※ 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.
[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 부등식 $\left(\log_{\frac{1}{2}} x - 2\right)\log_{\frac{1}{4}} x < 4$를 만족시키는 자연수 x의 개수는? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

$(-\log_2 x - 2) \times \cancel{-\frac{1}{2}} \log_2 x < \cancel{4}$ 8

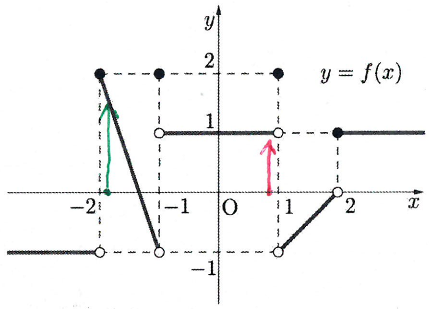
$(\log_2 x)^2 + 2\log_2 x - 8 < 0$. $x \quad {}^{-2}_{+4}$

$-4 < \log_2 x < 2$

$\log_2 \frac{1}{16}$, $\log_2 4$

$\therefore \frac{1}{16} < x < 4$

2. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 1-}(f\circ f)(x) + \lim_{x\to -\infty} f\left(-2-\frac{1}{x+1}\right)$의 값은? [3점]

① −4 ② −2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

∨ $f(f(1-0)) = f(1) = 2$

∨ $f\left(-2-\frac{1}{-\infty}\right) = f(-2+0) = 2$

3. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보기>

ㄱ. 함수 $y=\tan\frac{3\pi}{2}x - \sin 2\pi x$의 주기는 2이다.

ㄴ. 함수 $y=2\pi+\cos 2\pi x \sin\frac{4\pi}{3}x$의 주기는 3이다.

ㄷ. 함수 $y=\sin\pi x - \left|\cos\frac{3\pi}{2}x\right|$의 주기는 2이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

★최소공배수

ㄱ. $\frac{\pi}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{2}{3}$ / $\frac{2\pi}{2\pi} = 1$ ⇒ 2

ㄴ. $\frac{2\pi}{2\pi} = 1$ / $\frac{2\pi}{\frac{4\pi}{3}} = \frac{3}{2}$ ⇒ 3

ㄷ. $\frac{2\pi}{\pi} = 2$ / $\frac{\pi}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{2}{3}$ ⇒ 2

4. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int xf'(x)dx = x^3+3x^2+C$ (단, C는 적분상수)

(나) $g(x)=\int_{-1}^{x} tf(t)dt$

$g'(2)=0$일 때, $f(-2)$의 값은? [3점]

① −30 ② −24 ③ −18 ④ −12 ⑤ −6

(가) 미분, $xf'(x) = 3x^2+6x \to f'(x) = 3x+6$

(나) $x=-1 \to g(-1)=0$

미분 → $g'(x) = xf(x)$

$x=2$ $g'(2) = 2f(2) = 0 \to f(2) = 0$

$f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 6x + C$

$x=2$ $f(2) = 6+12+C = 0$

$\therefore C = -18$

⇒ $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 6x - 18$

5. 두 실수 a, b가 다음 조건을 만족시킬 때, a^3-2b의 값은? [4점]

(가) b는 $-\sqrt{8}a$의 제곱근이다. $\rightarrow b^2=-\sqrt{8}a$
(나) $\sqrt[3]{a^2}b$는 -16의 세제곱근이다. $\rightarrow (\sqrt[3]{a^2}b)^3=-16$

① $-2-2\sqrt{2}$ ② -2 ③ $4-2\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ $2+2\sqrt{2}$

(나) $a^2b^3=-16 \rightarrow \frac{b^4}{8}\times b^3=-16$

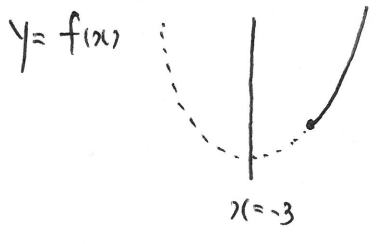
$b^7=(-2)^7$ $\therefore b=-2$

(가) $4=-2\sqrt{2}a$ $\therefore a=-\sqrt{2}$

$\Rightarrow a^3-2b=-2\sqrt{2}+4$

6. $x\geq 0$에서 정의된 함수 $f(x)=\frac{x^2}{12}+\frac{x}{2}+a$에 대하여 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 방정식 $f(x)=g(x)$의 근이 b, $2b\,(b>0)$일 때, $\int_b^{2b}\{g(x)-f(x)\}\,dx$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$



