5:08
6:21
73min

제 2 교시

수학 영역

100!

5지선다형

1. $5^{-\frac{1}{2}} \times 25^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

① 1　② $\sqrt{5}$　③ 5　④ $5\sqrt{5}$　⑤ 25

2. 함수 $f(x) = x^2 + 3x - 1$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 7　② 9　③ 11　④ 13　⑤ 15

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{5}(k+3a_k) = 27$ 일 때, $\sum_{k=1}^{5} a_k$ 의 값은? [3점]

15

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x < 1) \\ x^2 - ax + 11 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

2a = 10

5. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x^2+2x)f(x)$$

라 하자. $f(1)=2$, $f'(1)=1$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

$g(1)=6$

$g'(1)=8+3$

6. 1보다 큰 두 실수 a, b가

$$\log_{\sqrt{a}} b=6,\quad \log_4 a+\log_2 b=14$$

를 만족시킬 때, $\log_2 \frac{b}{a}$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$b=a^3$

$\frac{7}{2}\log_2 a$

$a=2^4$

7. 함수 $f(x)=x^3+x^2+a$에 대하여

$$\int_0^2 f(x)\,dx=\frac{40}{3}+\int_0^{-2} f(x)\,dx$$

일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① $\frac{11}{6}$ ② 2 ③ $\frac{13}{6}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

$\int_{-2}^{2}=\frac{20}{3}$

$\frac{8}{3}+2a$

8. $2\cos\theta + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = 0$ 이고 $\sin\theta < 0$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\tan\theta = -2$

$\sqrt{5}$ 2 1

9. 양수 t 에 대하여 함수 $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 1$ 의 그래프 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이 점 $(0, 1)$ 을 지나도록 하는 t 의 값은? [4점]

$-tf'(t) + f(t) = 1$

① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

$-6t^3 + 14t^2 + 2t^3 - 7t^2 = 0$

$4t^3 = 7t^2$

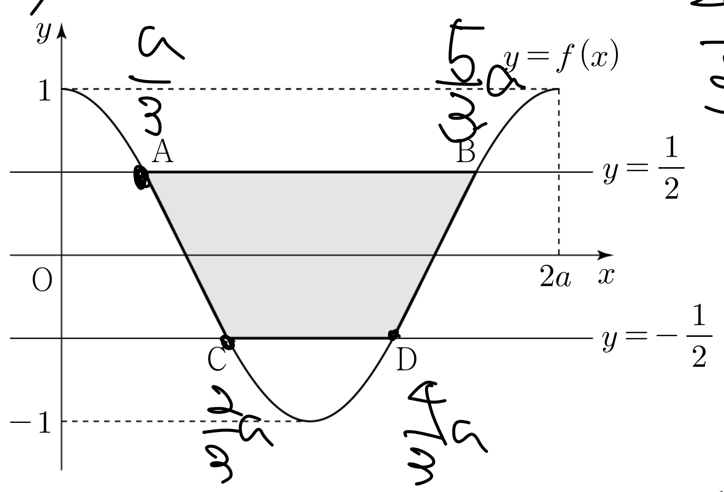
10. 양수 a 에 대하여 닫힌구간 $[0, 2a]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cos\frac{\pi x}{a}$ 가 있다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{1}{2}$ 과 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하고, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 과 만나는 두 점을 각각 C, D 라 하자. 사각형 ACDB 의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 일 때, $a \times \overline{\mathrm{AB}}$ 의 값은?
(단, 점 A 의 x 좌표는 점 B 의 x 좌표보다 작고, 점 C 의 x 좌표는 점 D 의 x 좌표보다 작다.) [4점]

$\frac{3}{a}$

① 3 ② $\frac{19}{6}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

$\frac{4}{3}, \frac{2}{3}$



$\left(\frac{2}{3}a + \frac{4}{3}a\right)\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k에 대하여 시각이 $t\,(t \geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-6t+k$$

$x(t)=t^3-3t^2+kt$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $k=0$이면, 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 -2이다.

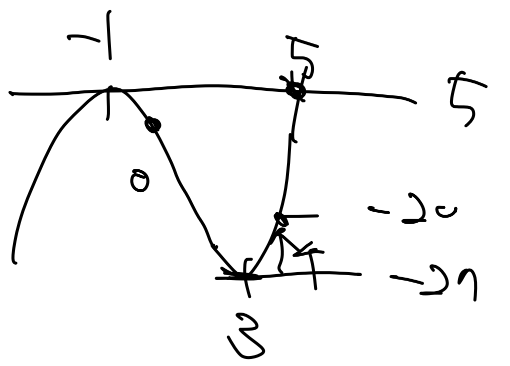
ㄴ. $k=2$이면, 시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리는 점 P의 위치의 변화량과 같다.

