※ 총 9쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.
[1～20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. $\left(2^{\sqrt{3}+1}\right)^{2\sqrt{3}-2}$의 값은? [3점]

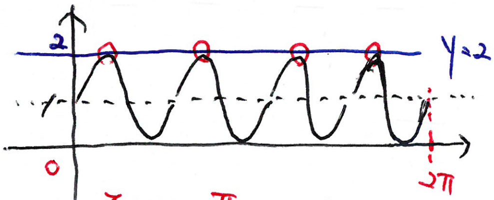
① $8\sqrt{2}$　② 16　③ $16\sqrt{2}$　④ 32　⑤ $32\sqrt{2}$

$2^{(\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-2)} = 2^{6-2}$

2. 두 자연수 a, b에 대하여, $0 \le x \le 2\pi$에서 정의된 함수 $f(x) = a\sin(bx) + a$의 그래프가 직선 $y=2$와 서로 다른 네 점에서 만난다. ab의 최솟값은? [3점]

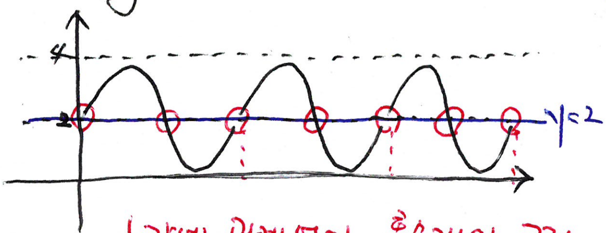
① 4　② 6　③ 8　④ 10　⑤ 12

✓ $a=1$ 이면　$y = \sin bx + 1$



주기가 $\frac{\pi}{2}$ → $b=4$

✓ $a=2$이면.　$y = 2\sin bx + 2$



b값에 관계없이 홀수개의 교점

3. 자연수 n에 대하여 다항식 $(x+1)^n$을 $x(x-1)$로 나누었을 때의 나머지를 $R_n(x)$라 하자. $\sum_{n=1}^{8} R_n(2)$의 값은? [3점]

① 1008　② 1012　③ 1016　④ 1020　⑤ 1024

→ $(x+1)^n = x(x-1)Q(x) + (ax+b)$

✓ $x=0$ 대입.　$1=b$

✓ $x=1$ 대입.　$2^n = a+b$　　$a = 2^n - 1$

→ $R_n(x) = (2^n-1)x + 1$

$\sum_{n=1}^{8}(2^{n+1}-1)$

4. 40 이하의 두 자연수 m, n에 대하여
$-\log_{\sqrt{2}} m + \log_{\frac{1}{2}}(4n+6)^{-1}$ $= -\log_2 m^2 + \log_2(4n+6)$
의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (m, n)의 개수는? [3점]

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

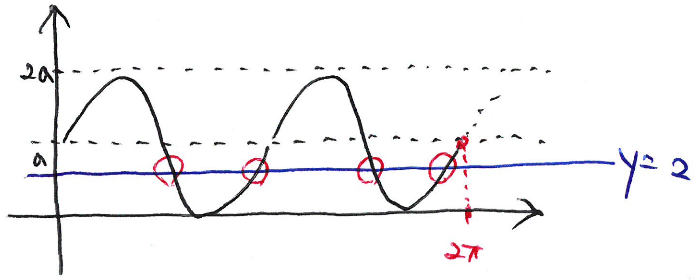
⇒ $\log_2 \frac{4n+6}{m^2}$ 이 자연수. $(=k)$

$\frac{4n+6}{m^2} = 2^k$　　$2n+3 = 2^{k-1} \times m^2$

홀수　　$1 \times$ 홀수^2

∴ $(3,3)$ $(5,11)$ $(7,23)$ $(9,39)$

✓ $a=3$ 이상 이면.



주기가 π → $b=2$

5. $1^3-2^3+3^3-4^3+\cdots+19^3$의 값은? [4점]

① 3300　② 3400　③ 3500　④ 3600　⑤ 3700

$$\sum_{k=1}^{10}\left((2k-1)^3-(2k)^3\right)-20^3$$

$$=\sum_{k=1}^{10}\left(-12k^2+6k-1\right)-8000$$

$$=-12\times\frac{10\times11\times21}{6}+6\times\frac{10\times11}{2}-10-8000$$

6. 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}1-|x| & (x(x-3)\neq0)\\ 0 & (x(x-3)=0)\end{cases}$$

"$x=0, 3$ 불연속"

이고 함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이다. $g(0)=5$이고 함수 $(g\circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(6)$의 값은? [4점]

① 245　② 247　③ 249　④ 251　⑤ 253

⇒ 연속성 체크.

