

2027학년도 6월 21번

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다.

실수 t 에 대하여

$$f(t) = f'(t) - 4t^2 + 4$$

를 만족시키는 실수 α 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = 3$ 에서만 불연속이고 $g(3) = 1$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

11

$$f(\alpha) = f'(\alpha) - 4\alpha^2 + 4$$

를 만족시키는 실수 α 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자.

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

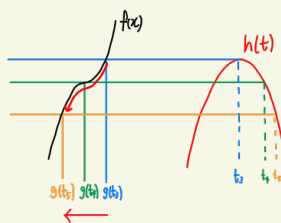
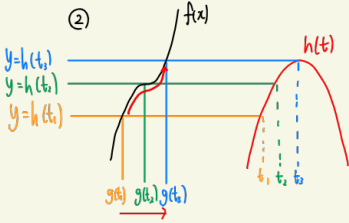
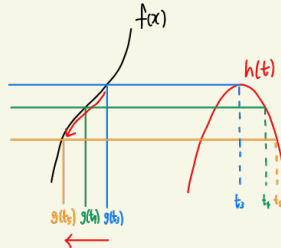
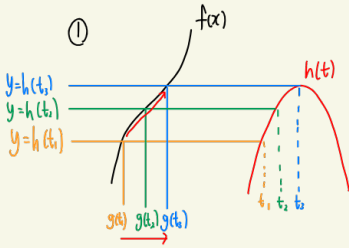
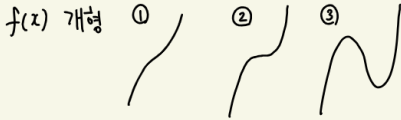
$$f(t) - 4t^2 + 4 = h(t) = -t^3 + 2at + b + 4$$

$$f(x) = -t^3 + 2at + b + 4 \leftarrow 3차 방정식의 근이 \alpha$$

$$x = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \quad (3차 방정식의 근의 개수는 최소 1개 ~ 최대 3개)$$

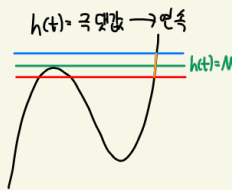
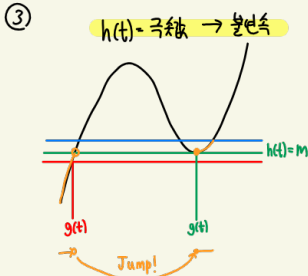
$$(\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3) \rightarrow g(t)$$

$$\frac{y = f(x) \text{ 와 } y = -t^3 + 2at + b + 4 \text{ 의 교점 } x \text{ 좌표}}{\text{삼차함수}}$$

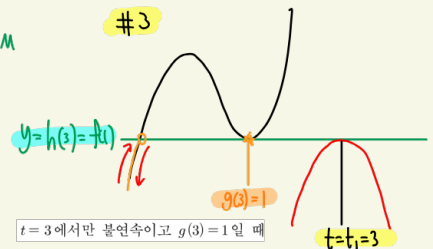


→ ①, ② 모두 out!
 $g(t) \rightarrow$ 연속함수

행동강령
특한 지점들
(극대/극소)
의성하!



#3



$t = 3$ 에서만 불연속이고 $g(3) = 1$ 일 때

$t = t_1 = 3$

$$g(t) \rightarrow t = t_1 \text{ 에서만 불연속}$$

$$t_1 = 3 \quad h(t) = -t^3 + 2at + b + 4$$

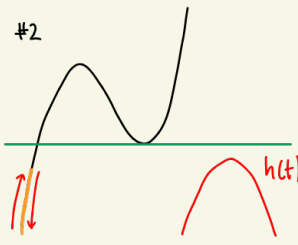
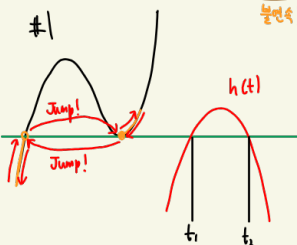
$$\rightarrow \text{즉 } t = a = 3$$

$f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극소이므로

$$f'(1) = 0 \quad f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad f'(1) = 9 + 2a + b = 0 \quad (b = -9)$$

$$h(t) = -t^3 + 6t - 5 \quad h(3) = 4 = f(1) = c - 5 \quad (c = 9)$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 9 \quad f(2) = 11$$



$g(t)$ 는 $t = t_1, t_2$ 에서 불연속

$g(t)$ 는 연속함수 $\rightarrow$ out!

불연속 지점 2개 $\rightarrow$ out!

15. 상수항이 0인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_p^{p+3} |f(x)| dx \neq \left| \int_p^{p+3} f(x) dx \right|$ 가 되도록 하는

모든 실수 p 의 값의 범위는 $0 < p < 3$ 이다.

(나) $\int_0^3 |f(x) + q| dx \neq \left| \int_0^3 (f(x) + q) dx \right|$ 가 되도록 하는

모든 실수 q 의 값의 범위는 $0 < q < 1$ 이다.

$f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

상수항이 0인 삼차함수 $f(x)$

삼차항 = $f(0) = 0 \rightarrow (0,0)$ 지남

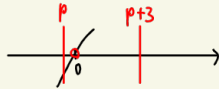
(가) $\int_p^{p+3} |f(x)| dx \neq \left| \int_p^{p+3} f(x) dx \right|$ 가 되도록 하는
모든 실수 p 의 값의 범위는 $0 < p < 3$ 이다.

① $\int_p^{p+3} |f(x)| \neq \left| \int_p^{p+3} f(x) dx \right| \Leftrightarrow \int_p^{p+3} |f(x)| > \left| \int_p^{p+3} f(x) dx \right| \rightarrow (p, p+3) \text{에서 } f(x) \text{ 부호변화 } 0 \quad (0 < p < 3)$

② $\int_p^{p+3} |f(x)| = \left| \int_p^{p+3} f(x) dx \right| \rightarrow (p, p+3) \text{에서 } f(x) \text{ 부호변화 } X \quad (p \leq 0 \text{ or } p \geq 3)$

행동동형

경계값 $(0,3)$ 을 기준으로 살펴라!



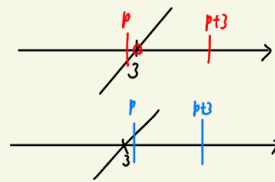
만약 $(0,0)$ 을 뚫고 지나가면

p 가 0보다 조금 작을 때

$(p, p+3)$ 에서 부호변화 0

$\rightarrow$ 모순

$\rightarrow (0,0)$ 에서 접해야 함!



$(3,0)$ 을 뚫고 지나가야

$p=3$ 을 기준으로 $f(x)$ 부호변화 유무가 달라짐.

$\rightarrow (3,0)$ 을 뚫고 지나가야 함!

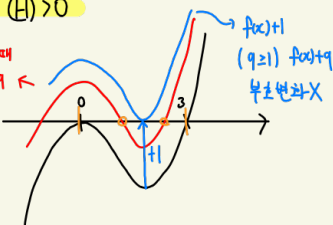
(나) $\int_0^3 |f(x) + q| dx \neq \left| \int_0^3 (f(x) + q) dx \right|$ 가 되도록 하는
모든 실수 q 의 값의 범위는 $0 < q < 1$ 이다.

$0 < q < 1 \rightarrow (0,3) \text{에서 } (f(x) + q) \text{ 부호변화 } 0 \rightarrow f(x) \text{로 조금 들어온다면 } (0,3) \text{에서 부호변화 } 0$

$q \leq 0 \text{ or } q \geq 1 \rightarrow (0,3) \text{에서 } (f(x) + q) \text{ 부호변화 } X \rightarrow \text{들어온다 } q=1 \text{ 부터 부호변화 } X$

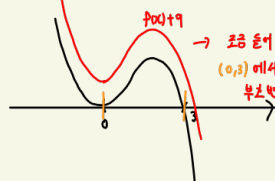
Case ① $(H) > 0$

조금 들어 올렸을 때
 $(0,3)$ 에서 $f(x)+q$
부호변화 0



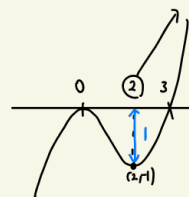
Case ② $(H) < 0$

$\rightarrow$ 조금 들어 올렸을 때
 $(0,3)$ 에서 $f(x)+q$
부호변화 X $\rightarrow$ 모순



삼차함수 비율관계

$f(x) = px^2(x-3)$
 $f(2) = -4p = -1$
 $p = \frac{1}{4}$
 $f(x) = \frac{1}{4}x^2(x-3)$
 $f(6) = 27$



2026학년도 수능 21번

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) & (x < t) \\ f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 존재한다.