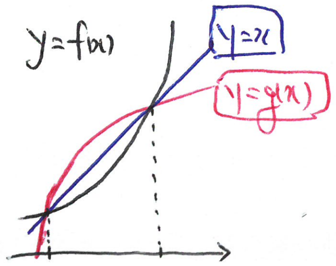
대칭축 $x=\frac{\frac{1}{2}}{-2\times\frac{1}{12}}=-3$

$\Rightarrow \frac{x^2}{12}+\frac{x}{2}+a=x$

$x^2-6x+12a=0$ 실근. b $2b$

$\begin{cases} b+2b=6 \rightarrow \underline{b=2} \\ b\times 2b=12a \rightarrow 8=12a \quad \underline{a=\frac{2}{3}} \end{cases}$

$\Rightarrow$



$$\boxed{2\int_2^4 (x-f(x))\,dx = \frac{2}{9}}$$

7. 3θ는 제1사분면의 각이고 4θ는 제2사분면의 각일 때, θ는 제m사분면 또는 제n사분면의 각이다. $m+n$의 값은? (단, $m\neq n$) [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$2n\pi < 3\theta < 2n\pi+\frac{\pi}{2}$

$2m\pi+\frac{\pi}{2} < 4\theta < 2m\pi+\pi$

$2(m-n)\pi < 4\theta-3\theta < 2(m-n)\pi+\pi$

$\Rightarrow$ θ는 제 1, 2 사분면 각

8. 모든 항이 음수인 수열 $\{a_n\}$이

$$\frac{1}{2}\left(a_n-\frac{2}{a_n}\right)=\sqrt{n-1}\quad(n\geq 1)$$ 양변 $\times a_n$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{99}a_n$의 값은? [4점]

① -20 ② $-10-3\sqrt{11}$ ③ $-10-7\sqrt{2}$
④ $-9-3\sqrt{11}$ ⑤ $-9-7\sqrt{2}$

$a_n^2-2\sqrt{n-1}\,a_n-2=0.$

근의공식 $a_n=\sqrt{n-1}\pm\sqrt{n-1+2}$

$\Rightarrow$ 음수 $a_n=\sqrt{n-1}-\sqrt{n+1}$

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{99}(\sqrt{n-1}-\sqrt{n+1})$

$=(\sqrt{0}-\cancel{\sqrt{2}})+(\sqrt{1}-\cancel{\sqrt{3}})+(\cancel{\sqrt{2}}-\cancel{\sqrt{4}})+\cdots$

$\cdots+(\cancel{\sqrt{97}}-\sqrt{99})+(\cancel{\sqrt{98}}-\sqrt{100})$

$=1-\sqrt{99}-\sqrt{100} = \underline{-9-3\sqrt{11}}$

9. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$x=0$ $f(0)+f(0)=1$ $\boxed{f(0)=\frac{1}{2}}$

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)+f(-x)=1$이다.
(나) $x^2-x-2\neq 0$일 때, $g(x)=\dfrac{2f(x)-7}{x^2-x-2}$이다.

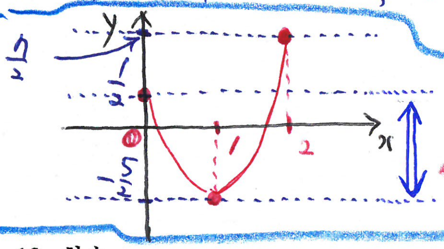
방정식 $f(x)=k$가 반드시 열린구간 $(0,2)$에서 적어도 2개의 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$\dfrac{0}{x\to -1 \text{ or } 2}$ $\dfrac{2f(x)-7}{(x+1)(x-2)}$ 값 존재.

(가) $x=1$. $\boxed{f(1)=-\frac{5}{2}}$

$\Rightarrow f(-1)=f(2)=\frac{7}{2}$, $f(1)+f(-1)=1$



$y=0,-1,-2$

10. 함수

$$f(x)=\begin{cases}2(x-2) & (x<2)\\ 4(x-2) & (x\geq 2)\end{cases}$$

와 실수 t에 대하여 함수 $g(t)$를

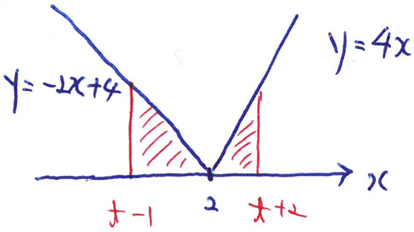
$$g(t)=\int_{t-1}^{t+2}|f(x)|dx$$

라 하자. $g(t)$가 $t=a$에서 최솟값 b를 가질 때, $a+b$의 값은? [4점]