① $x=0$, $g(f(+0))=g(1-0)$

$g(f(-0))=g(1-0)$

v $g(1)=g(0)$　$g(f(0))=g(0)$

② $x=3$, $g(f(3+0))=g(-2-0)$

$g(f(3-0))=g(-2+0)$

v $g(-2)=g(0)$　$g(f(3))=g(0)$

⇒ $g(0)=g(1)=g(-2)=5$

$g(x)-5=x(x-1)(x+2)$

7. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq0)$에서의 위치 x가

$$x=t^4-4t^3+2kt$$

이다. 점 P가 원점을 출발한 후 운동 방향을 두 번 바꾸도록 하는 정수 k의 개수는? [4점]

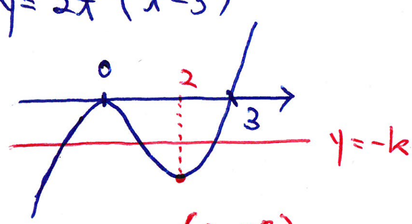
① 1　② 3　③ 5　④ 7　⑤ 9

v $x'=v=4t^3-12t^2+2k=0$

→ $2t^3-6t^2=-k$.

$y=2t^3-6t^2$, $y=-k$ 교점.

$y=2t^2(t-3)$

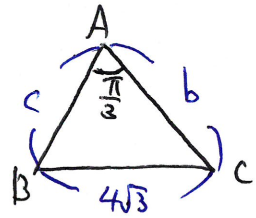


$\therefore -8<-k<0$

↳ $0<k<8$

8. 넓이가 $4\sqrt{3}$이고 $\angle A=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 4일 때, $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$의 값은? [4점]

① $4(\sqrt{2}+\sqrt{3})$　② $4(2+\sqrt{3})$　③ $4(\sqrt{3}+\sqrt{5})$
④ $4(\sqrt{3}+\sqrt{6})$　⑤ $4(\sqrt{3}+\sqrt{7})$



v sin 법칙

$$\frac{\overline{BC}}{\sin\frac{\pi}{3}}=2\times4$$

$\therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}=a$

v 넓이 $=\frac{1}{2}bc\sin\frac{\pi}{3}=4\sqrt{3}$ → $bc=16$

v cos 법칙

$48=b^2+c^2-2bc\cdot\cos\frac{\pi}{3}$ → $b^2+c^2=64$

⇒ $(b+c)^2=b^2+c^2+2bc=64+32$

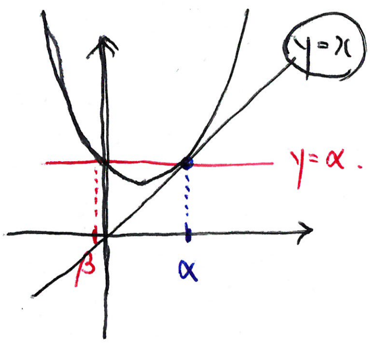
$\therefore b+c=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$.

9. 함수 $f(x)=x^2+ax+1$에 대하여 집합

$$\{x \mid f(f(x))=f(x),\ x\text{는 실수}\}$$

의 원소의 개수가 2일 때, 양수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ✓③ 3 ④ 4 ⑤ 5



✓ $f(x)=t$라 하면, $f(t)=t$

$\rightarrow t=\alpha$.

$\rightarrow f(x)=\alpha$

$x=\alpha, \beta$.

$\rightarrow \quad x^2+ax+1=x$

$x^2+(a-1)x+1=0$.

$D=(a-1)^2-4=0$.

$\therefore\ a-1=\pm 2. \rightarrow a=3,\ \cancel{-1}$

10. 실수 θ에 대하여 직선 $y=x$와 곡선

$$y=x^2+2x\sin\theta-\cos^2\theta$$

이 만나는 두 점 사이의 거리의 최댓값은? [4점]

① $2\sqrt{2}$ ✓② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

$\rightarrow \quad x^2+2\sin\theta\, x-\cos^2\theta=x$

$x^2+(2\sin\theta-1)x-\cos^2\theta=0$

두 실근 $\alpha, \beta \Rightarrow$ 교점 $(\alpha,\alpha)(\beta,\beta)$

$\rightarrow$ 거리 $=\sqrt{(\alpha-\beta)^2+(\alpha-\beta)^2}=\sqrt{2(\alpha-\beta)^2}$

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=(-2\sin\theta+1)^2+4\cos^2\theta$