(나) $\lim_{x \rightarrow m+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 음수가 되도록 하는

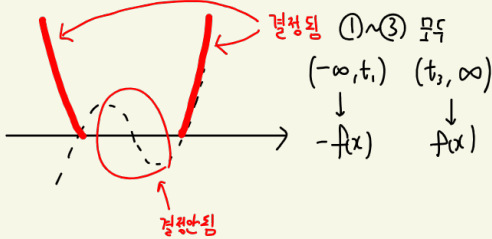
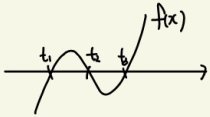
자연수 m 의 집합은 $\left\{g(-1), -\frac{7}{2}g(1)\right\}$ 이다. (65)

$g(-5)$ 의 값을 구하시오. (단, $g(-1) = -\frac{7}{2}g(1)$) [4점]

$g(x)$ 파악하기

만약 $f(x)$ 가 x 축과 서로 다른 세 점에서 만난다면

t 값 후보는 3개 ($\because f(t)=0$) $\Rightarrow$



(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 존재한다.

행동장령

분모가 0이 되는 x 값에서 단 존재함을 확인!

(나) $\lim_{x \rightarrow m+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 음수가 되도록 하는

자연수 m 의 집합은 $\left\{g(-1), -\frac{7}{2}g(1)\right\}$ 이다.

행동장령

자연수 조건 나열 $m=1, 2, 3, \dots$ 차례대로 대입하며 판별!

$$m=1 \quad \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{g(x)}{x(x-2)} = \frac{g(1)}{-1} > 0 \quad (\because g(1) < 0)$$

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) & (x < t) \\ f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

구간별로 다르게 정의된 함수가 실수 전체 집합에서 연속일 때

행동장령

① 구간 내부를 살펴볼 $\rightarrow -f(x), f(x)$ 모두 연속함수!

② 구간 경계값 연속 확인! $\rightarrow$ 위, 아래 t 를 대입한 값이 같다!
 $-f(t) = f(t) \quad f(t) = 0$

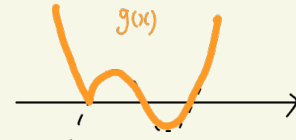
행동장령

구간별로 다르게 정의된 함수 4도면 $t \rightarrow \infty$ (맨 오른쪽) $-\infty$ (맨 왼쪽)를 살펴봐!

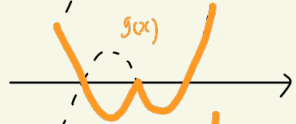
$+\infty$ 는 ($x > t$)에 들어감 $\rightarrow f(x)$

$-\infty$ 는 ($x < t$)에 들어감 $\rightarrow -f(x)$

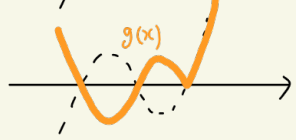
① $t=t_1$



② $t=t_2$



③ $t=t_3$



$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{g(x)}{x(x-2)} \Rightarrow \frac{g(0)}{0} \quad (4점)$$

분모가 0일 때 수렴하면, 분자도 0일 4 밖에

$$\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{g(x)}{x(x-2)} \Rightarrow \frac{g(2)}{0} \quad (4점)$$

$$\begin{aligned} g(0) &= 0 & -f(0) \text{ or } f(0) &= 0 \\ g(2) &= 0 & -f(2) \text{ or } f(2) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(2) &= 0 \end{aligned}$$

집합의 원소 $g(-1), -\frac{7}{2}g(1)$ 은 4변수

$$g(-1) = 4변수 > 0, \quad g(1) < 0$$

$$m=2 \quad \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{g(x)}{x(x-2)} = \frac{\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{g(x)-g(2)}{x-2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} g'_x(2)$$

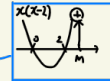
(나) 결론

$$m=1 \quad (x)$$

$$m=2 \quad g'_x(2) < 0 \quad \text{확인하자!}$$

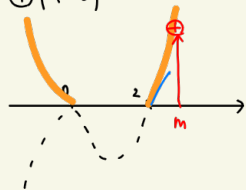
$$m > 2 \quad g(m) < 0 \quad \text{확인하자!}$$

$$m > 2 \quad \lim_{x \rightarrow m+} \frac{g(x)}{x(x-2)} = \frac{g(m)}{\oplus}$$

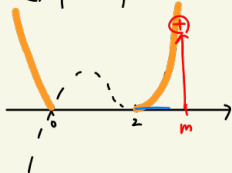


$$f(0), f(2)=0 \rightarrow f(x) = p x(x-2)(x-\alpha) \quad \alpha \text{의 위치에 따라 case 4가지}$$

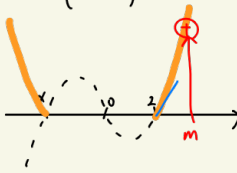
$$\textcircled{1} (\alpha=0)$$



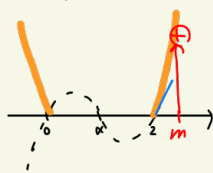
$$\textcircled{2} (\alpha=2)$$



$$\textcircled{3} (\alpha < 0)$$



$$\textcircled{4} (0 < \alpha < 2)$$



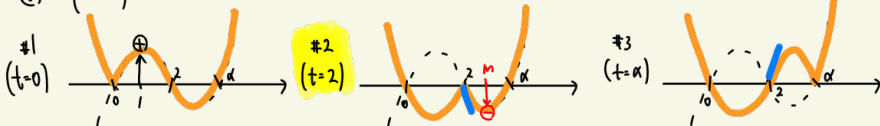
$$\textcircled{1} \sim \textcircled{4} \text{ 모두 } g'_\frac{1}{2}(2) \geq 0 \rightarrow m=2(x)$$

(나) 조건 만족시키는 m 값 X

$$m > 2 \text{ 일 때, } g(m) > 0 \rightarrow m > 2(x)$$

\textcircled{1} \sim \textcircled{4} out!

$$\textcircled{5} (\alpha > 2)$$



#1 out ($\because g(1) < 0$)

$$m=2 \quad g'_\frac{1}{2}(2) < 0$$

$$(0) \quad g(m) < 0$$

$$2 < m < \alpha \quad g(m) < 0$$

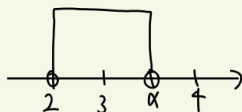
$$(0) \quad g(m) \geq 0$$

$$m \geq \alpha \quad g(m) \geq 0$$

$$m=2 \quad g'_\frac{1}{2}(2) > 0$$

$$(x) \quad g(m) \geq 0$$

자녀 4 m 값 2개 $\rightarrow m=2, 3, \times$



$$3 < \alpha \leq 4$$

$$\{g(-1), -\frac{7}{2}g(1)\} = \{2, 3\}$$

case ①

$$g(-1) = 2 = -f(-1)$$

$$g(1) = -\frac{6}{7} = -f(1)$$

$$p(-1) \cdot (-3) \cdot (-1-\alpha) = -2$$

$$p \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-1-\alpha) = \frac{6}{7}$$

$$\alpha = -8 \quad (\because 3 < \alpha \leq 4)$$

(x)

case ②

$$g(-1) = 3 = -f(-1)$$

$$g(1) = -\frac{4}{7} = -f(1)$$

$$p(-1) \cdot (-3) \cdot (-1-\alpha) = -3$$

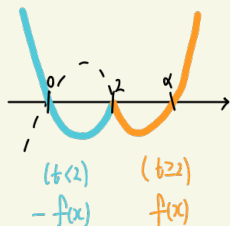
$$p \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-1-\alpha) = \frac{4}{7}$$

$$\alpha = \frac{11}{3}, p = \frac{3}{14}$$

$$f(x) = \frac{3}{14} x(x-2)(x-\frac{11}{3})$$

$$g(-5) = -f(-5) = 65$$

답: 65



2026학년도 9월 15번

15. 최고차항의 계수가 양수이고 $f(0) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x (|f(t)| - |t|) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $g'(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$, $x=6$ 에서 극값을 갖는다.

$f(6) \times g(2) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 22 ③ 28 ④ 34 ⑤ 40

$f(0) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$

$$(0,0) \text{ 지남 } f(x) = px^2 + qx + rx = x(px^2 + qx + r)$$

$$g(x) = \int_0^x (|f(t)| - |t|) dt$$

$$g(0)=0, \quad g'(x) = |f(x)| - |x|$$

(가) 방정식 $g'(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$$|f(x)| - |x| = 0$$

$$|f(x)| = |x| \quad f(x) = x \text{ or } f(x) = -x$$

$y=f(x)$ 와 $y=x$, $y=f(x)$ 와 $y=-x$ → 서로 다른 교점의 총 개수 4개!