ㄷ. $k=-9$이면, 시각 $t=0$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리는 34이다.

t^2-2t-3

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$1\pm\sqrt{3}$



7 27

12. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\cancel{a_5}\times(a_6+a_7)=20\,\cancel{a_{10}},\quad S_4=65$$

r^5

일 때, a_2의 값은? [4점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$a_1+a_2=20$

8 12

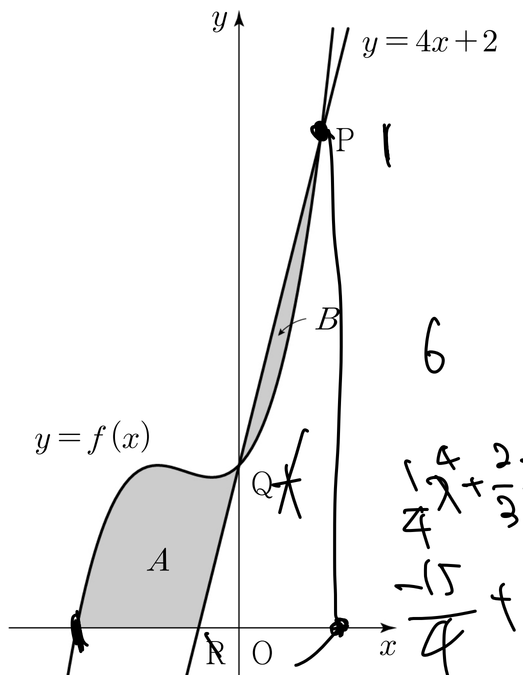
$\cancel{20}(1+r^2)=\cancel{65}$

4 13

$4r^2=9$

$\frac{3}{2}$

13. 그림과 같이 함수 $f(x)=x^3+2x^2+x+2$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=4x+2$ 가 제 1 사분면에서 만나는 점을 P, y 축 위에서 만나는 점을 Q 라 하자.
직선 $y=4x+2$ 가 x 축과 만나는 점을 R 이라 할 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 선분 RQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 QP 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자. $A-B$ 의 값은? [4점]

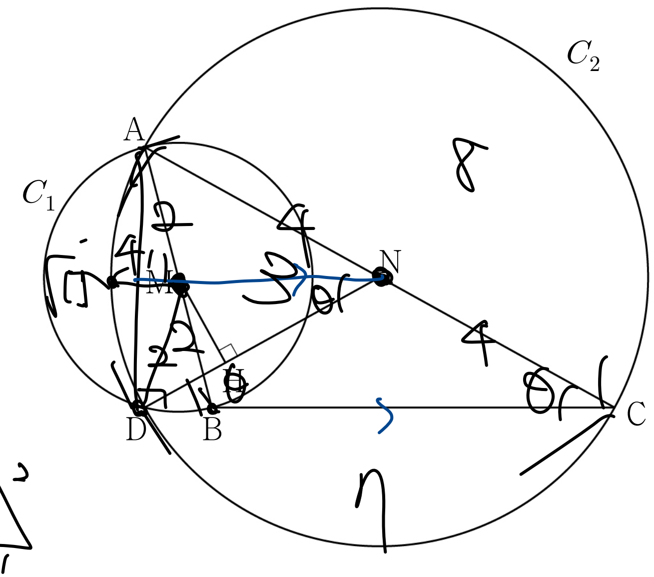


① 2　② $\frac{9}{4}$　③ $\frac{5}{2}$　④ $\frac{11}{4}$　⑤ 3

$A+X \int_{-2}^{1} f = \frac{27}{4}$

$B+X = \frac{18}{4}$

14. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=4$, $\overline{\mathrm{AC}}=8$, $\angle \mathrm{CBA} > \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 $\frac{16\sqrt{15}}{15}$ 이다.
선분 AB 의 중점을 M, 선분 AC 의 중점을 N 이라 할 때, 두 점 M, N 을 각각 중심으로 하고 점 A 를 지나는 두 원 C_1, C_2 가 있다. 두 원 C_1, C_2 가 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 D 라 하고, 점 M 에서 선분 DN 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 선분 MH 의 길이는? [4점]



① $\frac{5\sqrt{15}}{16}$　② $\frac{11\sqrt{15}}{32}$　③ $\frac{5\sqrt{5}}{8}$
④ $\frac{3\sqrt{15}}{8}$　⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$

15. 두 실수 a, b에 대하여 두 함수

$$f(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}ax^2+b,\quad g(x)=\frac{2}{3}x^3+ax^2$$

이 있다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=f(x)+|f(x)-g(x)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

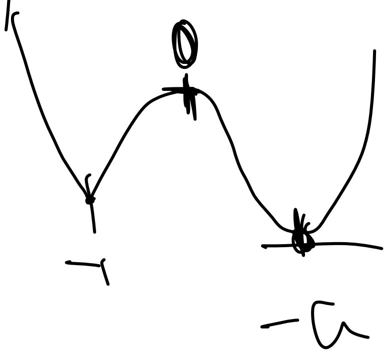
(가) 함수 $h(x)$는 $x=-1$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 극대이고
$x=\alpha$, $x=\beta\ (\alpha<\beta)$에서 극소이다.