$=4\sin^2\theta-4\sin\theta+1+4\cos^2\theta$

$=5-4\sin\theta$

$\therefore\ \sin\theta=-1$ 일때.. 거리 최댓값 $\sqrt{2\times 9}=3\sqrt{2}$

11. 첫째항과 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$이

$$b_n=n^2\sin(\pi a_n)+n\cos(\pi a_n)+1$$

$$\sum_{n=1}^{7} b_n=3$$

을 만족시킬 때, $b_{48}+b_{49}+b_{50}$의 값은? [4점]

$\sin(\text{정수}\times\pi)=0$

$\cos(\text{정수}\times\pi)=1$ or -1

① 48 ② 50 ✓③ 52 ④ 54 ⑤ 56

✓ $b_n=n\cos(a_n\pi)+1$

✓ $\displaystyle\sum_{n=1}^{7}\left(n\cos(a_n\pi)+1\right)=3$

$\rightarrow \displaystyle\sum_{n=1}^{7} n\cos(a_n\pi)=-4$.

★ a_n이 짝수 n / a_n이 홀수 $-n$.

$(-1)+(+2)+(-3)+(+4)+(-5)+(+6)+(-$

7개의 합이 "-4"가 되려면.

홀수 번째 항들은 홀수, 짝수 번째 항들은 짝수

a_{2n-1} a_{2n}

$\Rightarrow \begin{cases} b_{2n-1}=(2n-1)\times(-1)+1=-2n+2 \\ b_{2n}=2n\times 1+1=2n+1 \end{cases}$

$n=24$ $b_{47}=-46$, $b_{48}=\underline{49}$

$n=25$ $b_{49}=\underline{-48}$, $b_{50}=\underline{51}$

12. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 모든 자연수 n에 대하여

① $S_n = 2a_n - pn$ ② $S_{n-1} = 2a_{n-1} - p(n-1)$

이다. $\sum_{k=1}^{6} \frac{p+a_k}{a_k a_{k+1}} = 3$일 때, 상수 p의 값은? [4점]

① $\frac{36}{127}$ ② $\frac{38}{127}$ ③ $\frac{40}{127}$ ④ $\frac{42}{127}$ ⑤ $\frac{44}{127}$

→ $n=1$. $\underbrace{S_1}_{a_1} = 2a_1 - p$. $\therefore a_1 = p$.

① − ② $\underbrace{S_n - S_{n-1}}_{a_n} = 2a_n - 2a_{n-1} - p$

$\therefore a_n = 2a_{n-1} + p$ ☆교육과정 밖의 내용

↳ ☆ $a_n = p(2^n - 1)$

→ $\sum_{k=1}^{6} \frac{\cancel{p} \cdot 2^k}{\cancel{p}(2^k-1) \times p(2^{k+1}-1)}$

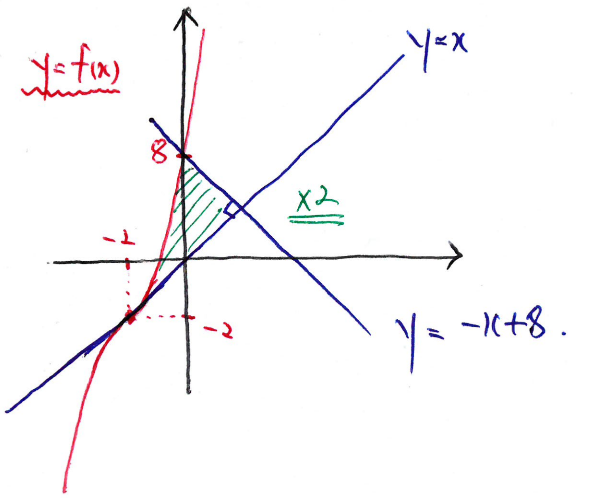
$= \frac{1}{p} \sum_{k=1}^{6} \left(\frac{1}{2^{k+1}-1} - \frac{1}{2^k - 1} \right)$

13. 함수 $f(x) = x^3 + 6x^2 + 13x + 8$의 역함수를 $g(x)$라고 하자. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$와 직선 $y = -x + 8$로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

