

수학 영역 (나형)

5 지선 다형

1. 두 집합 $A = \{2, 3\}$, $B = \{1, 4, a\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ 6

2. $8^{\frac{4}{3}} \times \log_9 3$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 4}{2^{n+1} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① -4 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 4

4. 공차가 -1인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 7$ 일 때, $a_k = 0$ 을 만족시키는 자연수 k 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

5. 두 양수 a, b 에 대하여 $4^a = 3, ab = 2$ 이다. 3^b 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 32 ⑤ 48

6. $a_2 = 6$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = na_n - \frac{12}{n}$$

를 만족시킬 때, $a_1 + a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$n(U) = 12, n(A) = 5, n(B-A) = 3$$

일 때, $n(A^c \cap B^c)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

8. 두 실수 a, b 가 각각

$$a = 2^{-\sqrt{3}} + 1, b = 2^{\sqrt{3}} + 1$$

일 때, $\frac{2}{a} + \frac{2}{b}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{15}{8}$ ③ 2 ④ $\frac{17}{8}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

9. 함수 $f(x) = x^2 (x \geq 0)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 두 곡선 $y = f(x), y = g(x)$ 의 두 교점 사이의 거리는? [3점]

- ① $3\sqrt{2}$ ② $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

10. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_6}{a_4} - \frac{4a_6}{a_5} = -4$$

일 때, $\frac{a_5}{a_2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{27}{8}$ ② 8 ③ $\frac{125}{8}$ ④ 27 ⑤ $\frac{343}{8}$

11. 집합 $X = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ 을 정의역으로 하는 함수 f 를

$$f(x) = (x \text{ 이하의 자연수 중 짝수의 개수})$$

라 하자. 함수 f 의 치역의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 14 ② 21 ③ 28 ④ 35 ⑤ 42

12. 어느 도시의 5세 이상 11세 이하 어린이의 몸무게를 x kg, 키를 y m이라 하면

$$\log_a x = \log_a 2 + yb \quad (\text{단, } a, b \text{는 상수})$$

인 관계가 성립한다고 한다. 몸무게와 키가 각각 x_1 kg, 1.0m인 어린이와 몸무게와 키가 각각 x_2 kg, 1.5m인 어린이에 대하여

$\frac{(x_1)^6}{(x_2)^4}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

13. 두 조건 p, q 의 진리집합 P, Q 가 각각

$$P = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \geq 16\}$$

$$Q = \{(x, y) \mid |x| + |y| < a\}$$

이다. 명제 ' $\sim p \rightarrow q$ '가 참이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값은?

[3점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

14. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = 4$

(나) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - a_{n+1}}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 - 8n + 30$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
[4점]

—<보 기>—

ㄱ. $a_3 = -3$

ㄴ. $\sum_{k=1}^n a_k$ 의 최솟값은 14이다.

ㄷ. 7이하의 모든 자연수 m 에 대하여 $\sum_{k=1}^m a_k = \sum_{k=1}^{8-m} a_k$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 실수 x 에 대하여 두 집합

$$A = \{x \mid x^2 - 5x - 6 < 0\}$$

$$B = \{x \mid x^2 + ax + b \geq 0\}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

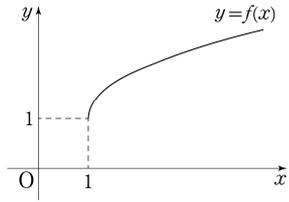
(가) 실수 전체의 집합을 R 라 할 때, $A \cup B = R$ 이다.

(나) $A \cap B = \{x \mid -1 < x \leq 2\}$

$a+b$ 의 값은? [4점]

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

17. 좌표평면에서 무리함수 $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ 의 그래프가 그림과 같다.



곡선 $y=f(x)$ 위의 점 (a, b) 에 대하여 $b-2a$ 의 최댓값은? [4점]

- ① $-\frac{11}{8}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{9}{8}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{7}{8}$

18. 모든 항이 양수인 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n + n^2} - n) = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{n} + b_n \right) = 6$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

19. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 8\}$$

에 대하여 역함수가 존재하는 함수 $f: A \rightarrow B$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

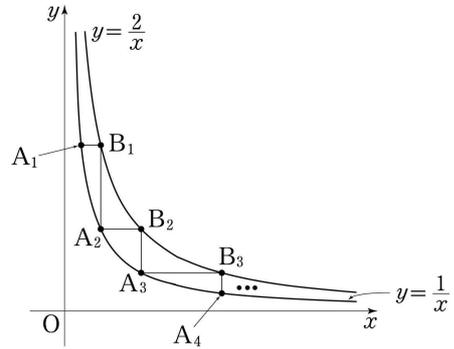
(가) $f(1)+f(2)=10$

(나) $f^{-1}(4)+f(4)=7$

$f(3)+f^{-1}(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

20. 좌표평면에서 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 위의 점 $A_1\left(\frac{1}{3}, 3\right)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \frac{2}{x}$ 와 만나는 점을 B_1 , 점 B_1 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 과 만나는 점을 A_2 , 점 A_2 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \frac{2}{x}$ 와 만나는 점을 B_2 , 점 B_2 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 과 만나는 점을 A_3 , 점 A_3 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \frac{2}{x}$ 와 만나는 점을 B_3 , 점 B_3 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 과 만나는 점을 A_4 라 하자. 이와 같은 방법으로 점 A_4, B_4, A_5, \dots 을 정할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{A_n B_n}$ 의 값은? [4점]



- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

21. 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \left| \frac{nx-2}{x} \right|$ 의 그래프와 직선

$y=20$ 의 교점의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=k}^{k+4} a_n = 9$ 가 되도록 하는 모든 자연수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 75 ② 80 ③ 85 ④ 90 ⑤ 95

단답형

22. 두 함수 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x - 1$ 에 대하여 $(f \circ g)(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = 20, \quad \sum_{n=1}^{10} b_n = 5$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} (2a_n - 3b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 양의 실수 x, y 에 대하여

$$(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{k}{y}\right)$$

의 최솟값이 16일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.
(단, $k > 0$ 이다.) [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \{4a_n - 6(n-1)\} = 5$ 일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = p \text{ 이다. } 30p \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

26. 자연수 n 에 대하여 다항식

$$3x^n - x^{n-1}$$

을 $x-2$ 으로 나눈 나머지를 a_n 이라 하자. $\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 값을
구하시오. [4점]

27. 두 집합

$$A = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 4\}$$

$$B = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x-a}\}$$

에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 을 만족시키는 실수 a 의 값의 범위는 $p \leq a \leq q$ 이다. $q-p$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 두 자연수 $n, k (2 \leq n \leq k)$ 에 대하여 $(4^{0.2})^7$ 이 a 의 n 제곱근이 되도록 하는 자연수 a 의 개수를 $f(k)$ 라 하자.

$$\sum_{m=1}^8 f(10m) \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

29. 첫째항이 10이고, 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = \sum_{k=1}^{\infty} a_k + \sum_{k=3}^{\infty} a_k + \cdots + \sum_{k=2n-1}^{\infty} a_k$$

라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 14\text{이하의 자연수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 등차수열 $\{a_n\}$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $a_2 \neq a_5$ 이고, $a_2 \in A$, $a_5 \in A$ 이다.
 (나) 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차는 정수이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.