$h(\alpha)\ge h(\beta)$일 때, $a+b$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

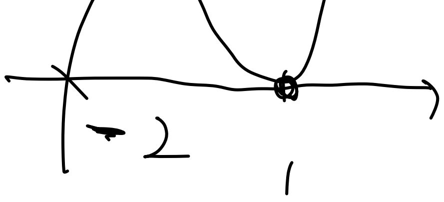
$b=\frac{a-1}{2}$

$\frac{3a-1}{2}$



$\frac{1}{3}a^3\le a-\frac{2}{3}$

$a^3-3a+2\le 0$



단답형

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\frac{a_n}{n}+4$$

를 만족시킨다. a_3의 값을 구하시오. [3점]

$a_2=6$

$a_3=7$

9

x^3+ax^2+1-a

$(x+1)(x^2+(a-1)x+1-a)$

$a^2+2a-3\le 0$

$(-3\le a\le 1)$

17. 함수 $f(x)=3x^2+4$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(0)+F(2)=14$일 때, $F(3)$의 값을 구하시오. [3점]

$F(x)=x^3+4x+F(0)$

$2F(0)=-2$

$27+12-1$

38

18. 부등식

$$\log_3(x+4) \le 3+\log_{\frac{1}{3}}(x-2)$$

를 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합을 구하시오. [3점]

$x>2$ $x^2+2x-8 \le 27$

12

-35

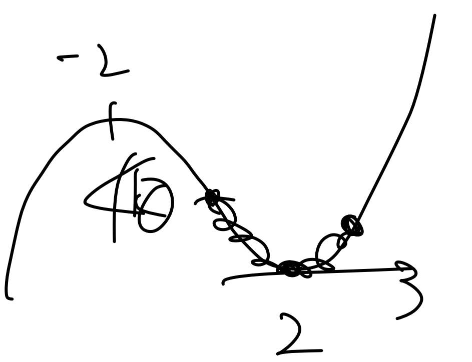
$+7$
-5

3 4 5

19. 닫힌구간 $[0, 3]$에서 정의된 함수

$$f(x)=x^3-12x+k$$

의 최댓값이 40일 때, 최솟값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [3점]



24

$40+8-24$

20. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 수열 $\{b_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n=\begin{cases} 2(S_n-na_n) & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ (n-1)a_n & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.

다음은 $b_2=2$일 때, $\sum_{n=1}^{20} b_n$의 값을 구하는 과정이다.

$1a_2=2$

수열 $\{a_n\}$이 등차수열이므로

자연수 n에 대하여 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ …… ㉠

(i) $n=2k-1$ (k는 자연수)일 때,

㉠에 의하여

$$b_{2k-1}=2\times\left\{\frac{(2k-1)(a_1+a_{2k-1})}{2}-(2k-1)a_{2k-1}\right\}$$
$$=(\boxed{\text{(가)}})\times(a_1-a_{2k-1})$$

2k-1

(ii) $n=2k$ (k는 자연수)일 때,

$b_{2k}=(2k-1)a_{2k}$

(i), (ii)에 의하여

$$b_{2k-1}+b_{2k}=(\boxed{\text{(가)}})\times(a_1-a_{2k-1})+(2k-1)a_{2k}$$
$$=\boxed{\text{(나)}} \quad \cdots\cdots \text{㉡}$$

2k-1

이다.

$(2k-1)a_1+(2k-1)d = 4k-2$

㉡에 의하여

$$\sum_{n=1}^{20} b_n=(b_1+b_2)+(b_3+b_4)+\cdots+(b_{19}+b_{20})$$
$$=\boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 하고, (다)에 알맞은 수를 p라 할 때, $f(3)+g(3)+p$의 값을 구하시오. [4점]

5 10 200

$4\cdot\frac{10\cdot 11}{2}-20$

220

213

m | n
11 | 15
10 | 14
9 | 12

$2^{11-m}+n=16$

$y-n=2^{x-m}$

21. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}(x-a)(x-4) & \left(a\le x\le \frac{3}{2}a\right)\\ (x-a)(x-b) & \left(x<a \text{ 또는 } x>\frac{3}{2}a\right)\end{cases}$$

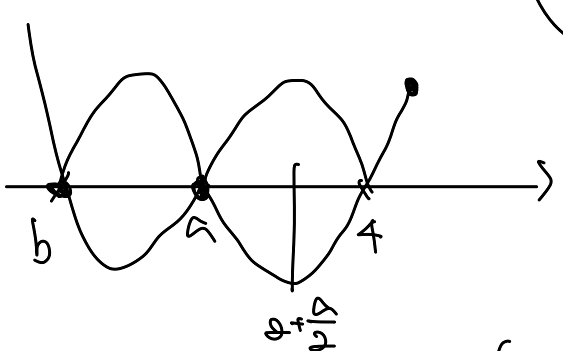
이다. 양의 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $|f(x)|=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim_{t\to 0+} g(t)=6$
>
> (나) 함수 $g(t)$는 $t=\alpha$, $t=\beta\ (\alpha\ne\beta)$에서만 불연속이고, $\lim_{t\to\alpha+} g(t)=\lim_{t\to\beta-} g(t)=1$이다.