$t-1<2<t+2$

$\Rightarrow 0<t<3$

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

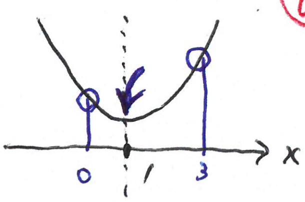


$y=|f(x)|$

$g(t)=\int_{t-1}^{2}(-2x+4)\,dx+\int_{2}^{t+2}(4x-8)\,dx$

$=3t^2-6t+9$ $(0<t<3)$

중심축 $t=-\dfrac{-6}{2\times 3}=1$ $=a$ 꼭지점 $(1,6)$



$t=1$ 일때.

최솟값 $6=b$

11. 두 실수 $a\,(a>0)$, b에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 위치 $x(t)$가

$$x(t)=t^3-6at^2+9a^2t+b$$

일 때, $x(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P가 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 순간의 위치의 차는 32이다.
(나) 점 P가 출발한 후 점 P의 가속도가 0이 되는 순간의 위치는 36이다.

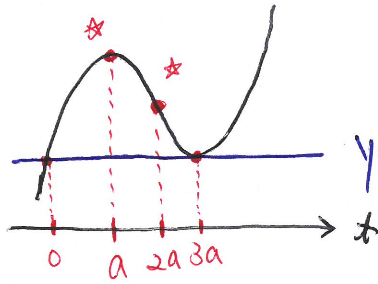
$b-a$의 값은? [4점]

① 18 ② 23 ③ 28 ④ 33 ⑤ 38

$x(t)=t(t^2-6at+9a^2)+b$

$=t(t-3a)^2+b$

$\Rightarrow x(t)-b=t(t-3a)^2$



극대점 $(a,\ 4a^3+b)$ 변곡점 $(2a,\ 2a^3+b)$

(가) 극대값 − 극소값 $=32$

$4a^3+b-b=32 \rightarrow a^3=8$

$a=2$

(나) $x(2a)=x(4)=16+b=36$

$b=20$

12. 함수 $= (x-5)(\ )(x+2)$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+ax+b}{x-5} & (x\neq 5)\\ 7 & (x=5)\end{cases} \Rightarrow f(x)=x+2$$

에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\sqrt{4-f(x)} & (x<1)\\ f(x) & (x\geq 1)\end{cases},\quad h(x)=|\{f(x)\}^2+a|-11$$

이라 하자. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 함수 $g(x)h(x)$도 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① -34 ② -36 ③ -38 ④ -40 ⑤ -42

$$\rightarrow g(x)\begin{cases}\sqrt{2-x} & (x<1)\\ x+2 & (x\geq 1)\end{cases} \Big/ \ h(x)=|x^2+4x+a+4|-11$$

$x=1$에서 불연속 연속함수

$\therefore h(1)=|a+9|-11=0$

$\Rightarrow a=2,\ -20$

$1-\sin^2A+1-\sin^2B-1+\sin^2C=1$

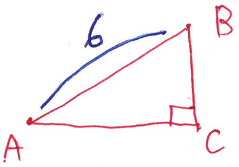
$\sin^2A+\sin^2B=\sin^2C \quad \dfrac{a^2}{4R^2}+\dfrac{b^2}{4R^2}=\dfrac{c^2}{4R^2}$

13. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\cos^2A+\cos^2B-\cos^2C=1$ ※ $a^2+b^2=c^2$
(나) $2\sqrt{2}\cos A+2\cos B+\sqrt{2}\cos C=2\sqrt{3}$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 3일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점] $\rightarrow \frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}$

① $4\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$



$\cos B=\sin A$

$\cos C=0.$

(나) $\cancel{2}\sqrt{2}\cos A+\cancel{2}\sin A=\cancel{2}\sqrt{3}$

$2\cos^2A=3-2\sqrt{3}\sin A+\sin^2A$

$3\sin^2A-2\sqrt{3}\sin A+1=0$

$(\sqrt{3}\sin A-1)^2=0 \quad \therefore \sin A=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\overline{BC}}{6}$