$f'(x) = 3x^2 + 12x + 13 > 0$ $(\because D < 0)$

$f''(x) = 6x + 12 = 0$ → 변곡점$(-2, -2)$

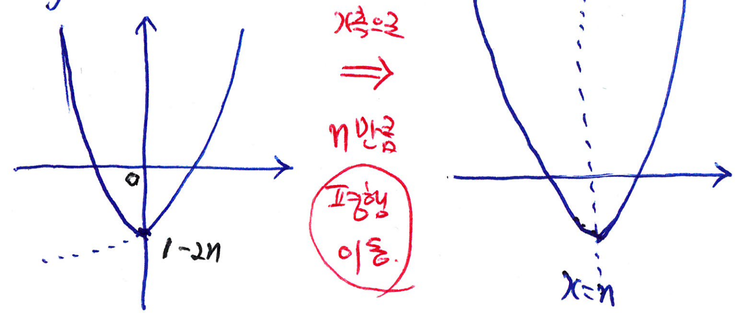


$\therefore S = 2\int_{-2}^{0} (x^3 + 6x^2 + 13x + 8 - x)\,dx + 8 \times 8 \times \frac{1}{2}$

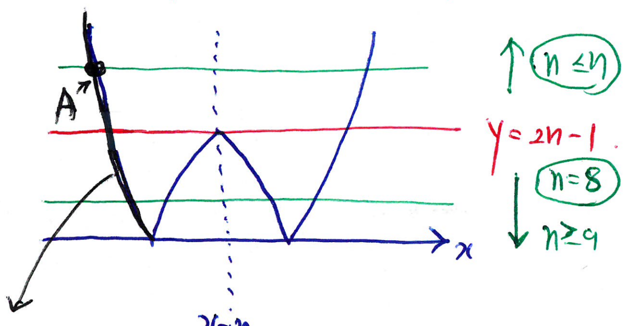
14. 자연수 n에 대하여 함수 $y = |2^{|x-n|} - 2n|$의 그래프가 직선 $y = 15$와 제1사분면에서 만나는 점의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} a_n$의 값은? [4점]

① 52 ② 55 ③ 58 ④ 61 ⑤ 64

✓ $y = 2^{|x|} - 2n$ $y = 2^{|x-n|} - 2n$



⇒ $y = |2^{|x-n|} - 2n|$



$y = 2^{-x+n} - 2n$.

교점 A x좌표 $x = \log_2\left(\frac{2^n}{2n+15}\right)$

즉, n이 5이상일때, 양수값을 가진다.

$n \le 4$ 이면 "점A는 제 2사분면"

⇒ a_n 1 $(n = 1, 2, 3, 4)$
2 $(n = 5, 6, 7)$
3 $(n = 8)$
4 $(n \ge 9)$.

15. 실수 a, b, c, d에 대하여, 삼차함수 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_{-1}^{1} f(x)dx=0$ $\rightarrow 2\int_0^1 (bx^2+d)\,dx=0.$
(나) $\int_{-1}^{1} xf(x)dx=0$ $\rightarrow 2\int_0^1 (ax^4+cx^2)\,dx=0$

함수 $f(x)$에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $abcd \geq 0$

ㄴ. $ab<0$이면 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 $(-1, 0)$에서 적어도 한 개의 실근을 갖는다.

ㄷ. $ab>0$이면 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 $(0, 1)$에서 오직 한 개의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$\rightarrow f(x)=ax^3+bx^2-\frac{3}{5}ax-\frac{1}{3}b$

ㄱ. $abcd=\frac{1}{5}a^2b^2 \geq 0$

ㄴ. $f(-1)\times f(0)$

$=\left(-\frac{2}{5}a+\frac{2}{3}b\right)\times -\frac{1}{3}b = \frac{2}{15}\overset{음}{ab}-\frac{2}{9}b^2<0$

ㄷ. $f(0)\times f(1) = -\frac{1}{3}b\times\left(\frac{2}{5}a+\frac{2}{3}b\right)$

$=-\frac{2}{15}\overset{양}{ab}-\frac{2}{9}b^2<0$

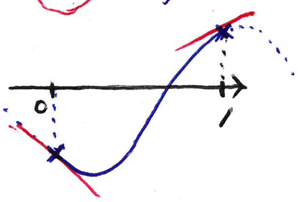
v $f'(x)=3ax^2+2bx-\frac{3}{5}a.$

v $f(0)=-\frac{b}{3}$ / $f'(0)=-\frac{3}{5}a$

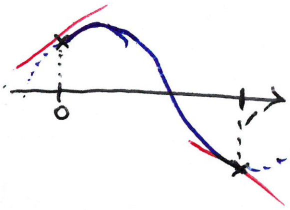
$f(1)=\frac{2}{5}a+\frac{2}{3}b$ / $f'(1)=\frac{12}{5}a+2b$