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$, $x=6$ 에서 극값을 갖는다.

$g(x) \rightarrow$ 미분가능 함수 $g'(2), g'(6) = 0$ + $g'(x)$ 가 $x=2, 6$ 에서 부호변화

$$g'(x) = |f(x)| - |x| = 0 \rightarrow \text{근 } 0, 2, 6, \alpha \text{ (총 4개)}$$

$\downarrow$
($\because f(0)=0$)

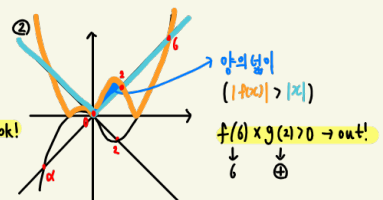
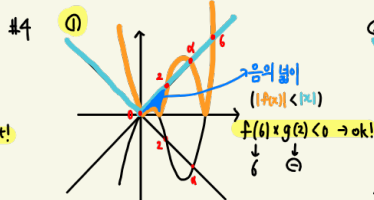
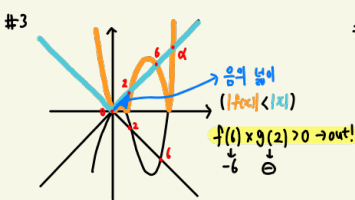
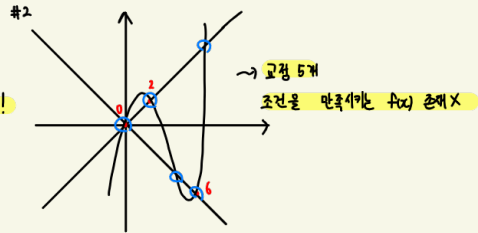
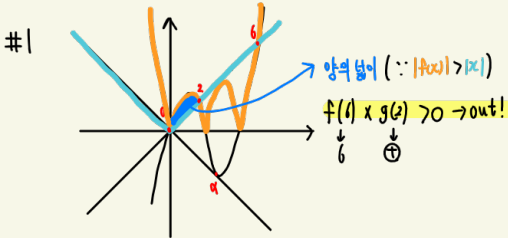
$$g'(2) = |f(2)| - |2| = 0 \Rightarrow f(2) = \pm 2, \quad f(6) = \pm 6$$

$$g'(6) = |f(6)| - |6| = 0$$

	$f(2)$	$f(6)$
#1	2	6
#2	2	-6
#3	-2	-6
#4	-2	6

$y=x, y=-x$ 총 교점 4개, $x=2, 6$ 에서는 뚫고 지나가는 교점 ($\because g'(x) \rightarrow x=2, 6$ 에서 부호변화)

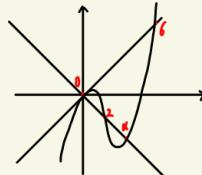
$$f(6) \times g(2) < 0 \quad g(x) = \int_0^x (|f(x)| - |x|) dx$$



해설개념

삼차함수와 직선의 세 교점 x좌표 합은 일정하다

→ 접하면 중간
 $0+2+\alpha = 0+0+6 \rightarrow \alpha=4$
 $y=x$ 와 교점 $y=-x$ 와 교점



$$f(x) - x = px^2(x-6)$$

$$f(x) = px^2(x-6) + x \quad f(x) = \frac{1}{4}x^2(x-6) + x$$

(2,-2) 를 지나므로 $f(2) = -16p + 2 = -2 \quad f(8) = \boxed{40}$
 $p = \frac{1}{4}$

2026학년도 6월 15번

15. 상수 k 와 $f'(0)=6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + k & (|x| > 1) \\ -f(x) & (|x| \leq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ 의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.

(나) x 에 대한 방정식 $g(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이다.

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ 의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.

모든 실수 a 에 대하여 $g'_+(a) \geq 0$

행동강령

$x=a$ 에서 미분가능 $\rightarrow g'_+(a) = g'_-(a)$
 $x=a$ 에서 미분불가능 $\rightarrow g'_+(a)$ 그대로

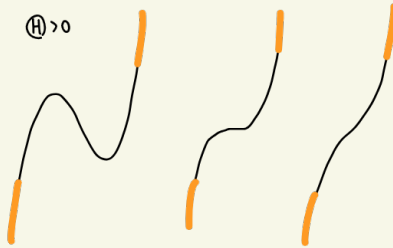
행동강령

구간 내부 $f(x)+k / -f(x) \rightarrow$ 미분가능
 경계점 ($x=-1, 1$)에서는 확인해 봐야함!

행동강령

특수한 자형 (극대/극소)을 우선적으로 살펴!!

(H) > 0



$+\infty / -\infty$

$$g(x) = f(x) + k$$

$$g'_+(a) = g'_-(a) = f'(a) > 0$$

out!

(H) < 0

$f'(a)=6$ 이므로 증가하는 구간 존재
 $\rightarrow$ 극값을 갖는 개별

$+\infty / -\infty$

$$g(x) = f(x) + k$$

$$g'_+(a) = g'_-(a) < 0$$

ok!

$(-1 \leq x \leq 1)$

$-f(x)$, 뒤집어야 $(-1 < a < 1)$ 에서 $g'(a) < 0$

$(x > 1 \text{ or } x < -1)$

$f(x) + k$, 모양 그대로야 $(a > 1 \text{ or } a < -1)$ 에서 $g'(a) < 0$

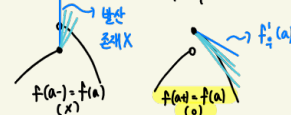
$\rightarrow$ y축방향 평행이동은 $g'(a)$ 값에 영향 X

$x=-1$ 에서 불연속이어도
 $g'_+(-1)$ 존재 ($g'_+(-1)=0$)

$x=1$ 에서 연속이어야
 $g'_+(1)$ 존재 ($g'_+(1)=0$)

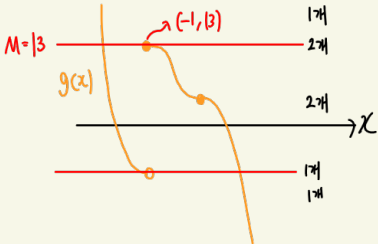
해설 재검정리

$x=a$ 에서 불연속일 때, $f'_+(a)$ 가 존재하려면?



$x=1$ 에서 연속 $\rightarrow -f(1) = f(1) + k$

(나) x 에 대한 방정식 $g(x)=t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이다.



행동강령

$y=t$ 와의 교점 개수 함수 $g(t)$ 분석 후보지점

① 극값 ② 불연속점 ③ 점근선

$$g(-1) = -f(-1) = 13, \quad f(-1) = -13$$

$$f(x) = px^3 + \dots$$

$$f'(x) = 3p(x+1)(x-1) \quad f'(0) = -3p = 6 \quad (p = -2)$$

$$f'(x) = -6x^2 + 6$$

$$f(x) = -2x^3 + 6x + C \quad f(-1) = -4 + C = -13 \quad (C = -9)$$

$$f(x) = -2x^3 + 6x - 9$$

$$f(1) + k = -f(1) \quad (\because x=1 \text{에서 연속})$$

$$k = -2f(1) = 10$$

$$k + f\left(\frac{1}{2}\right) = 10 + \left(-\frac{25}{4}\right) = \boxed{\frac{15}{4}}$$

2025학년도 수능 15번

15. 상수 $a(a \neq 3\sqrt{5})$ 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + 15x + 7 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) x 에 대한 방정식 $g'(x) \times g'(x-4) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

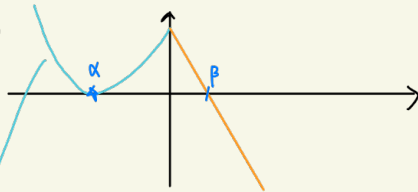
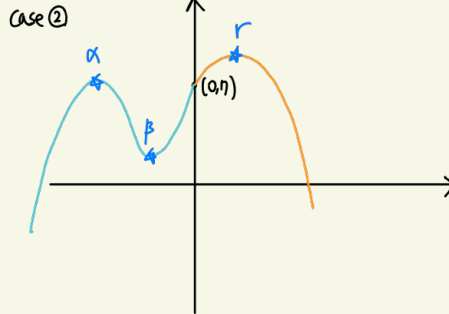
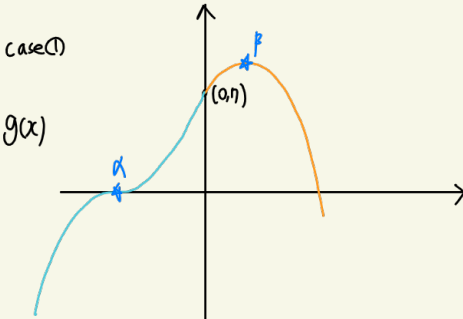
$g(-2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