$f(0)=p+q\sqrt{2}$일 때, p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]

320

$\frac{8}{3}<a$



$2a=b+4$

$\left(2-\frac{a}{2}\right)\left(-2+\frac{a}{2}\right)$

$t\left(\frac{a}{2}-2\right)^2=\frac{a}{2}\left(\frac{3}{2}a-4\right)$

$\frac{a^2}{4}-2a+4=\frac{3}{4}a^2-2a$

$\frac{a^2}{2}=4$

$a=2\sqrt{2}$

$b=4\sqrt{2}-4$

$16-8\sqrt{2}$

64+256
64
320

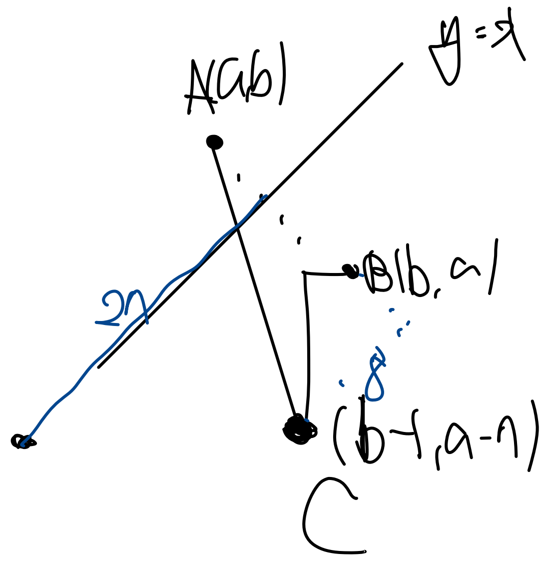
22. 두 자연수 m, n에 대하여 곡선 $y=2^{x-m}+n$ 위의 점 $\mathrm{A}(a,b)\ (a<b)$가 제1사분면에 있다. 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$인 원이 곡선 $y=\log_2(x-n+1)+m-7$과 만나는 두 점 중 x좌표가 작은 점을 C라 할 때, 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

$y=\log_2(x-n)+m$

> (가) 직선 AC와 직선 $y=\frac{1}{3}x$는 서로 수직이다.
>
> (나) 삼각형 AOB와 삼각형 ACB의 넓이의 비는 $27:8$이다.

26

$m+n$의 최댓값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



$\frac{b-a+n}{a-b+7}=-3$

$2a-2b=-10$

$b=a+5$

$8(a+b)=5\cdot 27$

$a+b=27$

$a=11$

$b=16$

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 두 사건 A, B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3},\quad \mathrm{P}(B)=\frac{3}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값은? [2점]

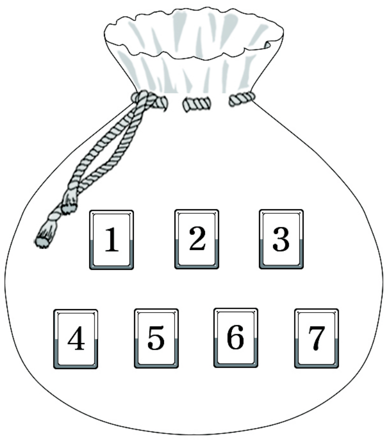
① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

24. 다항식 $(3x+1)^5$의 전개식에서 x^2의 계수를 a, x^3의 계수를 b라 할 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 315 ② 330 ③ 345 ④ 360 ⑤ 375

25. 주머니에 숫자 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2장의 카드에 적힌 수의 차가 2의 배수일 확률은? [3점]

① $\frac{3}{7}$　② $\frac{10}{21}$　③ $\frac{11}{21}$　④ $\frac{4}{7}$　⑤ $\frac{13}{21}$