$\Rightarrow \overline{BC}=2\sqrt{3},\ \overline{AC}=2\sqrt{6}$

$F(x)=ax^3+\sim\ ,\ f(x)=3ax^2+\sim$

$\dfrac{a\times 3a}{1}=3 \quad \therefore a=1,$

14. 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$와 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\{F(x)-x^2\}\{f(x)-2x\}}{x^5}=3$ (3차 × 2차, 5차)
(나) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-2}{x}=2 \rightarrow f(0)=2,\ f'(0)=2$
(다) $f(0)F(0)=4$

곡선 $y=F(x)-f(x)$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

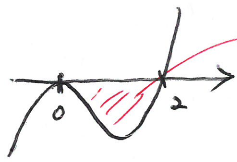
① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

(나) $f(x)=3x^2+2x+2$

$F(x)=x^3+x^2+2x+C$

(다) $2F(0)=4 \rightarrow F(0)=2 \quad \therefore C=2$

$\Rightarrow y=F(x)-f(x)=x^2(x-2)$



$\dfrac{1}{12}(2-0)^4=\dfrac{4}{3}$

15. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_2=\pi$
(나) $7a_n-5a_{n+1}>0\ (n\geq 1)$ ※ $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}<\dfrac{7}{5}$
(다) $2\sin^2\left(\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right)-5\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right)+1=0\ (n\geq 1)$

$\dfrac{(a_4)^5}{(a_6)^3}$의 값은? [4점] $\dfrac{(ar^3)^5}{(ar^5)^3}=\dfrac{(a_2\times r^2)^5}{(a_2\times r^4)^3}=\dfrac{\pi^5r^{10}}{\pi^3r^{12}}=\dfrac{\pi^2}{r^2}$

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

(다) $2\sin^2t-5\sin\left(\frac{\pi}{2}+t\right)+1=0$

$2-2\cos^2t-5\cos t+1=0$

$2\cos^2t+5\cos t-3=0 \quad \begin{matrix}2 & -1\\ 1 & +3\end{matrix}$

$\Rightarrow \cos\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{1}{2},\ \cancel{-3}$

※ r

$\therefore \dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{\pi}{3}$

✓ $y = 2ax^3 - 3(a+1)x^2 + 6x - 1$

✓ $y' = 6ax^2 - 6(a+1)x + 6$

$= 6(ax-1)(x-1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{a}, 1$

16. $0 \le x \le 1$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$2ax^3 - 3(a+1)x^2 + 6x \le 1$$

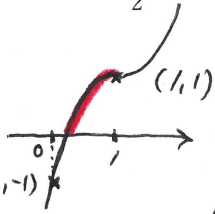
$\Rightarrow$ "$y \le 0$ 부분"

이 성립할 때, 양수 a의 최솟값은? [4점]

① $\frac{11+\sqrt{5}}{6}$ ② $\frac{5+\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ✓

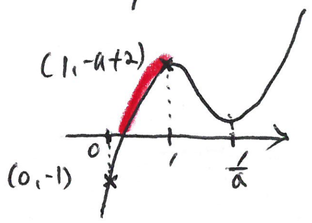
④ $\frac{4+2\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{7+5\sqrt{5}}{6}$

ⅰ) $a=1$ 이면,



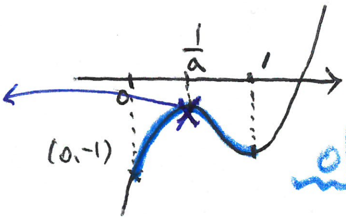
ⅱ) $0 < a < 1$ 이면,

$(1, \underbrace{-a+2}_{1.xxx})$



ⅲ) $a > 1$ 이면,

$\left(\frac{1}{a}, -\frac{1}{a^2} + \frac{3}{a} - 1\right) \le 0$



$a^2 - 3a + 1 \ge 0$.

$\therefore a \ge \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, ~~$a \le \frac{3-\sqrt{5}}{2}$~~

17. 두 실수 a, b가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b+c+d$의 값은? [5점]

★ (수정) $\rightarrow a-b=1$

(가) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{(a-b)x^2+ax}-x\right)=c$ (c는 상수)
(나) $\lim_{x\to-\infty}\left(ax-b-\sqrt{-(b+1)x^2-4x}\right)=d$ (d는 상수)

① $-\frac{5}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{7}{2}$ ✓ ④ -4 ⑤ $-\frac{9}{2}$

(가) $\lim_{x\to\infty} \frac{ax}{\sqrt{x^2+ax}+x} = \frac{a}{2} = c$

(나) $x = -t$ 치환

★수정

$\lim_{t\to\infty}\left(-at - b - \sqrt{-(b+1)t^2 + 4t}\right) = d$

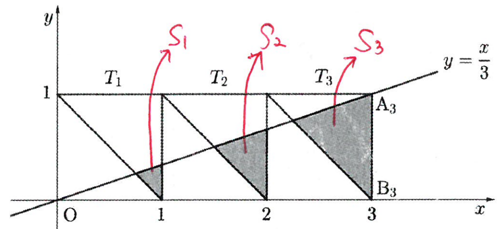
$\Rightarrow -a = \sqrt{-(b+1)}$. $a^2 = -b-1 = -a$

$\therefore a = -1$ (a가 0 아니다!!)