(나) x 에 대한 방정식 $g'(x) \times g'(x-4) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$$g'(x) = 0 \text{ or } g'(x-4) = 0$$

$$g'(x) = 0 \text{ 의 한 근이 } \alpha \rightarrow g'(x-4) = 0 \text{ 의 한 근이 } \alpha+4$$



$$g'(x) \times g'(x-4) = 0 \rightarrow x = \alpha, \beta, \alpha+4, \beta+4$$

근 4개 ($\alpha+4 \neq \beta$)

$$3x^2 + 2ax + 15 = 0 \quad \frac{b}{4} = \frac{a^2 - 45}{4} = 0$$

$$a = -3\sqrt{5} \quad (a < 0) \rightarrow \text{out!}$$

상수 $a(a \neq 3\sqrt{5})$

$$g(-2) = 5 \quad g(2) = 21 \quad \text{답. ② } 32$$

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + 15x + 7 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

미분가능 $\rightarrow$ 연속 + 미분가능

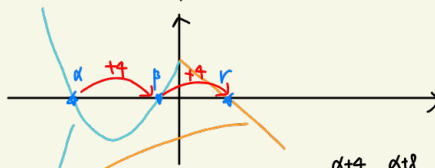
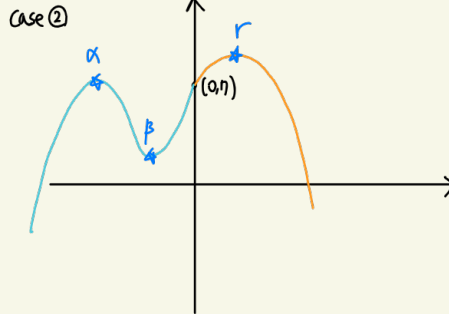
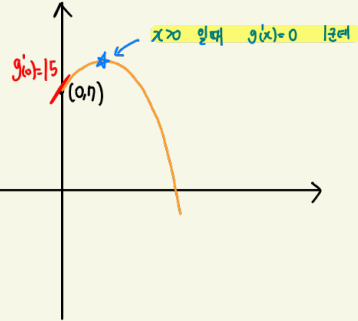
행동양식

구분별론 다르게 정의된 함수의 연속, 미분가능 조건

구분대수 $(x^3 + ax^2 + 15x + 7) / f(x) \rightarrow$ 연속, 미분가능

경계값 $(x=0)$ 연속 $\rightarrow g(0) = f(0)$ 미분가능 $\rightarrow f'(0) = g'(0)$

$$f(x) = px^2 + 15x + 7$$



$$g'(x) \times g'(x-4) = 0 \rightarrow x = \alpha, \beta, \alpha+4, \beta+4$$

근 4개

$$3x^2 + 2ax + 15 = 0 \rightarrow \alpha, \alpha+4$$

$$\alpha + (\alpha+4) = -\frac{2a}{3} \rightarrow -\frac{2a}{3} = -6 \quad a = 9$$

$$\alpha \times (\alpha+4) = 5 \rightarrow \alpha = -5, \frac{1}{\alpha} \quad (\because \alpha, \alpha+4 < 0, \alpha+8 > 0)$$

$$f(x) = px^2 + 15x + 7$$

$$f'(x) = 2px + 15 \quad f'(\alpha+8) = f'(\beta) = 6p + 15 = 0$$

$$p = -\frac{5}{2}$$

2025학년도 6월 15번

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 상수 $k(k \geq 0)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} 2x-k & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능하다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x g(t) \{ |t(t-1)| + t(t-1) \} dt \geq 0 \text{ 이고}$$

$$\int_3^x g(t) \{ |t(t-1)(t+2)| - (t-1)(t+2) \} dt \geq 0 \text{ 이다.}$$

$g(k+1)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $4 - \sqrt{6}$ ② $5 - \sqrt{6}$ ③ $6 - \sqrt{6}$
 ④ $7 - \sqrt{6}$ ⑤ $8 - \sqrt{6}$

$$g(x) = \begin{cases} 2x-k & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

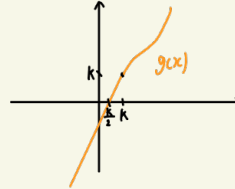
함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능하다. 미분가능 $\rightarrow$ 연속 + 미분가능

행동양령

구간별로 다르게 정의된 함수의 연속, 미분가능 조건

구간내부 ($2x-k / f(x)$) $\rightarrow$ 연속, 미분가능

경계값 ($x=k$) 연속 $\rightarrow k=f(k)$ 미분가능 $\rightarrow f'(k)$



$2x-k \rightarrow$ 증가함수

$x > k$ 에서 $f(x)$ 증가

$\Rightarrow x > k$ 에서 $f'(x) \geq 0$

(나) 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x g(t) \{ |t(t-1)| + t(t-1) \} dt \geq 0 \text{ 이고}$$

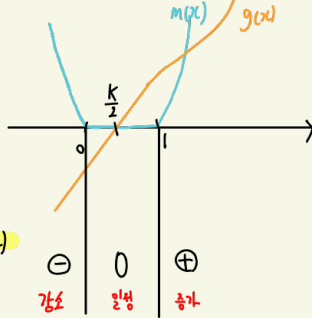
$$\int_3^x g(t) \{ |t(t-1)(t+2)| - (t-1)(t+2) \} dt \geq 0 \text{ 이다.}$$

$$h_1(x) = \int_0^x g(t) \{ |t(t-1)| + t(t-1) \} dt \geq 0$$

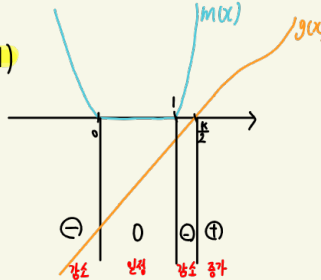
$$h_1(0) = 0 \rightarrow (0,0) \text{ 재발} \quad h_1'(x) = g(x) \times m(x)$$

$g(x)$ 의 부호가 변화하는 $x = \frac{k}{2}$, $m(x)$ 의 부호가 변화하는 $x=1$ 기준으로 case 나누기

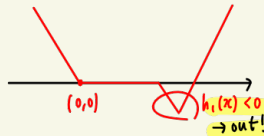
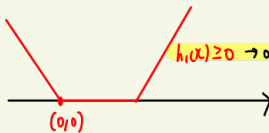
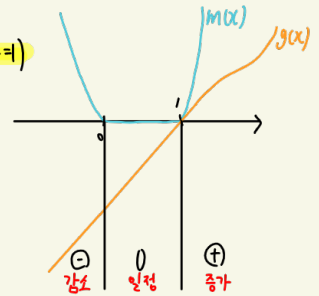
#1
($\frac{k}{2} < 1$)



#2
($\frac{k}{2} > 1$)



#3
($\frac{k}{2} = 1$)



$$\textcircled{1} \quad \frac{k}{2} \leq 1 \rightarrow k \leq 2$$

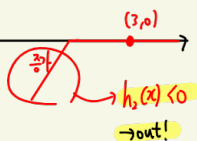
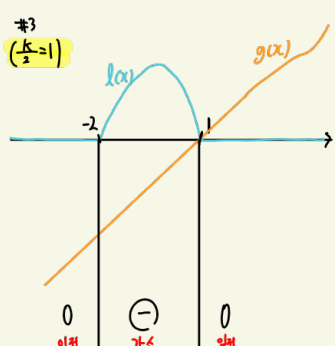
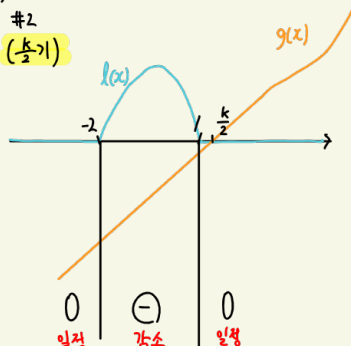
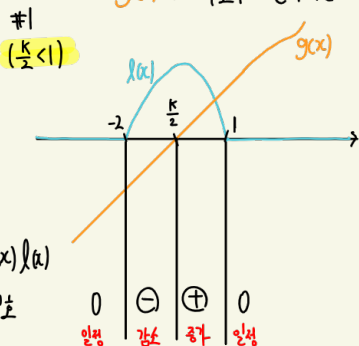
$$h_2(x) = \int_3^x g(t) \{ |(t-1)(t+2)| - (t-1)(t+2) \} \geq 0$$