26. 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X에 대하여

$$\mathrm{P}(m \le X \le 2m) = 0.4772,$$
$$\mathrm{P}(X \ge 2) = 0.8413$$

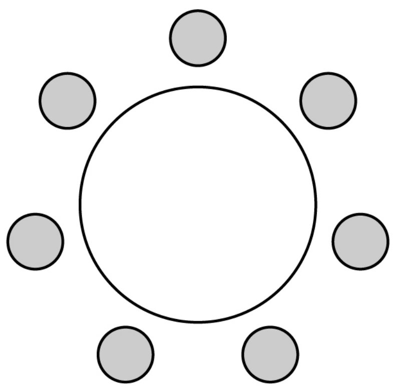
일 때, $\mathrm{P}(0 \le X \le 5)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.5328　② 0.6247　③ 0.6687
④ 0.6826　⑤ 0.7745

27. 남학생 4명, 여학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 자신과 이웃한 두 학생이 모두 남학생인 여학생의 수가 1이 되도록 하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 396 ② 432 ③ 468 ④ 504 ⑤ 540



28. 빈 상자 4개가 일렬로 놓여 있고, 검은 공 4개, 흰 공 6개가 있다. 이 10개의 공을 상자에 남김없이 나누어 넣을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않고, 공이 들어 있지 않은 상자가 있을 수 있다.) [4점]

(가) 검은 공이 들어 있지 않은 상자의 개수는 2 이상이다.
(나) 검은 공이 들어 있는 상자에 들어 있는 흰 공의 개수는 1 이하이다.

① 580 ② 592 ③ 604 ④ 616 ⑤ 628

단답형

29. 주머니에 1부터 $2n+1$까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 $2n+1$개의 공이 들어 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 꺼낸 2개의 공에 적혀 있는 두 수를 확인한 후 다시 주머니에 넣는다.
>
> 확인한 두 수가 각각 홀수와 짝수이면 확인한 두 수 중 짝수를 기록하고,
>
> 확인한 두 수가 모두 홀수이거나 모두 짝수이면 숫자 0을 기록한다.

이 시행을 한 번 하여 기록한 수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X^2)=14\mathrm{E}(X)$일 때, $\mathrm{E}\left(7X+\frac{2}{3}\right)$의 값을 구하시오. (단, n은 자연수이다.) [4점]

30. 수직선의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수를 k라 하자.
> k가 1이면 점 P를 양의 방향으로 1만큼 이동시키고,
> k가 2이면 점 P를 음의 방향으로 1만큼 이동시키고,
> k가 3 이상이면 점 P를 이동시키지 않는다.

이 시행을 7번 반복할 때, $n\,(1 \le n \le 7)$번째 시행 후 점 P의 좌표를 a_n이라 하자. $a_1=0$이고 $a_7=1$일 때, 집합 $\{a_m \mid m$은 7 이하의 자연수$\}$의 원소 중 가장 큰 값이 2일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{\tan 6x}{e^{2x} - 1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x^3 + 2x + 2) = 3 - \sin \pi x$$

를 만족시킬 때, $f'(5)$의 값은? [3점]

① $\frac{\pi}{10}$ ② $\frac{\pi}{5}$ ③ $\frac{3\pi}{10}$ ④ $\frac{2\pi}{5}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

$5 \cdot f'(5) = +\pi$

25. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+n^2}{2n^2+4}=2$

일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{a_n+3n}-\sqrt{a_n+n}}$의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

$\frac{2\sqrt{3}}{2n}$

26. 양수 t에 대하여 곡선 $y=e^x$과 두 직선 $y=t$, $y=t+2$가 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 두 점 P, Q의 x좌표의 차를 $f(t)$라 하자. $\int_{\frac{2}{3}}^{2}\frac{f(t)}{t^2}\,dt$의 값은? [3점]

① $-1+3\ln 2$ ② $-1+4\ln 2$ ③ $4\ln 2$
④ $1+3\ln 2$ ⑤ $1+4\ln 2$

$\ln(x+2)-\ln x$

$\left[\frac{\ln t-\ln(t+2)}{t}\right]_{\frac{2}{3}}^{2}+\int_{\frac{2}{3}}^{2}\frac{1}{t(t+2)}$

$3\ln 2$

$f'(x)=1+\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$

27. 매개변수 $t\left(0<t<\frac{\pi}{2}\right)$로 나타내어진 곡선

$$x=\cos t+t\sin t,\quad y=\sin t-t\cos t$$

에 대하여 $t=k$일 때, 곡선 위의 점을 $\mathrm{P}(a,\,b)$라 하자. 곡선 위의 점 P에서의 접선과 직선 $y=\frac{1}{2}x$가 이루는 예각의 크기를 θ라 하면 $\tan\theta=\frac{1}{2}$이다.