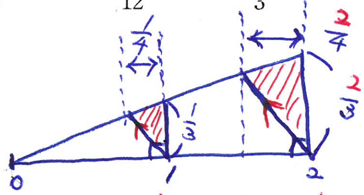
$\hookrightarrow b = -2$ $c = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \lim_{t\to\infty}\left(t+2-\sqrt{t^2+4t}\right) = \lim_{t\to\infty}\frac{4}{t+2+\sqrt{t^2+4t}} = \frac{4}{\infty} = 0 = d$

18. 모든 자연수 n에 대하여 세 점 $(n-1, 1)$, $(n, 0)$, $(n, 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 T_n, 직선 $y = \frac{x}{n}$가 직선 $y=1$과 만나는 점을 A_n, 점 A_n에서 x축에 내린 수선의 발을 B_n이라 할 때, 삼각형 T_1, T_2, $\cdots$, T_n의 내부와 삼각형 OA_nB_n의 내부의 공통부분의 넓이를 a_n이라 하자. 예를 들어, 그림과 같이 a_3은 세 삼각형 T_1, T_2, T_3의 내부와 삼각형 OA_3B_3의 내부의 공통부분의 넓이를 나타내고 $a_3 = \frac{7}{12}$이다. a_{50}의 값은? (단, O는 원점이다.) [5점]



① $\frac{49}{6}$ ② $\frac{101}{12}$ ✓ ③ $\frac{26}{3}$ ④ $\frac{107}{12}$ ⑤ $\frac{55}{6}$



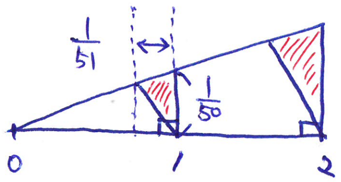
닮음.

$S_1 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = S_1 \times 2^2$

$\Rightarrow S_3 = S_1 \times 3^2$

$\therefore a_3 = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{1}{24}(1+4+9) = \frac{7}{12}$

$\Rightarrow a_{50} = S_1 + S_2 + \cdots + S_{50}$



$\cdots$ $S_1 = \frac{1}{50} \times \frac{1}{51} \times \frac{1}{2}$

$S_2 = S_1 \times 2^2$

$\vdots$

$\therefore a_{50} = \frac{1}{50} \times \frac{1}{51} \times \frac{1}{2} \times (1 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 50^2)$

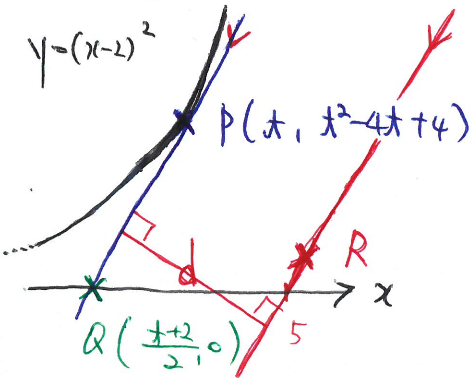
$= \frac{1}{\cancel{50}} \times \frac{1}{\cancel{51}} \times \frac{1}{2} \times \frac{\cancel{50} \times \cancel{51} \times 101}{6}$

$= \frac{101}{12}$

$f'(x)=2(x-2)$

19. 실수 $t\,(2<t<8)$에 대하여 이차함수 $f(x)=(x-2)^2$ 위의 점 $\mathrm{P}(t, f(t))$에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. 직선 $y=2(t-2)(x-5)$ 위의 한 점 R를 $\overline{\mathrm{PR}}=\overline{\mathrm{QR}}$가 되도록 잡는다. 삼각형 PQR의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to 2+}\frac{S(t)}{(t-2)^2}$의 값은? [5점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$



접.방 $y-(t^2-4t+4)=2(t-2)(x-t)$

x절편 $-t^2+\cancel{4t}-4=2(t-2)x-2t^2+\cancel{4t}$

$2(t-2)x=t^2-4$

$\therefore x=\frac{t+2}{2}$ ($\star\ 2<t<8$)