$l(t)$

$$l(t) = \begin{cases} 0 & (t \geq 1 \text{ or } t \leq -2) \\ -2(t-1)(t+2) & (-2 < t < 1) \end{cases}$$

$$h_2(3) = 0 \rightarrow (3,0) \text{ 지남} \quad h_2(x) = g(x) \times l(x)$$

$g(x)$ 의 부호가 변화하는 $x = \frac{k}{2}$, $l(x)$ 의 부호가 변화하는 $x=1$ 을 기준으로 case 나누기



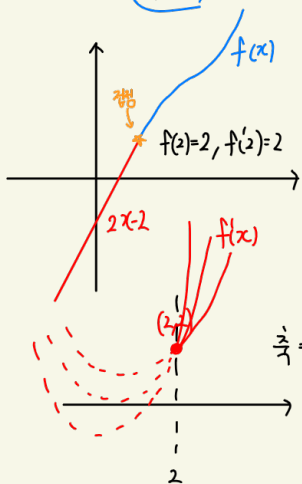
$$h_2(x) \geq 0 \rightarrow \text{ok!}$$

$$h_2(x) \geq 0 \rightarrow \text{ok!}$$

$$\textcircled{C} \quad \frac{k}{2} \geq 1 \rightarrow k \geq 2$$

$$\textcircled{C}, \textcircled{D} \text{ 을 모두 만족하려면 } k=2$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x-2 & (x \leq 2) \\ f(x) & (x \geq 2) \end{cases}$$



$$f(x) - (2x-2) = (x-2)^2(x-a)$$

$$f(x) = (x-2)^2(x-a) + 2x-2$$

$$f'(x) = 2(x-2)(x-a) + (x-2)^2 + 2$$

$$= 3x^2 - (2a+8)x + 4a+6$$

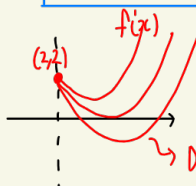
$$\frac{a+4}{3}$$

$$x > 2 \text{ 에서 } f'(x) \geq 0$$

행동양성
이차함수의 축이 정해져 있지 않다면 축을 기준으로 case 나누기

$$\frac{a+4}{3} \leq 2 \quad \textcircled{E} \quad a \leq 2$$

$$x > 2 \text{ 에서 } f(x) \geq 0$$



$$\frac{a+4}{3} > 2 \quad a > 2$$

$$D \leq 0 \text{ 이어야 } x > 2 \text{ 에서 } f(x) \geq 0$$

$$\Delta_4 = (a+4)^2 - 3(4a+6)$$

$$= a^2 - 4a - 2 \leq 0 \rightarrow 2 - \sqrt{6} \leq a \leq 2 + \sqrt{6}$$

$$\textcircled{C} + \textcircled{E} \rightarrow a \leq 2 + \sqrt{6} \quad g(k+1) = g(3) = f(3) = 7 - a \geq 5 - \sqrt{6} \quad \text{최소값: } 5 - \sqrt{6}$$

2024학년도 수능 22번

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(k-1)f(k+1) < 0$$

을 만족시키는 정수 k 는 존재하지 않는다.

모든 정수 k 에 대하여 $f(k-1)f(k+1) \geq 0$

2번 차이

$$f'(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}, f'(\frac{1}{4}) < 0$$



$x = -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ 에서 $f(x)$ 감소

사이에 있는 정수 0 때문이기

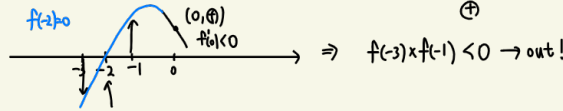
(0에서도 같음)

$f'(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}, f'(\frac{1}{4}) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

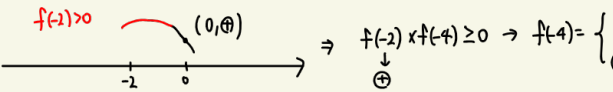
정수에서 함숫값의 부호 중요! ① $f(0) > 0$ ② $f(0) < 0$ ③ $f(0) = 0$ case 447)

① $f(0) > 0$

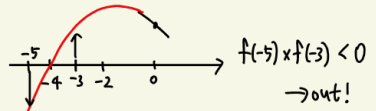
0이랑 두칸 차이 점수 -2 $f(-2) \times f(0) \geq 0 \rightarrow f(-2) = \begin{cases} 0 \\ \oplus \end{cases}$



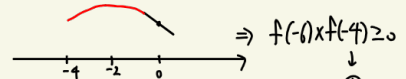
$$\Rightarrow f(-3) \times f(-1) < 0 \rightarrow \text{out!}$$



$$\Rightarrow f(-2) \times f(4) \geq 0 \rightarrow f(4) = \begin{cases} 0 \\ \oplus \end{cases}$$



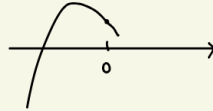
$$\Rightarrow f(-5) \times f(-3) < 0 \rightarrow \text{out!}$$



$$\Rightarrow f(-1) \times f(4) \geq 0$$

$$f(6) = \begin{cases} 0 \\ \oplus \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 \rightarrow f(5) \times f(7) < 0 \rightarrow \text{out!} \\ \oplus \end{cases}$$

$$f(0) > 0 \rightarrow f(-2) > 0 \rightarrow f(4) > 0 \rightarrow \dots$$

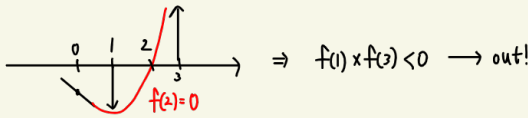


삼차함수 그래프 개형상 계속 $\oplus$ 만 나올 수 없음!

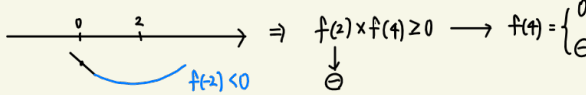
$$(x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow -\infty) \rightarrow \text{out!}$$

② $f(0) < 0$

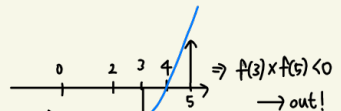
0이랑 두칸 차이 점수 2 $f(0) \times f(2) \geq 0 \rightarrow f(2) = \begin{cases} 0 \\ \ominus \end{cases}$



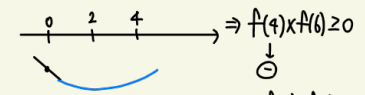
$$\Rightarrow f(1) \times f(3) < 0 \rightarrow \text{out!}$$



$$\Rightarrow f(2) \times f(4) \geq 0 \rightarrow f(4) = \begin{cases} 0 \\ \ominus \end{cases}$$



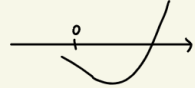
$$\Rightarrow f(3) \times f(5) < 0 \rightarrow \text{out!}$$



$$\Rightarrow f(4) \times f(6) \geq 0$$

$$f(0) < 0 \rightarrow f(2) < 0 \rightarrow f(4) < 0 \rightarrow \dots$$

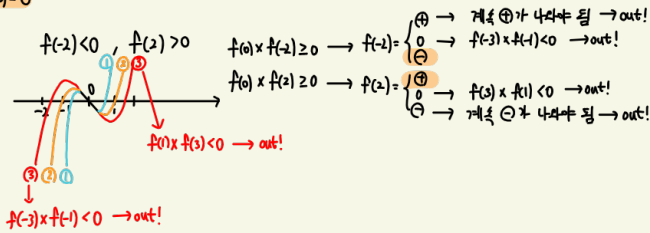
$$f(6) = \begin{cases} 0 \\ \ominus \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 \rightarrow f(5) \times f(7) < 0 \rightarrow \text{out!} \\ \ominus \end{cases}$$



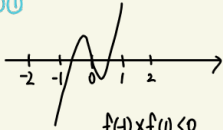
삼차함수 그래프 개형상 계속 $\ominus$ 가 나올 수 없음!

$$(x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty)$$

③ $f(0) = 0$

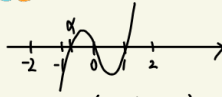


#1 ①①



$f(-1) \times f(1) < 0$
 $\rightarrow \text{out!}$

#2 ①②



$(-1 < \alpha < 0)$

$f(x) = x(x-1)(x-\alpha)$
 $= x^3 - (\alpha+1)x^2 + \alpha x$

$f'(x) = 3x^2 - 2(\alpha+1)x + \alpha$

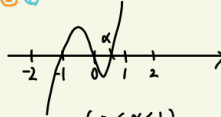
$f'(-\frac{1}{4}) = \frac{3}{16} - \frac{1}{2}(\alpha+1) + \alpha$
 $= \frac{3}{2}\alpha + \frac{11}{16} = -\frac{1}{4}$