ⅰ) $a>0, b>0$ 이면,

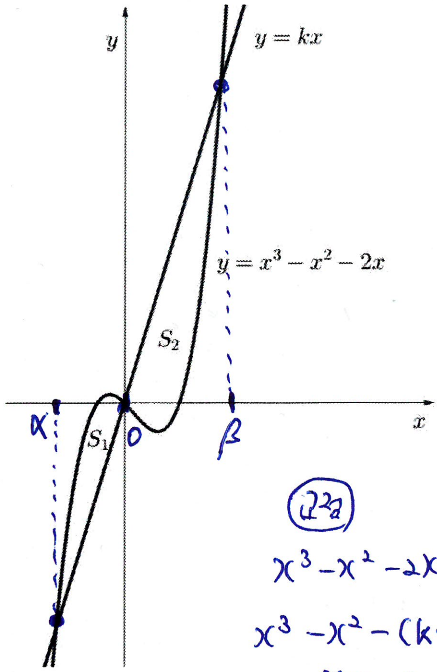
★접선기울기 부호



ⅱ) $a<0, b<0$ 이면



16. 다음 그림과 같이 삼차함수 $f(x)=x^3-x^2-2x$의 그래프와 직선 $y=kx$로 둘러싸인 도형의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하자. $S_2-S_1=18$일 때, 실수 k의 값은? [4점]



(교점)

$x^3-x^2-2x=kx$

$x^3-x^2-(k+2)x=0.$

$x=0, \alpha, \beta$

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{23}{4}$ ③ $\frac{25}{4}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ $\frac{29}{4}$

$S_2-S_1=\int_\alpha^\beta (x^3-x^2-(k+2)x)\,dx$

$=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{k+2}{2}x^2\right]_\alpha^\beta$

⊕ $\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=-k-2$. 이용

$=\frac{(\beta-\alpha)^3}{12}=18$

$\Rightarrow \beta-\alpha=6.$ $\therefore \alpha=-\frac{5}{2}, \beta=\frac{7}{2}$

$k=-\alpha\beta-2=\frac{35}{4}-2$

17. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & (x<1) \\ a-a|x-2| & (x \ge 1) \end{cases}$$

이라 하자. 양수 b에 대하여 함수

$$g(x)=|x(x-2)|\int_b^x f(t)\,dt$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 최댓값은? [5점]

① $\frac{14}{3}$ ② $\frac{29}{6}$ ③ 5 ④ $\frac{31}{6}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

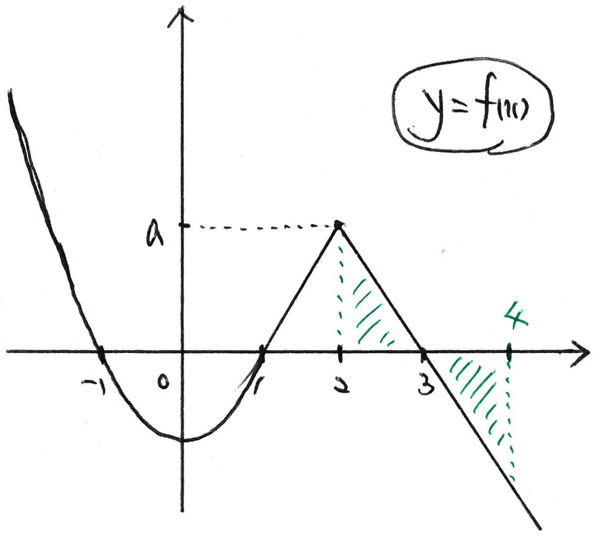
$$\checkmark\ g(x)\begin{cases} (x^2-2x)\int_b^x f(t)\,dt & (x\ge 2,\ x\le 0) \\ (-x^2+2x)\int_b^x f(t)\,dt & (0<x<2) \end{cases}$$

$$\checkmark\ g'(x)\begin{cases} (2x-2)\int_b^x f(t)\,dt + x(x-2)f(x) \\ (-2x+2)\int_b^x f(t)\,dt - x(x-2)f(x) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $x=0,\ 2$에서 $g'(x)$ 값이 같으려면,

$\int_b^0 f(t)\,dt=0,$ ★ $\int_b^2 f(t)\,dt=0.$ $\rightarrow$ $b=2,\ 4$

★ $\int_0^b f(t)\,dt=0.$



$\rightarrow$ ★ $\int_0^2 f(t)\,dt=0$ 이므로 $\therefore a=\frac{4}{3}$

$\int_0^1 (x^2-1)\,dx = 1\times a\times\frac{1}{2}$

18. 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)}{g(x)} & (x\ne 2) \\ 3 & (x=2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty} h(x)=3$이고 $\lim_{x\to 1}\frac{1}{h(x)}=\infty$이다. → "$h(1)=0$"
(나) 방정식 $h(x)=12$가 오직 하나의 실근을 가진다.