두 직선 사이 거리 $\left(\frac{t+2}{2}, 0\right)$ / $2(t-2)x-y-10(t-2)=0$ ★음

$d=\frac{|(t-2)(t+2)-10(t-2)|}{\sqrt{4(t-2)^2+1}}=\frac{|(t-2)(t-8)|}{\sqrt{4(t-2)^2+1}}$

$\Rightarrow S(t)=d\times\overline{PQ}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{-(t-2)(t-8)}{\cancel{\sqrt{4(t-2)^2+1}}}\times\frac{t-2}{2}\cancel{\sqrt{4(t-2)^2+1}}\times\frac{1}{2}$

$\lim_{t\to2}\frac{S(t)}{(t-2)^2}=\lim_{t\to2}\frac{-\cancel{(t-2)^2}(t-8)}{4\cancel{(t-2)^2}}$

$=\frac{-(2-8)}{4}=\frac{3}{2}$

$f(x)=-2\sin^2 x-|2\sin x+1|-2|\sin x|+4$

20. $0\le x<2\pi$일 때, 함수

$f(x)=2\cos^2 x-|1+2\sin x|-2|\sin x|+2$

$1-\sin^2 x$

에 대하여 집합

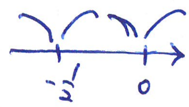
$A=\{x\,|\,f(x)$의 값은 0 이하의 정수$\}$

라 하자. 집합 A의 원소의 개수는? [5점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

★ $\sin x=t \rightarrow -1\le t\le 1$

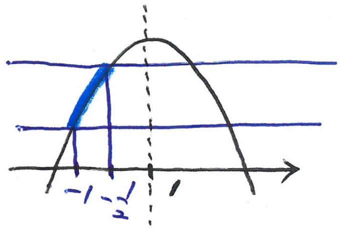
$y=-2t^2-|2t+1|-2|t|+4$



i) $-1\le t<-\frac{1}{2} \rightarrow y=-2t^2+4t+5$

$(-1,-1)$

$\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$



$\Rightarrow -2t^2+4t+5=0$

$2t^2-4t-5=0$

$\therefore t=\cancel{\frac{2+\sqrt{14}}{2}}$ ~~2.xxx~~, $\frac{2-\sqrt{14}}{2}$ $-0.xxx$

2개 $\sin x=-0.xxx$

$-2t^2+4t+5=-1$

$2t^2-4t-6=0$

$t^2-2t-3=0$

$\begin{matrix}1 & +1\\ 1 & -3\end{matrix}$

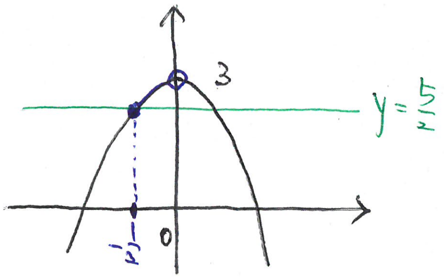
$\therefore t=-1, \cancel{3}$

$\sin x=-1$

$x=\frac{3}{2}\pi$ 1개

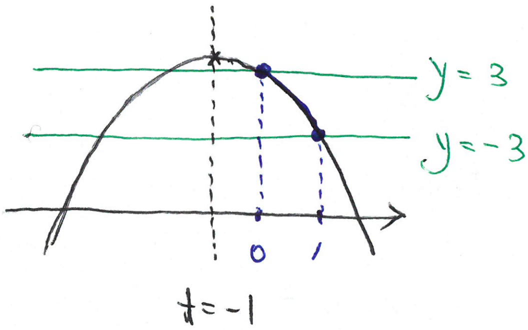
$\Rightarrow$ NEXT

ii) $-\frac{1}{2} \le t < 0.$ → $y = -2t^2 - (2t+1) + 2t + 4 = -2t^2 + 3$



$\frac{5}{2} \le f(x) < 3$ 만족하는 A없음 X

iii) $0 \le t \le 1$ → $y = -2t^2 - (2t+1) - 2t + 4 = -2t^2 - 4t + 3$



⇒

$-2t^2 - 4t + 3 = 0$ → $2t^2 + 4t - 3 = 0$ ∴ $t = \frac{-2+\sqrt{10}}{2}$ (0.xxx), $\cancel{\frac{-2-\sqrt{10}}{2}}$ ($\cancel{-2.xxx}$)