$\alpha = -\frac{5}{8}$

$f(x) = x(x-1)(x+\frac{5}{8})$

$f(8) = \boxed{483}$

#3 ②①



$(0 < \alpha < 1)$

$f(x) = x(x+1)(x-\alpha)$

$= x^3 + (1-\alpha)x^2 - \alpha x$

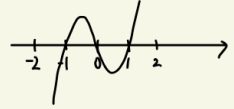
$f'(x) = 3x^2 + 2(1-\alpha)x - \alpha$

$f'(-\frac{1}{4}) = \frac{3}{16} - \frac{1}{2}(1-\alpha) - \alpha$
 $= -\frac{1}{2}\alpha - \frac{5}{16} = -\frac{1}{4}$

$\alpha = -\frac{1}{8} \rightarrow \text{out!}$

$(\because 0 < \alpha < 1)$

#4 ②②



$f(x) = x(x+1)(x-1)$
 $= x^3 - x$

$f'(x) = 3x^2 - 1$

$f'(-\frac{1}{4}) = -\frac{13}{16} \neq -\frac{1}{4}$
 $\rightarrow \text{out!}$

15. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ 3 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이라 하자. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) - 1$ 일 때, $g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

$$\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) - 1$$

$x=3$ 에서 불연속
(극한값 $\neq$ 함수값)

$$\frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} \leftarrow \begin{matrix} \text{연속함수} \\ \text{연속함수} \end{matrix}$$

$f(x) \neq 0 \rightarrow g(x)$ 는 무조건 연속
 $f(x) = 0 \rightarrow g(x)$ 연속 or 불연속

$x=3$ 에서 불연속이므로 $f(3)=0$

$$\begin{aligned} f(3)=0 \quad \lim_{x \rightarrow 3} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} = g(3) - 1 = 2 \\ g(3)=3 \end{aligned}$$

$\frac{f(6)\{f(3)+1\}}{f(3)} \rightarrow 0$ 수렴하려면 $f(6)=0$

$$f(x) = (x-3)(x-6)(x-\alpha)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)(x+3-\alpha)\{(x-3)(x-6)(x-\alpha)+1\}}{(x-3)(x-6)(x-\alpha)} = \frac{3 \times (6-\alpha) \times 1}{-3(3-\alpha)} = \frac{6-\alpha}{\alpha-3} = 2$$

$$\alpha = 4$$

$$f(x) = (x-3)(x-4)(x-6) \quad f(5) \neq 0 \quad g(5) = \frac{f(8)\{f(5)+1\}}{f(5)} = \frac{40 \cdot (-1)}{-2} = \boxed{20}$$

2024학년도 6월 22번

22. 정수 $a(a \neq 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 곱이 -12 가 되도록 하는 a 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

380

함수 $f(x)$ 에 대하여

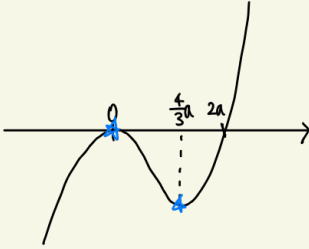
$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간 $(k, k + \frac{3}{2})$ 에 존재한다.

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

$$f(x) = x^2(x - 2a)$$

Case ① $a > 0$



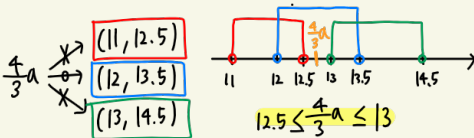
$(k, k+3)$ 에 0이 존재하려면 $k = -1 (-1, 0.5)$

모든 정수 k 값의 곱이 -12 가 되려면

$(k, k+3)$ 에 $\frac{4}{3}a$ 가 존재하는 k 값 #1 12

#2 3, 4

#1 $k = 11, 12, 13$

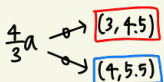


$$12.5 \leq \frac{4}{3}a \leq 13$$

$$9.xx = \frac{15}{8} \leq a \leq \frac{39}{4} = 9.xx$$

↳ 정수 a 존재 $\rightarrow$ out!

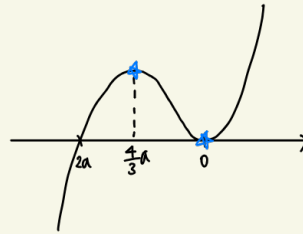
#2 $k = 3, 4$



$$4 < \frac{4}{3}a < 4.5 \rightarrow \text{정수 } a \text{ 존재 } \rightarrow \text{out!}$$

$$3 < a < \frac{27}{8} = 3.xx$$

Case ② $a < 0$

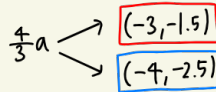


$(k, k+3)$ 에 0이 존재하려면 $k = -1 (-1, 0.5)$

모든 정수 k 값의 곱이 -12 가 되려면

$(k, k+3)$ 에 $\frac{4}{3}a$ 가 존재하는 k 값 #1 $k = -3, -4$

#1 $k = -3, -4$



$$-3 < \frac{4}{3}a < -2.5$$

$$-2.xx = -\frac{9}{4} < a < -\frac{15}{8} = -1.xx$$

↳ 정수 $a = -2$

$$f(x) = x^3 + 4x^2$$

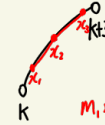
$$f'(x) = 3x^2 + 8x$$

$$f'(10) = 380$$

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간 $(k, k + \frac{3}{2})$ 에 존재한다.



$$m_1 \times m_2 > 0$$

$(k, k+3)$ 에서 증가 $\rightarrow$ out!



$$m_1 \times m_2 > 0$$

$(k, k+3)$ 에서 감소 $\rightarrow$ out!



$$m_1 \times m_2 < 0$$

$(k, k+3)$ 에서 극값을 가하여야 함!

2023학년도 수능 22번

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = f(1) + (x-1)f'(g(x)) \text{이다.}$$

(나) 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

(다) $f(0) = -3, f(g(1)) = 6$

(13)

$$f(x) = f(1) + (x-1)f'(g(x))$$

식 변형

$$\frac{f(x) - f(1)}{x-1} = f'(g(x))$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} f'(g(x))$$

$$f'(1) = f'(g(1))$$

$f(x)$ 는 이차함수

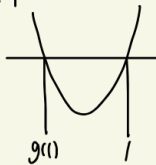
① $g(1) = 1$

② $1/g(1)$ 축에 대칭

→ out!

$$(\because (4) g(x) \geq \frac{5}{2})$$

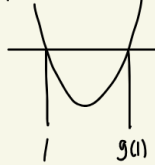
#1



$g(1) < 1 \rightarrow \text{out!}$

$$(\because (4) g(x) \geq \frac{5}{2})$$

#2

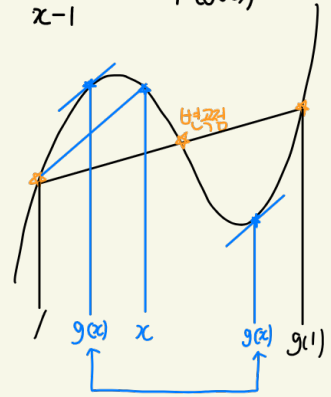


⇒

평균 변화율

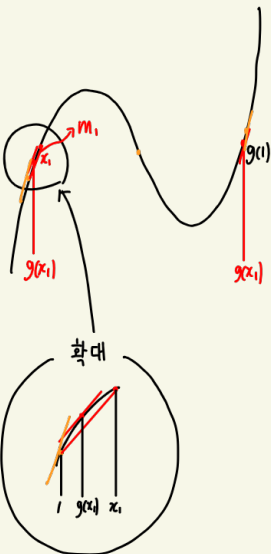
미분계수

$$\frac{f(x) - f(1)}{x-1} = f'(g(x))$$

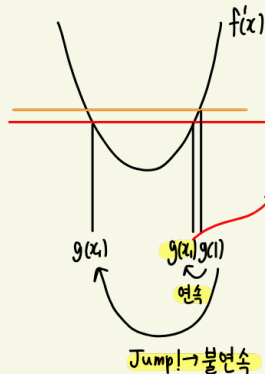


$g(x)$ 후보 값 변곡점 왼쪽/오른쪽 2개!

☆ x_1 보다 조금 큰 실수

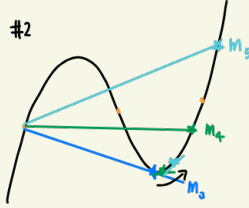
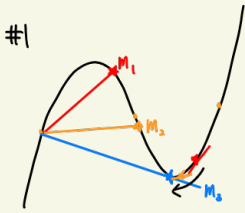


⇒



오른쪽 값을 선택!