$3a+4b+\tan k$의 값은? (단, k는 $0<k<\frac{\pi}{2}$인 상수이다.) [3점]

5

① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{19}{3}$ ⑤ $\frac{22}{3}$

$\frac{dy}{dx}=\frac{t\sin t}{t\cos t}=\tan t$

$\cos k+k\sin k=a$

$\sin k-k\cos k=b$

$\frac{\tan k-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}\tan k}=\frac{1}{2}$

$\tan k=\frac{4}{3}$

$3a=\frac{9}{5}+\frac{12}{5}k$

$4b=\frac{16}{5}-\frac{12}{5}k$

28. 함수 $f(x)=x-\frac{1}{e^x+1}$의 역함수 $f^{-1}(x)$와 $x>0$에서 정의된 연속함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^{e^x} f^{-1}\big(g(t)\big)\,dt=(x-1)e^x+k \ (k\text{는 상수})$$

+1

를 만족시킨다. 함수 $g(x)$의 역함수 $g^{-1}(x)$에 대하여 $\int_{f(0)}^{f(1)}\big(f^{-1}(x)+g^{-1}(x)\big)\,dx$의 값은? [4점]

① e ② $\frac{3}{2}e$ ③ $2e$ ④ $\frac{5}{2}e$ ⑤ $3e$

$f^{-1}(g(e^x))=x$, $g(e^x)=f(x)$ $(x>0)$

$x=f(t)$ $g^{-1}(f(x))=e^x$

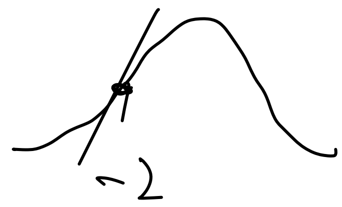
$\int_0^1 (e^t+t)+(e^t+t)\times\frac{e^t}{(e^t+1)^2}\,dt$

$\left(e-\frac{1}{2}\right)+\left[(e^t+t)\times-\frac{1}{e^t+1}\right]_0^1$

$-1+\left(+\frac{1}{2}\right)$

$+1$

$=$



단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하고,
수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -a_n & (a_n \le a_{n+1}) \\ a_{2n} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

이라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n b_n < 0$이다.

(나) $\left(\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|\right)^2 = 2\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{\,2}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = 63$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$의 값을 구하시오. [4점]

$-a_2 - a_4 - a_6$

$a_2 \; a_6 \; a_{10} \cdots$

$-1<r<0$, $a_1>0$ $a_2<0$

80

$r = -\frac{1}{3}$

$a_1 = 80$

30. $a>0$, $b>0$인 두 상수 a, b에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여

$$\left(f(x)\right)^3 + f(x) = \frac{a}{x^2+12} - \cancel{bx} - \frac{16}{3}b$$

이다.

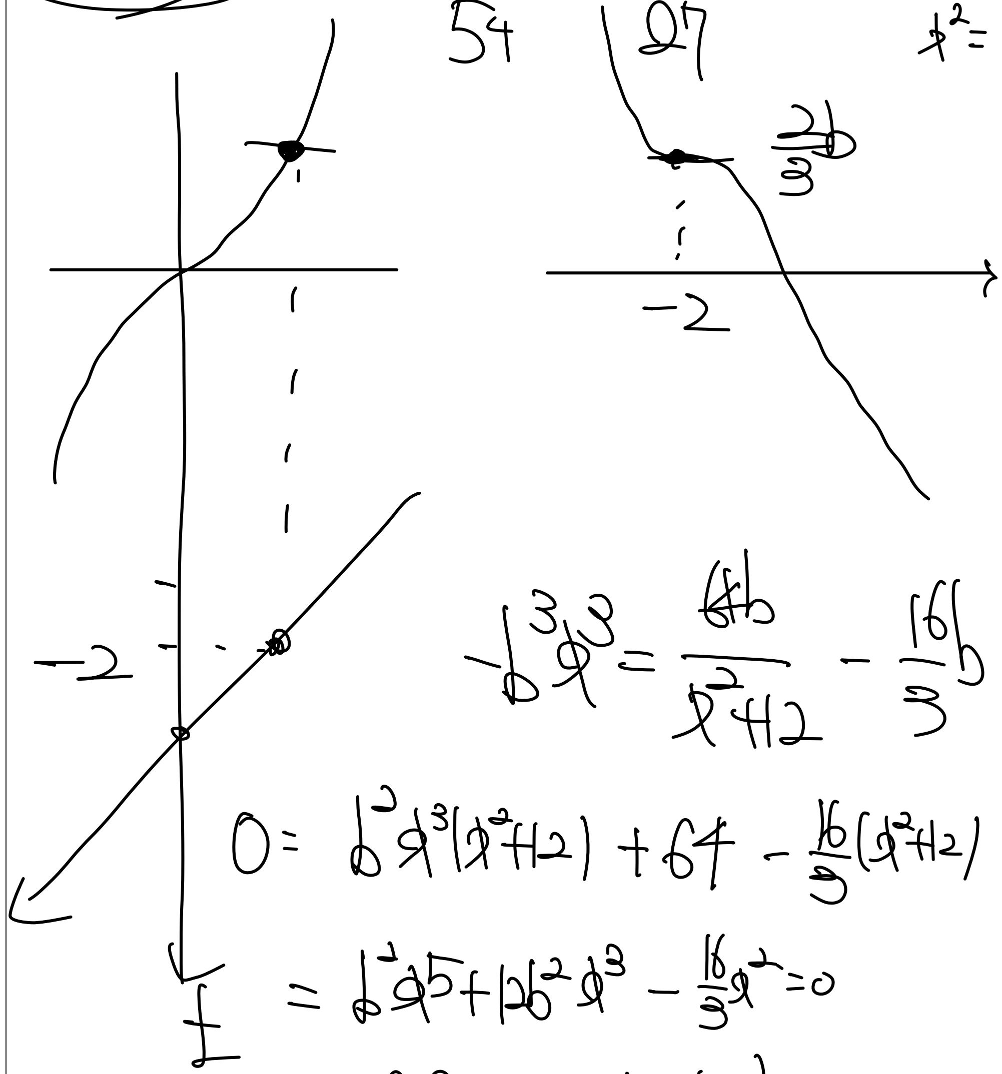
(나) 함수 $f(x)$의 역함수가 존재하고, $f'(k)=0$인 실수 k가 존재한다.