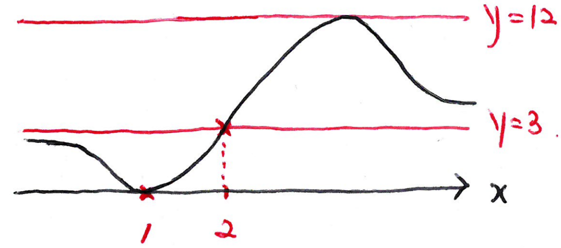
$h(0)$의 값은? [5점] → "$y=3$" 점근선

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

✓ 연속. $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{g(x)}=3$

→ "$\frac{0}{0}$꼴" 되어야 한다.

$f(x)$와 $g(x)$는 $(x-2)$를 인수로 가진다.



→ $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{3\cancel{(x-2)}(x-1)^2}{\cancel{(x-2)}(x^2+ax+b)}$

✓ $h(2)=\frac{3}{4+2a+b}=3$ → $2a+b=-3$

✓ $\frac{3(x-1)^2}{x^2+ax+b}=12$

→ $3x^2+2(2a+1)x+4b-1=0$

중근 $D=(2a+1)^2-3(4b-1)=0$

$\therefore a=\cancel{1},\ -5$ → $b=7.$

$g(0) = |f(0)| - f'(0) \rightarrow 1 = 1 - f'(0)$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

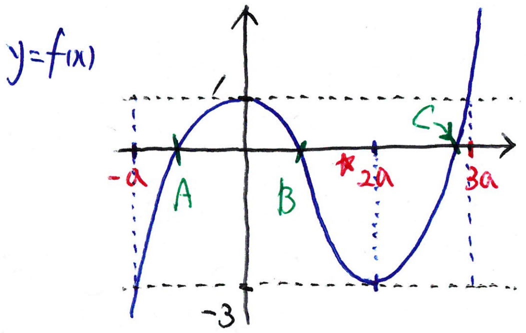
$$g(x)=|f(x)|-f'(x)$$

라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$는 다음을 만족시킨다.

(가) $g(0)=f(0)=1$ "$f'(0)=0$"
(나) 방정식 $|f(x)|=3$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.
(다) 함수 $g(x)$가 $x=k$에서 미분불가능한 실수 k의 개수는 3이다.

$g(1)$의 값은? [5점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7



$\Rightarrow f(x) - 1 = x^2(x-3a)$

$f(2a) = \underbrace{4a^2 \times (-a) + 1 = -3}$

$\therefore a = 1$

$g(x) = |f(x)| - f'(x)$

$x = A, B, C$에서 미분 불가능 미분가능.

$\Rightarrow f(x) = x^2(x-3) + 1$

$f'(x) = 2x(x-3) + x^2$

$\therefore g(1) = |f(1)| - f'(1) = |-1| - (-3)$

$f'(x) = 2(x+1)(x-1)^2 + 2(x+1)^2(x-1)$
$= 4x(x+1)(x-1)$

20. 함수 $f(x)$를 $f(x)=(x+1)^2(x-1)^2$이라 하자. $-1\le x\le 1$인 모든 실수 x에 대하여

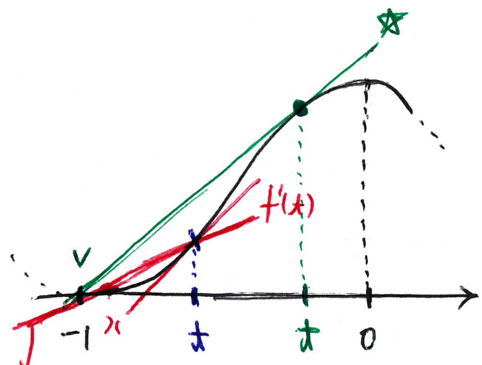
$$f(x)\le f'(t)(x-t)+f(t)$$

를 만족시키도록 하는 실수 t의 최댓값은? [5점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

i) $x < t$ 이면, $\dfrac{f(x)-f(t)}{x-t} \ge f'(t)$

① 평균 변화율 ② 순간 (접선) 변화율

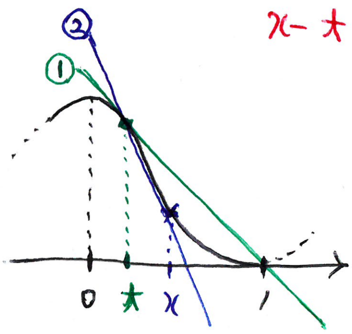


평균변화율. $\cancel{① < ②}$ 성립X.