Jump! → 불연속

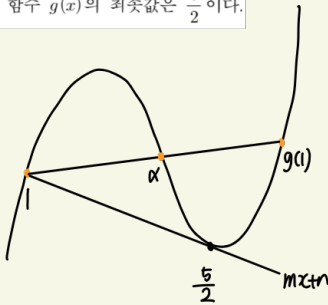


#1 평균변화율이 감소 ($m_1 > m_2 > m_3$), 접점은 왼쪽으로 이동

#2 평균변화율이 증가 ($m_3 < m_4 < m_5$), 접점은 오른쪽으로 이동

접할 때 $g(x)$ 가 최솟값!

(나) 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.



$$1 + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 3\alpha = 1 + \alpha + g(1)$$

$$\alpha = 2, g(1) = 3$$

(다) $f(0) = -3, f(g(1)) = 6 \rightarrow f(0) = -3, f(3) = 6$

$$f(x) - (mx+n) = (x-1)(x-\frac{5}{2})^2$$

$$f(x) = (x-1)(x-\frac{5}{2})^2 + mx+n$$

$$f(0) = n - \frac{25}{4} = -3 \quad n = \frac{13}{4}$$

$$f(3) = 3m + \frac{15}{4} = 6 \quad m = \frac{3}{4}$$

$$f(x) = (x-1)(x-\frac{5}{2})^2 + \frac{3}{4}x + \frac{13}{4}$$

$$f(4) = \boxed{13}$$

2023학년도 9월 22번

22. 최고차항의 계수가 1 이고 $x=3$ 에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

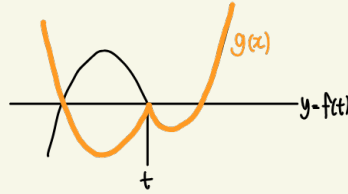
$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x) + 2f(t) & (x < t) \end{cases}$$

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 a 의 값이 두 개일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

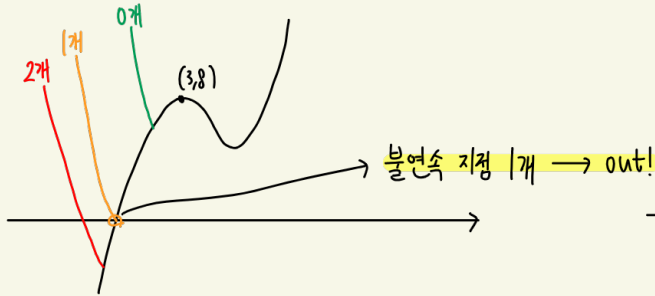
(58)

$$-f(x) + 2f(t)$$

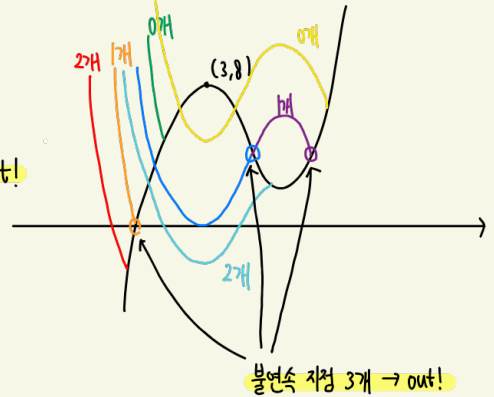
→ $f(x)$ 를 $y=f(t)$ 에 대해 대칭시킨 그래프



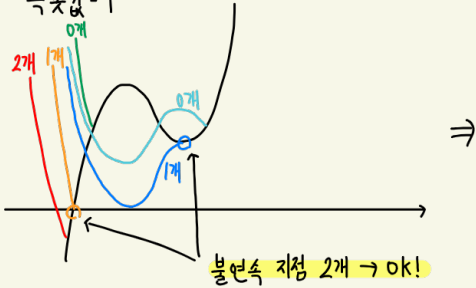
#1 극솟값 > 4



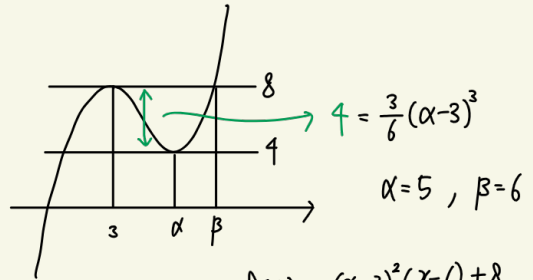
#2 $0 < \text{극솟값} < 4$



#3 극솟값 = 4



⇒



$$f(x) = (x-3)^2(x-6) + 8$$

$$f(8) = \boxed{58}$$

+ 극솟값 ≤ 0 → out!

(직접해보세요)

2023학년도 6월 22번

22. 두 양수 $a, b (b > 3)$ 과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 합수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x < 0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(19)

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2} \text{의 값이 존재하지 않는다}$$

실수 t 의 값은 -3 과 6 뿐이다.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2} \Rightarrow \frac{0}{0} \frac{0}{0}$$

$$(g(-3) = (-3+3)f(-3) = 0)$$

식변형 ($g(t) \neq 0$)

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2} \times \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} + |g(t)|}{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} + |g(t)|}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{|g(x)|}{(x+3)^2 (\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} + |g(t)|)}$$

실수 전체의 집합에서 연속

극한 경계값 ($x=0$)에서 연속조건!

$$3f(0) = af(-b)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{|(x+3)f(x)|}{(x+3)^2} \times \frac{1}{2g(t)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)|}}{(x+3)^2} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|(x+3)f(x)|}}{(x+3)^2}$$

#1 $g(t) \neq 0$

$g(t) \neq 0$, $t \neq -3, 6$ 인 경우

극한값이 존재해야 함!

$$\frac{1}{2g(t)} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{|(x+3)f(x)|}{(x+3)^2}$$

$f(x)$ 가 인수 $(x+3)$ 1개 이상!

#2 $g(t) = 0$

만약 $b=9$ $f(x) = (x+3)^2$ 이여도 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|(x+3)^3|}}{(x+3)^2} \Rightarrow \text{발산!}$
(분모인수(2개) > 분자인수(3개))

$g(t)=0 \rightarrow$ 극한값 존재 x

$\hookrightarrow$ 2이 $t = -3, 6$ 만 존재해야 함!

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)^2(x+b-6) & (x < 0) \\ (x+a)(x+3-b)(x-6) & (x \geq 0) \end{cases}$$

만약 $g(6) \neq 0$ 이면 $t=6$ 일 때 극한값 존재 $\rightarrow$ out!

$$\therefore g(6) = 0$$

$$(6+a)f(6-b) = 0$$

$$6+a > 0 \rightarrow f(6-b) = 0$$

($\because a \neq -6$)

$$f(x) = (x+3)(x+b-6)$$

$$\begin{cases} 6-b=3 \text{ or } 6-b \geq 0 \\ b-3 < 6 \text{ or } b-3 < 0 \end{cases} \Rightarrow b=9 \text{ or } b < 3$$

$$f(x) = (x+3)^2$$

$$3f(0) = af(-b)$$

$$3f(0) = af(-9)$$

$$27 = 36a \quad a = \frac{3}{4}$$

$$g(4) = (4+\frac{3}{4})f(-5) = 19$$

2022학년도 수능 22번

22. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여

방정식 $f'(x)=0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow a+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a-} g(t) \leq 2$ 이다.

(나) $g(f(1))=g(f(4))=2$, $g(f(0))=1$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

9

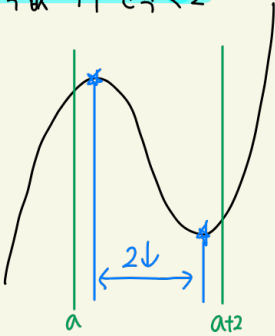
$$f'(x)=0 \rightarrow f(x) \text{의 극점}$$

$$[t, t+2]$$

$$\rightarrow \text{구간 크기} = 2$$

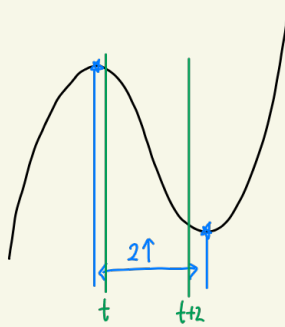
case를 나누는 기준!

