’</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>(ㄱ,ㄴ,ㄷ)</td><td rowspan="3">① 하나만 3개 뽑는 상황
분홍만 3개
노랑만 3개
파랑만 3개</td></tr>
<tr><td>(1,2,3) (1,2,4) (1,3,4) (2,3,4)</td></tr>
<tr><td>(A,B,C)</td></tr>
<tr><td>(ㄱ,ㄴ,1) (ㄱ,ㄴ,2) ⋯ (ㄱ,ㄴ,4)
(ㄱ,ㄷ,1) (ㄱ,ㄷ,2) ⋯ (ㄱ,ㄷ,4)
(ㄴ,ㄷ,1) (ㄴ,ㄷ,2) ⋯ (ㄴ,ㄷ,4)</td><td>④분홍펜 2개, 노란펜 1개</td></tr>
<tr><td>(ㄱ,1,2) (ㄱ,1,3) (ㄱ,1,4) (ㄱ,2,3)..(ㄱ,3,4)
(ㄴ,1,2) (ㄴ,1,3)
(ㄷ,1,2) (ㄷ,1,3)</td><td>분홍펜 1개 노란펜 2개</td></tr>
<tr><td>(1,A,B).....</td><td>노란펜 1개 파란펜 2개</td></tr>
<tr><td>(1,2,A)</td><td>노란펜 2개 파란펜 1개</td></tr>
<tr><td>(A,ㄱ,ㄴ) ...</td><td>파란펜 1개 분홍펜 2개</td></tr>
<tr><td>(A,B,ㄱ) ...</td><td>파란펜 2개 분홍펜 1개</td></tr>
<tr><td>정답 : ${}_{10}C_3$ 개</td><td>정답 : 9개</td></tr>
</table>

마찬가지로 펜들을 다르게 보는 이유는 근원사건때문이다!
일상에서의 세계에서는 ①공과 ④공의 크기가 다르다
(④공이 훨씬 크다. 그래서 같은 크기로 분리 한게 좌측의 표라고 생각하면 되겠다)

다시 제일 윗 문제를 보자.

Q. 데이터 10메가가 5개씩 총 50메가가 있다. 이를 엄마, 아빠, 성민이 3명이 나누어 가지려고 한다. 이 때 자식이 30메가를 가질 확률은? (데이터의 기본 단위는 10메가라고 가정하며 50메가를 모두 나누어 주어야하고 못 받은 사람은 생길 수 있다.)

근원사건	일상에서의 세계
데이터 1,2,3,4,5	그냥 10메가짜리 5개.
㉠ (12345/x/x) =〉 1가지	㉠ 5개/0개/0개
(x/12345/x)	0개/5개/0개
(x/x/12345)	0개/0개/5개
㉡ (1234/5/x) (1235/4/x) (1245/3/x) (1345/2/x) (2345/1/x) =〉 5가지	㉡ 4개/1개/0개
…	4개/0개/1개 1개/4개/0개 0개/4개/1개 0개/1개/4개 1개/0개/4개
(123/4/5) (124/3/5) (125/3/4) (134/2/5) (135/2/4) (145/2/3) …	3개/1개/1개
(1/234/5) (1/235/4) …	1개/3개/1개
…	…
(1/23/45) (1/24/35) …	1개/2개/2개
정답 : 3^5개 (5가지의 데이터가 계속하여 3가지를 선택 할 수 있다.)	정답 : ${}_3H_5$ = 21개 (서로 다른 3명에게 중복되는 5가지(데이터10메가)를 나눠주는 경우의 수)

일상에서의 세계에서 왜 근원사건이 아닌지 빨간색으로 되있는 공을 살펴보자.
㉠은 좌측에서 보다시피 1가지이다. 별 문제없다. 허나 ㉡(4/1/0) 좌측에서 보다시피 5가지이다.
생각해보자. 그렇다면 오른쪽 하나하나 상황을 우리는 공이라고 여기고 꺼낼 때,
㉠ 이라는 공은, 1개밖에 없는 반면, ㉡ 이라는 공은 상황자체가 더 많이 나올 수 있다.
㉠과 ㉡을 같은 크기의 공이라 여기고 뽑는 것은 분명히 불공평한 상황이라는 것이다.
반면 좌측은 모든 공(상황) 들이 나올 확률이 같음을 알 수 있다.

따라서 정답은 $\frac{3^2 \times {}_5C_3}{3^5}$(데이터 다섯놈중 세놈이 성민에게 가고, 나머지 두놈은 아무곳이나)이다.