$k=-2$

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-bx$가 만나는 서로 다른 모든 점의 x좌표의 합이 $k+8$일 때, $a \times b = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

59

$a=64b$



$b^2 = \frac{1}{54}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(3,\ 1)$, $\vec{b}=(-2,\ 1)$에 대하여 $\vec{a}+\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24. 포물선 $y^2=4(x-3)$ 위의 점 $(a,\ 4)$와 포물선의 준선 사이의 거리는? [3점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

25. 점 $(3\sqrt{2}, 0)$을 지나고 방향벡터가 $\vec{u} = (1, 2\sqrt{2})$인 직선 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$의 최솟값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

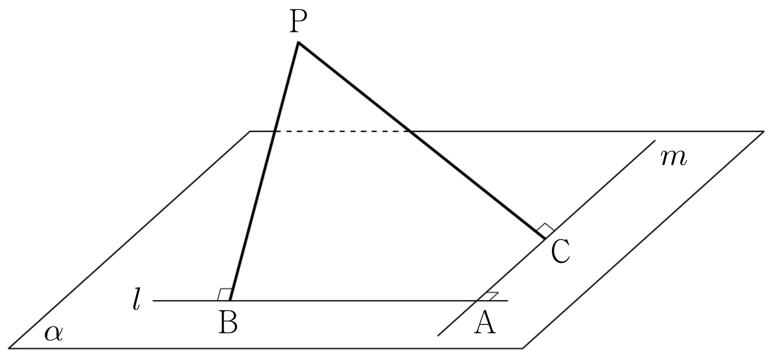
① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

26. 두 점 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$ $(c > 0)$을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{4b^2} = 1$ 위에 있는 제1사분면 위의 점 $\mathrm{P}(6, b)$에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{PF}} + \overline{\mathrm{PF'}} = \overline{\mathrm{AB}}$일 때, $b^2 \times c$의 값은? [3점]

① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

27. 공간에 점 A에서 서로 수직으로 만나는 두 직선 l, m을 포함하는 평면 α가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 두 직선 l, m에 내린 수선의 발을 각각 B, C라 할 때, $\overline{AB}=2\sqrt{3}$, $\overline{AC}=2$이다. $\overline{PA}=5$일 때, 삼각형 ABC의 평면 PBC 위로의 정사영의 넓이는? (단, 점 B는 점 A가 아니고, 점 C는 점 A가 아니다.) [3점]

① $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

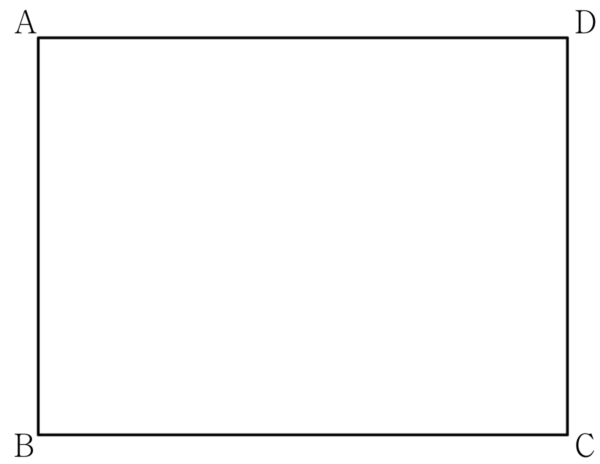


28. 좌표평면에 $\overline{AB}=6$, $\overline{AD}=8$인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 CD 위의 한 점 P와 직사각형 ABCD 내부의 한 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PQ}=|\overrightarrow{PQ}|^2$
(나) $10\overrightarrow{BQ}=2\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AD}$