#1 극값 사이 간격 < 2



$$\lim_{t \rightarrow a-} g(t) + \lim_{t \rightarrow a+} g(t) = 4 \rightarrow (가) \text{ 조건 out!}$$

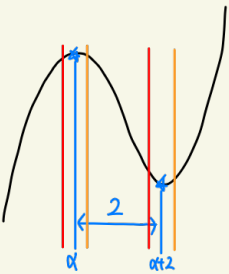
#2 극값 사이 간격 > 2



$[t, t+2]$ 가 극점 2개를 모두 포함할 수 없음

$$g(t) \neq 2 \quad (나) \text{ 조건 } g(f(1))=g(f(4))=2 \rightarrow \text{out!}$$

#3 극값 사이 간격 = 2

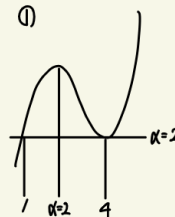


$$\lim_{t \rightarrow a+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a-} g(t) = 2 \rightarrow \text{ok!}$$

$$g(a)=2$$



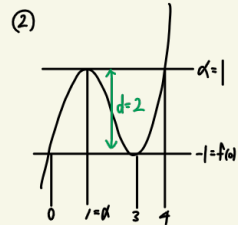
① 극값 or 극대값 = a



$$f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-4)^2 + 2$$

$$f(0) = -6$$

$$g(f(a)) = g(-6) = 0 \rightarrow \text{out!}$$



$$d = \frac{1}{2}x^2 - x^2 = 2 \rightarrow \text{극대값} = -1$$

$$g(f(a)) = g(-1) = 1 \rightarrow \text{ok!}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x(x-3)^2 - 1$$

$$f(5) = 9$$

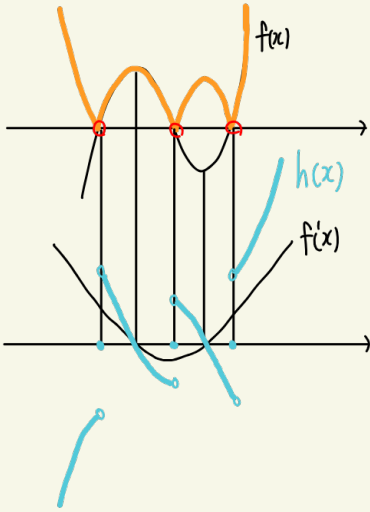
2022학년도 9월 22번

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x-3) \times \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 (나) 방정식 $g(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 를 갖고 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 7$ 이다.

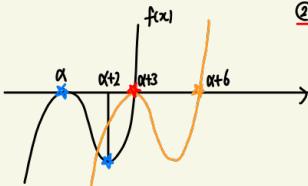


$|f(x)|$ 미분불가능 $\rightarrow h(x)$ 불연속

(나) 방정식 $g(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 를 갖고 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 7$ 이다.

$$g(x) = f(x-3)h(x) = 0 \quad f(x-3)=0 \text{ or } h(x)=0$$

① $f(x)=0$
 ② $|f(x)|$ 미분불가능



$$\alpha + (\alpha+2) + (\alpha+3) + (\alpha+6) = 4\alpha + 11 = 7$$

$$\alpha = -1$$

$$f(x) = (x+1)^3(x-2)$$

$$f(5) = 108$$

$$h(x) = \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h}$$

$$|f(x)| = K(x)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0+} \frac{K(x+h) - K(x-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{K(x+h) - K(x)}{h} + \frac{K(x-h) - K(x)}{-h}$$

$$h(x) = K'_q(x) + K'_{\frac{3}{2}}(x)$$

$K(x)$ 미분가능

미분불가능

$$h(x) = 2K(x)$$

$$h(x) = K'_q(x) + K'_{\frac{3}{2}}(x)$$

행동강령

$x=a$ 에서 미분가능

$$\rightarrow f'_q(a), f'_{\frac{3}{2}}(a) = f'(a)$$

미분가능/미분불가능 case 4가지

해상개념

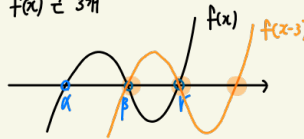
$$x=a \text{에서 } f(x) \times g(x) = f(x)g(x) \rightarrow g(a)=0$$

불연속 $\times$ 연속 = 연속

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$$f(x-3) \times h(x)$$

#1 $f(x)$ 근 3개

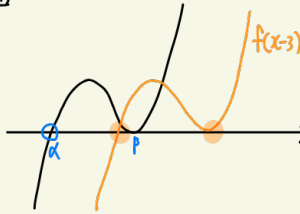


$$\beta - \alpha = \gamma - \beta = 3 \text{ 이어도}$$

$$g(x) \rightarrow x=\alpha \text{에서 불연속} \rightarrow \text{out!}$$

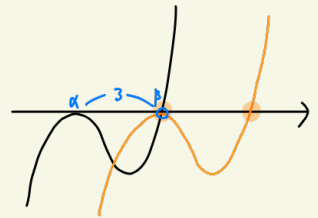
#2 $f(x)$ 근 2개

①



$$g(x) \rightarrow x=\alpha \text{에서 불연속} \rightarrow \text{out!}$$

②



$$\beta - \alpha = 3 \text{ 일 때}$$

$$g(x) \text{ 연속} \rightarrow \text{ok!}$$

+ $f(x)$ 근 1개 (한 실근 + 두 허근 / 삼중근)

(가) 조건 out!

(가) 조건 ok!

but, (나) 조건 out!

2022학년도 6월 22번

22. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (나) 방정식 $f(x-f(x))=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

(61)

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$ 일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(나) 방정식 $f(x-f(x))=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$$x-f(x)=t \quad f(t)=0 \quad t=\alpha, \beta$$

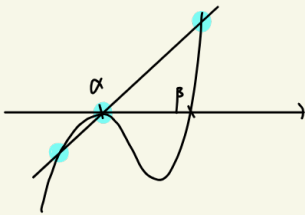
$$x-f(x)=\alpha, \beta \quad f(x)=x-\alpha \text{ or } f(x)=x-\beta$$

↑ 교점 총 3개!

행동강령

수학2에서 합성함수 방정식은 우선적으로 치환해서 풀자!

#1



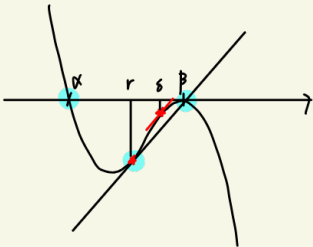
$x-\alpha$ 와 교점 3개

$x-\beta$ 와 교점 최소 2개 (접하면 $f(\beta)=1$) 2개, 아니면 3개)

총 최소 5개 → out!

교점이 겹칠 가능성은 X ($x-\alpha // x-\beta$)

#3



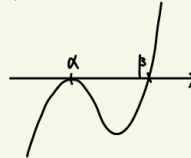
$f(x)$ 가 $x-\beta$ 와 접해야 교점 3개!

$$f'(r)=f'(\beta)=1 \quad f'(1)=1 \rightarrow 1=r \text{ or } \beta$$

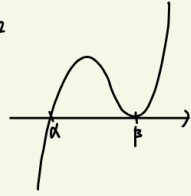
$$f(1)=4 \quad f(r), f(\beta) < 0$$

→ out!

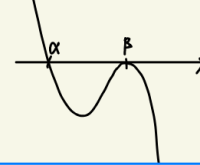
#1



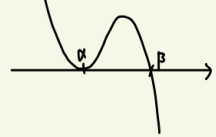
#2



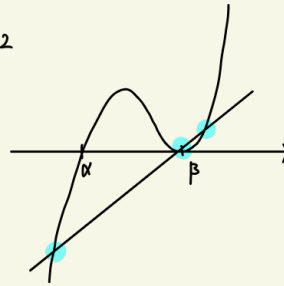
#3



#4

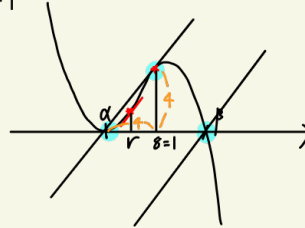


#2



교점 총 최소 5개 → out!

#4



$f(x)$ 가 $x-\alpha$ 와 접해야 교점 3개!

$$\textcircled{1} r=1 \rightarrow f'(0) < f'(1)=1 \rightarrow \text{out!}$$

($\because f'(0)>1$)

$$\textcircled{2} \beta=1 \rightarrow f(1)=4 \quad \alpha=-3$$

$$(-3)+1+1=(-3)+(-3)+\beta \quad \beta=5$$

$$f(x)=-\frac{1}{16}(x+3)^2(x-5)$$

$$f(x)=p(x+3)^2(x-5)$$

$$f(1)=-64p=4$$

$$f(0)=\frac{45}{16}$$

답: 61