$\sin x = 0.xxx$ 2개

$-2t^2 - 4t + 3 = -1$ → $2t^2 + 4t - 4 = 0$

$t^2 + 2t - 2 = 0$ ∴ $t = -1+\sqrt{3}$ (0.xxx), $\cancel{-1-\sqrt{3}}$ ($\cancel{-2.xx}$)

$\sin x = 0.xxx$ 2개

$-2t^2 - 4t + 3 = -2$ → $2t^2 + 4t - 5 = 0$ ∴ $t = \frac{-2+\sqrt{14}}{2}$ (0.xxx), $\cancel{\frac{-2-\sqrt{14}}{2}}$ ($\cancel{-2.xx}$)

$\sin x = 0.xxx$ 2개

$-2t^2 - 4t + 3 = -3$ → $2t^2 + 4t - 6 = 0$

$t^2 + 2t - 3 = 0$ $\begin{matrix}1 & -1 \\ 1 & +3\end{matrix}$ ∴ $t = 1$, $\cancel{-3}$

$\sin x = 1$. $x = \frac{\pi}{2}$ 1개

∴ i) 3개 + ii) 0개 + iii) 7개 = 10개

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 1) \\ -f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $x=-1$에서 극값을 가질 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [3점]

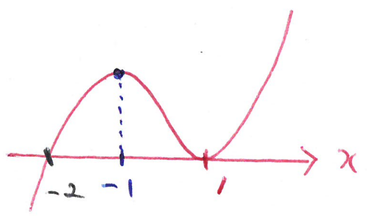
$f(1) = -f(1)$

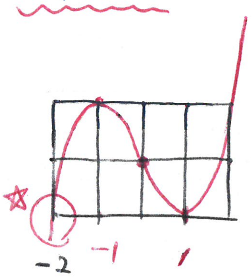
$\vee\ f(1)=0$

$$g'(x) \left< \begin{array}{ll} f'(x) & (x<1) \\ -f'(x) & (x>1) \end{array} \right.$$

$f'(1) = -f'(1)$

$\vee\ f'(1)=0.$





$f(x) = (x-1)^2(x+2)$

$\Rightarrow f(-1) = 4 \times 1 = 4$

22. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [4점]

$f(x) = ax^n + \cdots$

(가) 모든 실수 x에 대하여 $2f(x)-(x+2)f'(x)-8=0$이다.
(나) x의 값이 -3에서 0까지 변할 때, 함수 $f(x)$의 평균변화율은 3이다.

(가) $2(ax^n+\cdots) - (x+2)(anx^{n-1}+\cdots) - 8 = 0$

$(2a-an)x^n + \cdots = 0$ "항등식"

$\underbrace{2a-an}_{=0}$ $\therefore n=2$

$\Rightarrow 2(ax^2+bx+c) - (x+2)(2ax+b) - 8 = 0$

$(b-4a)x + (2c-2b-8) = 0$

$\vee\ b=4a$ $\quad \vee\ c-b-4=0$ $\quad c=4a+4$

$f(x) = ax^2+4ax+4a+4$

$f'(x) = 2ax+4a$

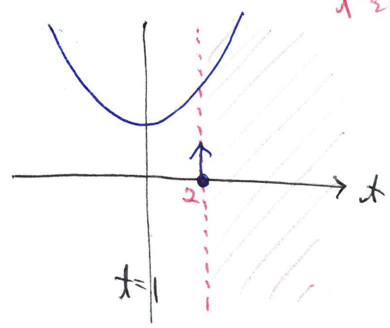
23. 방정식 $3^x+3^{-x}-2(\sqrt{3^x}+\sqrt{3^{-x}})-|k-2|+7=0$이 실근을 갖지 않도록 하는 정수 k의 개수를 구하시오. [4점]

$\sqrt{3^x}+\sqrt{3^{-x}} = t$ $\quad (\sqrt{3^x}+\sqrt{3^{-x}} \geq 2\sqrt{1},\ t\geq 2)$

$3^x+3^{-x} = t^2-2$

$\Rightarrow t^2-2t-|k-2|+5=0$ 실근 갖지 X.

☆ $y = t^2-2t-|k-2|+5$ $(t \geq 2)$ 범위에서 t절편을 가지면 X.



