

제2교시

수학 영역

홀수형

1. 함수 $f(x)=e^x-\frac{e}{2}x^2-1$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서
있는 대로 고른 것은? [4점]

2회

<보기>

ㄱ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,0)$ 에서의 접선의 방정식은 $y=x$ 이다.

ㄴ. 점 $(1,f(1))$ 은 곡선 $y=f(x)$ 의 변곡점이다.

ㄷ. $f'(c)=1$ 을 만족하는 실수 c 의 개수는 3이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가
다음을 만족시킨다.

2회

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $3xf(x)=\int_0^x 4tf'(t)dt$ 이다.

(나) $\int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{4}, \int_0^a f(x)dx=1$
(단, a 는 $a>0$ 인 상수이다.)

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $f(1)=0$

ㄴ. $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx=3\ln|x|+C$ (단, C 는 적분상수이다.)

ㄷ. $\int_0^a axf(x)dx=\frac{4}{5}$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖고, $f(0)=1$ 인 함수 $f(x)$ 가 $x \neq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$|f'(x)-x|<|x|$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>
ㄱ. $f'(0)=0$
ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값을 갖는다.
ㄷ. $3<\int_{-2}^1 f(x)dx<4$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 정의역이 $\{x|x>0\}$ 인 함수 $f(x)=e^x-\ln x$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>
ㄱ. $f'(a)=0$ 인 a 에 대하여 $a=-\ln a$ 이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극솟값을 가지는 a 가 구간 $(\frac{1}{2},1)$ 에 있다.
ㄷ. 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $2<m<\frac{5}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. $x > 4$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음을 만족시킨다.

좌표평면에서 연립부등식 $y \leq f(t)x + 1, 0 \leq y \leq t, 0 \leq x \leq t$ 를 만족시키는 영역의 넓이가 $4t$ 이다.

옳은 것만을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

<보기>
 ㄱ. $f(5) = \frac{8}{5}$
 ㄴ. $f'(8) = -\frac{3}{32}$
 ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x > 4$ 인 모든 실수 x 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 양수 m 에 대하여 함수 $f(m)$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 0$
 (나) $m \neq 1$ 이면, $f(m)$ 은 곡선 $y = xe^x$ 와 직선 $y = mx$ 로 둘러싸인 영역의 넓이다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>
 ㄱ. $f(e) = \frac{1}{2}e - 1$
 ㄴ. $0 < x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.
 ㄷ. 함수 $f(m)$ 은 구간 $(0, \infty)$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 정의역이 $\left\{x \middle| x > -\frac{\pi}{2}\right\}$ 이고 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $g(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음을 만족시킨다.

(가) $x > -\frac{\pi}{2}$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > \cos x$ 이다.
 (나) $f(x) - g(x) = \cos x - \sin x$
 (다) $g(0) = 1$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>
 ㄱ. $f'(0) = 1$
 ㄴ. $\int \frac{f'(x) + \sin x}{f(x) - \cos x} dx = x + C$ (단, C 는 적분상수이다.)
 ㄷ. $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = e^{\frac{\pi}{2}} + 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 실수 전체의 집합에서 이계도함수가 존재하고 다음 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 를 원소로 하는 집합을 S 라 하자.

(가) $f(0) = 0, f(2) = 2$
 (나) 함수 $\frac{f(x)}{x}$ 가 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 감소한다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>
 ㄱ. $x^3 - 4x^2 + 5x \in S$
 ㄴ. $g(x) \in S$ 이면 $g(x)$ 는 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 증가한다.
 ㄷ. $h(x) \in S$ 이면 곡선 $y = h(x)$ 는 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 위로 볼록하다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3회

9. 정의역이 $\{x|x \geq 0\}$ 인 함수

$$f(x) = \frac{1}{8}(x^4 - 8x^3 + 18x^2)$$

가 있다. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(4,4)$ 에서의 접선의 기울기는 2이다.
 ㄴ. 곡선 $y=g(x)$ 와 직선 $y=x$ 의 서로 다른 교점의 개수는 3이다.
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 는 열린 구간 $(0,4)$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

3회

11. 함수 $f(x)=\cos(x^2)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하자. 실수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

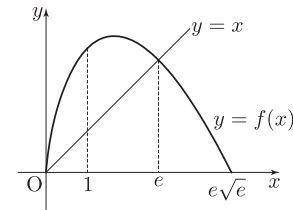
<보기>

- ㄱ. $g(0)=F(0)-F(a)$
 ㄴ. $\int_0^a g(t) dt = \int_0^a F(t) dt - aF(a)$
 ㄷ. $a = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ 이면 $\int_0^a g(x) dx = -\frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3회

10. 정의역이 $\{x|0 < x < e\sqrt{e}\}$ 인 함수 $f(x)=x(3-2\ln x)$ 에 대하여 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



함수 $g(x)=f(f(x))$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ. 함수 $g(x)$ 는 $x=\sqrt{e}$ 에서 극소이다.
 ㄴ. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 극대가 되도록 하는 실수 a 의 개수는 1이다.
 ㄷ. 곡선 $y=g(x)$ 의 변곡점의 개수는 1이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

3회

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x > 0$ 일 때 $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ 이다.(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)f(-x) = a$ 이다. (단, a 는 상수이다.)

$f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ. $g(a) = 0$
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.
 ㄷ. 함수 $g(x)$ 는 $x > 0$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