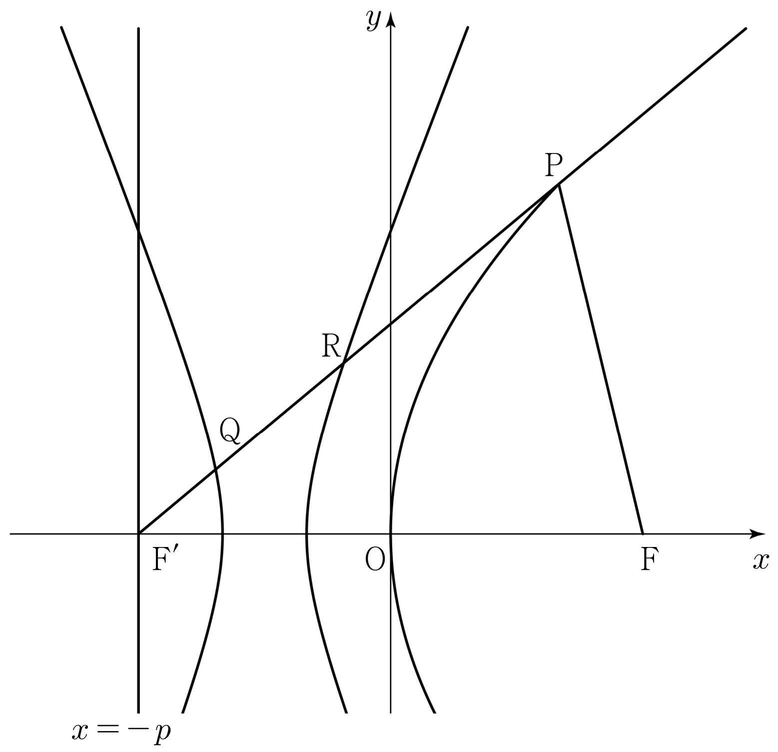
$(\overrightarrow{AR}+\overrightarrow{QR})\cdot(\overrightarrow{PR}+\overrightarrow{QR})=0$을 만족시키는 점 R에 대하여 $\overrightarrow{BR}\cdot\overrightarrow{QP}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

① $\dfrac{226}{5}$ ② $\dfrac{236}{5}$ ③ $\dfrac{246}{5}$ ④ $\dfrac{256}{5}$ ⑤ $\dfrac{266}{5}$



단답형

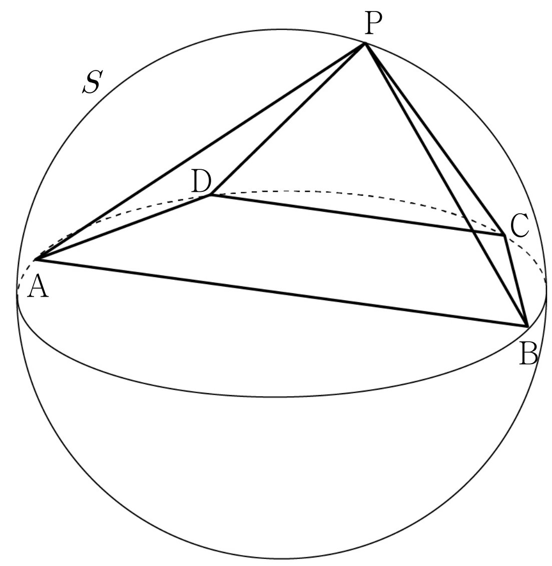
29. 초점이 $F(p, 0)$ $(p > 0)$이고 준선이 $x = -p$인 포물선이 있다. 점 $F'(-p, 0)$에 대하여 $\cos(\angle PFF') = \frac{1}{5}$을 만족시키는 이 포물선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하고, 선분 PF'의 중점을 R이라 하자. 두 점 O, F'을 초점으로 하고 점 R을 지나는 쌍곡선에 대하여 선분 PF'과 쌍곡선이 만나는 점 중 R이 아닌 점을 Q라 하자. 삼각형 QOR의 둘레의 길이가 14일 때, 삼각형 PRO의 넓이를 S라 하자. S^2의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



30. 공간에 $\overline{AB} = 10\sqrt{5}$인 선분 AB를 지름으로 하는 구 S가 있다. 구 S 위의 두 점 C, D에 대하여 네 점 A, B, C, D는 평면 α 위에 있고, $\overline{AD} = \overline{BC} = 10$이다. 구 S 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 점 P의 평면 α 위로의 정사영은 선분 BD 위에 있다.
>
> (나) 평면 PAD와 평면 α가 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{4}$이다.

평면 PAB와 평면 PBC가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos^2\theta = \frac{q}{p}$이다. $p + q$의 값을 구하시오. (단, $\overline{CD} < \overline{AB}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.