★ ① ≥ ② $\dfrac{(t+1)^2(t-1)^2}{t-(-1)} = 4t(t+1)(t-1)$

$\boxed{\therefore t = -\frac{1}{3} \quad \text{i) 경우의 최소값}}$

ii) $x \ge t$ 이면, ① $\dfrac{f(x)-f(t)}{x-t} \le$ ② $f'(t)$.



① ≤ ②

$\dfrac{(t+1)^2(t-1)^2}{t-1} = 4t(t+1)(t-1)$

$\boxed{\therefore t = \frac{1}{3} \quad \text{ii) 경우의 최대값}}$

$\therefore -\frac{1}{3} \le t \le \frac{1}{3}$

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

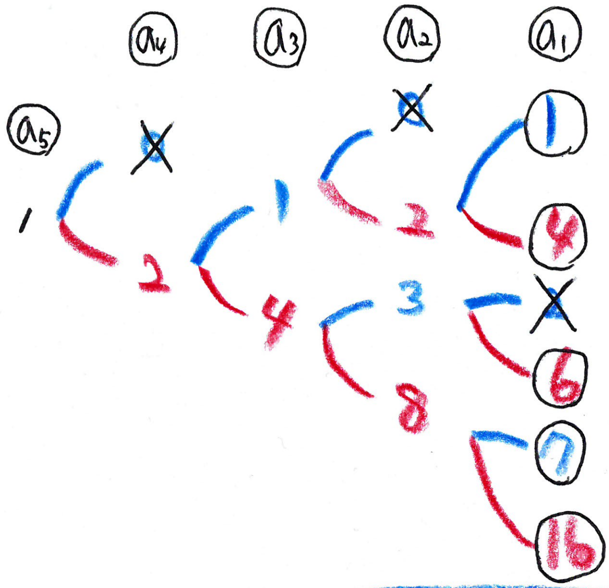
21. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 a_1의 값의 합을 구하시오. [3점]

34

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n\text{은 홀수}) \\ \dfrac{a_n}{2} & (a_n\text{은 짝수}) \end{cases}$$

(나) $a_5 = 1$



23. 다항함수 f, g가 모든 실수 x, y에 대하여

$$f(0) = 5, \quad f(x - g(y)) = (x + 4y^2 - 1)^3 - 3$$

을 만족시킬 때, 함수 $h(x) = f(x) - g(x)$의 극댓값을 구하시오. [4점]

∨ $g(y) = x$ 를 대입,

→ $f(x-x) = (g(y)+4y^2-1)^3 - 3$, $f(0)=5$

$(g(y)+4y^2-1)^3 = 8$ $\quad g(y)+4y^2-1 = 2$.

⇒ $g(x) = -4x^2+3$

∨ $g(y) = 0$ 을 대입. $\quad 0 + 4y^2 - 1 = 2$. $\quad 4y^2 = 3$

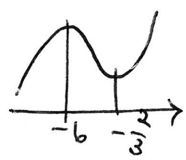
→ $f(x-0) = (x+3-1)^3 - 3$

⇒ $f(x) = (x+2)^3 - 3$

∨ $h(x) = (x+2)^3 - 3 - (-4x^2+3)$

$= x^3 + 10x^2 + 12x + 2$

→ $h'(x) = 3x^2 + 20x + 12 = (3x+2)(x+6)$



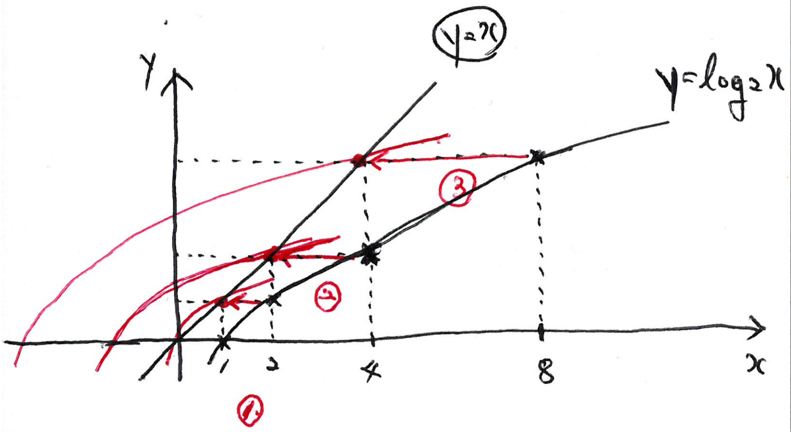
∴ $h(-6) = 74$

22. 자연수 n에 대하여 집합

$$\{x \mid x \le \log_2(x+n),\ x\text{는 자연수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} f(n)$의 값을 구하시오. [4점]

$y = \log_2(x+n)$이 $y=x$ 보다 위에 그려지는 범위.