$\boxed{t=2}$ $\quad y = -|k-2|+5 > 0$

$|k-2| < 5$

$-5 < k-2 < 5$

$\therefore -3 < k < 7$ 정수 k 9개

(나) $\dfrac{f(0)-f(-3)}{0-(-3)} = 3 = \dfrac{3a}{3}$ $\quad \therefore a=3$

$\Rightarrow f(x) = 3x^2+12x+16$

$\boxed{f(1)=31}$

24. 수열 $\{a_n\}$과 공차가 2인 등차수열 $\{b_n\}$이

$$n(n+1)b_n = \sum_{k=1}^{n}(n-k+1)a_k \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. $a_5 = 58$일 때, a_{10}의 값을 구하시오. [4점]

$n(n+1)b_n = na_1 + (n-1)a_2 + \cdots + 2a_{n-1} + a_n$

$-\ (n-1)n\,b_{n-1} = (n-1)a_1 + (n-2)a_2 + \cdots + a_{n-1}$

$n(n+1)b_n - (n-1)n\,b_{n-1} = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

※ S_n 이라 하면.

$\Rightarrow a_5 = S_5 - S_4$

$= 30b_5 - 20b_4 - (20b_4 - 12b_3) = 58$

$30b_5 - 40b_4 + 12b_3 = 58$ (b_n. 등차)

$30(b_4 + 2) - 40b_4 + 12(b_4 - 2) = 58$

$\therefore b_4 = 11 = b_1 + 2\times 3$ $\quad b_1 = 5$

$\Rightarrow b_n = 2n + 3$

$\Rightarrow a_{10} = S_{10} - S_9$

$= 110b_{10} - 90b_9 - (90b_9 - 72b_8)$

$= 110b_{10} - 180b_9 + 72b_8$

$\quad\ \ 23 \qquad\quad 21 \qquad\quad 19$

$\boxed{\therefore a_{10} = 118}$

i) $a=1$ 이면, $bc = 10^6 = 2^6 \times 5^6$

※ 가짓수 = 약수의 개수 $7\times 7 = 49$

ii) $a=2$ 이면, $bc = 10^3 = 2^3\times 5^3$

$4\times 4 = 16$

iii) $a=3$ 이면, $bc = 10^2 = 2^2\times 5^2$

$3\times 3 = 9$

iv) $a=6$ 이면, $bc = 10 = 2\times 5$ $\quad 2\times 2 = 4$

25. 두 함수

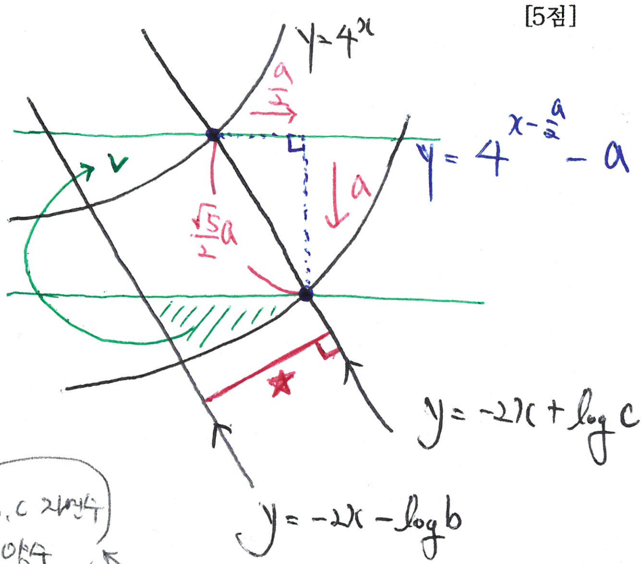
※ $2^{-a} = 4^{-\frac{a}{2}}$

$$y = 4^x,\ y = \frac{1}{2^a}\times 4^x - a = 4^{x-\frac{a}{2}} - a$$

의 그래프와 두 직선

$$y = -2x - \log b,\ y = -2x + \log c$$

로 둘러싸인 도형의 넓이가 3이 되도록 하는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [5점]



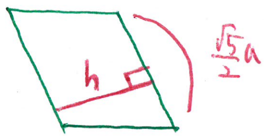
b, c 자연수 양수

※ 직선과 직선 사이 거리 (도형의 높이)

$2x + y + \log b = 0$. $\quad (0, \log c)$

$$h = \frac{|\log c + \log b|}{\sqrt{4+1}} = \frac{\log bc}{\sqrt5}$$

$\Rightarrow$



넓이 $= \frac{\sqrt5}{2}a \times \frac{\log bc}{\sqrt5} = 3$

$\log bc = \frac{6}{a}$

$\boxed{bc = 10^{\frac{6}{a}}}$

i) + ii) + iii) + iv) = 49+16+9+4 = 78

※확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하시오.