① $n = 2^1 - 1$ → $f(n) = 1$ → $n = 1$

② $n = 2^2 - 2$ → $f(n) = 2$ → $n = 2, 3, 4$

③ $n = 2^3 - 3$ → $f(n) = 3$ → $n = 5, 6 \sim 11$

④ $n = 2^4 - 4$ → $f(n) = 4$ → $n = 12, 13 \sim 26$

⑤ $n = 2^5 - 5$ → $f(n) = 5$ → $n = 27, 28 \sim$

⋮

$\sum_{n=1}^{20} f(n) = 1\times1 + 2\times3 + 3\times7 + 4\times9$

24. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_0^4 f(x)dx$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $(f'(x)+2)(f'(x)-2)=x(x-4)$이다.
(나) $f(0)<f(4)$, $f(2)=1$

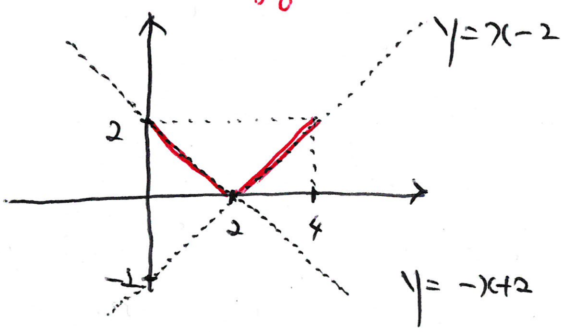
4.

(가) $(f'(x))^2-4=x^2-4x.$

$(f'(x))^2=(x-2)^2$

$\therefore f'(x)=x-2$ or $-x+2.$

(나) $f(4)-f(0)=\int_0^4 f'(x)\,dx>0.$



$$f'(x)\begin{cases}-x+2 & (x<2)\\ x-2 & (x>2)\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)\begin{cases}-\frac{1}{2}x^2+2x+C & (x<2)\\ \frac{1}{2}x^2-2x+C' & (x\geq 2)\end{cases}$$

$f(2)=-2+4+C=2-4+C'=1$

$\therefore C=-1,\ C'=3$

$$\Rightarrow \int_0^2\left(-\frac{1}{2}x^2+2x-1\right)dx+\int_2^4\left(\frac{1}{2}x^2-2x+3\right)dx.$$

$=4$

25. 함수 $f(x)=\dfrac{2^x}{2^x+\sqrt{2}}$에 대하여 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n=f\left(\frac{1}{n}\right)+f\left(\frac{2}{n}\right)+f\left(\frac{3}{n}\right)+\cdots+f\left(\frac{n-1}{n}\right)+f\left(\frac{n}{n}\right)$$

일 때, $\sum_{n=1}^{20}a_n=p+q\sqrt{2}$이다. 정수 p, q에 대하여 $p+q$의 값을 구하시오. [5점]

115.

$$f(1-x)=\frac{2^{1-x}}{2^{1-x}+\sqrt{2}}\quad (\times 2^x)$$

$$=\frac{2^1}{2^1+\sqrt{2}\cdot 2^x}\quad (\div\sqrt{2})$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2^x}$$

$\Rightarrow f(x)+f(1-x)$

$$=\frac{2^x}{2^x+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{2^x+\sqrt{2}}=1$$

$a_n=f\left(\frac{1}{n}\right)+f\left(\frac{2}{n}\right)+\cdots+f\left(1-\frac{2}{n}\right)+f\left(1-\frac{1}{n}\right)+f(1)$

$=1$ $=1$

$$=1\times\frac{n-1}{2}+\frac{2^1}{2^1+\sqrt{2}}$$

$$=\frac{n}{2}+\frac{3}{2}-\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{20}a_n=\frac{1}{2}\times\frac{20\times 21}{2}+\left(\frac{3}{2}-\sqrt{2}\right)\times 20$$

$=135-20\sqrt{2}$

※확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기 했는지 확인하시오.