제 2 교시

수학 영역

KSM

5지선다형

1. $2^{2-\sqrt{2}} \times 2^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\log_3 \frac{3}{2} + \log_3 6$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\log_3 9 = 2$

3. 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$인 부채꼴의 넓이는? [2점]

① $\frac{23}{6}\pi$ ② $\frac{13}{3}\pi$ ③ $\frac{29}{6}\pi$ ④ $\frac{16}{3}\pi$ ⑤ $\frac{35}{6}\pi$

$S = \frac{1}{2} \cdot 4^2 \cdot \frac{2}{3}\pi = \frac{16}{3}\pi$

4. $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3}{2}\pi$일 때, 방정식 $2\sin x + \sqrt{3} = 0$을 만족시키는 x의 값은? [3점]

① $\frac{2}{3}\pi$ ② $\frac{5}{6}\pi$ ③ π ④ $\frac{7}{6}\pi$ ⑤ $\frac{4}{3}\pi$

$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $x = \frac{4}{3}\pi$

5. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	$\cdots$	3	4	5	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
2.2	$\cdots$	.3483	.3502	.3522	$\cdots$
2.3	$\cdots$	.3674	.3692	.3711	$\cdots$
2.4	$\cdots$	.3856	.3874	.3892	$\cdots$

위의 표를 이용하여 $\log 24.5$ 의 값을 구한 것은? [3점]

① 1.3711 ② 1.3874 ③ 1.3892
④ 2.3874 ⑤ 2.3892

$\log(2.45\times 10) = 0.3892 + 1$
$= 1.3892$

6. $4 \le x \le 11$ 에서 함수 $f(x)=\log_2(x-3)+5$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

$4 \to 5$
$11 \to 8$) 13

7. 부등식 $2^{13-2x} \ge 8$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

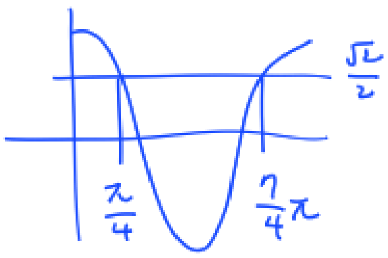
$2^{13-2x} \ge 2^3$

$13-2x \ge 3 \to x \le 5$

8. $0 \le x < 2\pi$ 일 때, 부등식 $2\cos x - \sqrt{2} \le 0$ 을 만족시키는 모든 x 의 값의 범위는 $\alpha \le x \le \beta$ 이다. $\beta - \alpha$ 의 값은? [3점]

① π ② $\frac{7}{6}\pi$ ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

$\cos x \le \frac{\sqrt{2}}{2}$



$\frac{7}{4}\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3}{2}\pi$

9. 곡선 $y=2^x$ 위의 점 (a, b) 와 곡선 $y=2^x-3$ 의 점근선 사이의 거리가 7일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$2^a = b$

$b+3=7$

$b=4 \rightarrow a=2, \ a+b=6$

10. 함수 $y=\log_5 x+2$ 의 역함수의 그래프가 점 $(4, 5^k)$ 을 지날 때, k 의 값은? [3점]

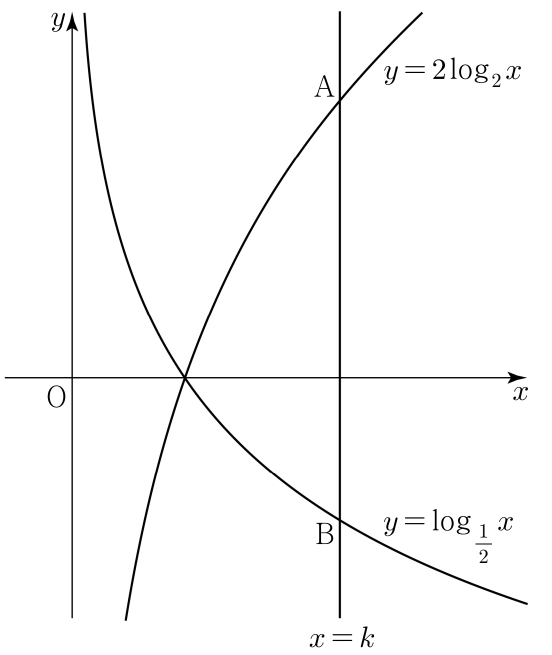
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$(5^k, 4) \rightarrow k+2=4$

$k=2$

11. 직선 $x=k(k>1)$이 두 곡선 $y=2\log_2 x$, $y=\log_{\frac{1}{2}} x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $3 \le \overline{\text{AB}} \le 6$이 되도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합은? [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13



$\overline{AB} = 2\log_2 k - \log_{\frac{1}{2}} k = 3\log_2 k$

$3 \le 3\log_2 k \le 6$

$2 \le k \le 4$

$2+3+4=9$

12. $\sin(\pi+\theta)=-\frac{1}{3}$일 때, $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$의 값은? [3점]

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

$\sin\theta = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{s+sc+s-sc}{1-c^2} = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s} = 6$

13. 다음 조건을 만족시키는 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는? [3점]

(가) $\overline{BC}=3$
(나) $\cos(B+C)=\cos A+\frac{1}{2}$

① $\frac{12}{5}\pi$ ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ $\frac{13}{5}\pi$ ④ $\frac{27}{10}\pi$ ⑤ $\frac{14}{5}\pi$

$A+B+C=\pi$

$\cos(\pi-A)=-\cos A=\cos A+\frac{1}{2}$

$\therefore \cos A=-\frac{1}{4} \rightarrow \sin A=\frac{\sqrt{15}}{4}$

$\frac{\overline{BC}}{\sin A}=\frac{12}{\sqrt{15}}=2R,\ R=\frac{6}{\sqrt{15}}$

$\therefore \pi R^2=\frac{36}{15}\pi=\frac{12}{5}\pi$

14. 두 정수 a, b에 대하여 $\left(\frac{4^a\times 6}{3^b}\right)^{\frac{1}{3}}$의 값이 10 이상 20 이하의 자연수일 때, $a+b$의 값은? [4점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$\left(\frac{2^{2a}\cdot 2\cdot 3}{3^b}\right)^{\frac{1}{3}}$

$=2^{\frac{2a+1}{3}}\cdot 3^{\frac{1-b}{3}}$

a		b	
1	2	1	1
4	8	-2	3
7	32	-5	9

$a+b=-4$

15. 양수 k에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2-(\log_2 k+10)x+5=0$$

이 서로 다른 두 실근 $\underset{}{\overset{a}{\log_2\alpha}}$, $\overset{b}{\log_2\beta}$를 가질 때, $\log_\alpha 2+\log_\beta 2=3$이 되도록 하는 k의 값은? [4점]

① 16 ② $16\sqrt{2}$ ③ 32 ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ 64

$a+b=\log_2 k+10=\log_2 k\cdot 2^{10}$

$ab=5$

$\log_\alpha 2+\log_\beta 2=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{a+b}{5}=3$

$\therefore a+b=15$

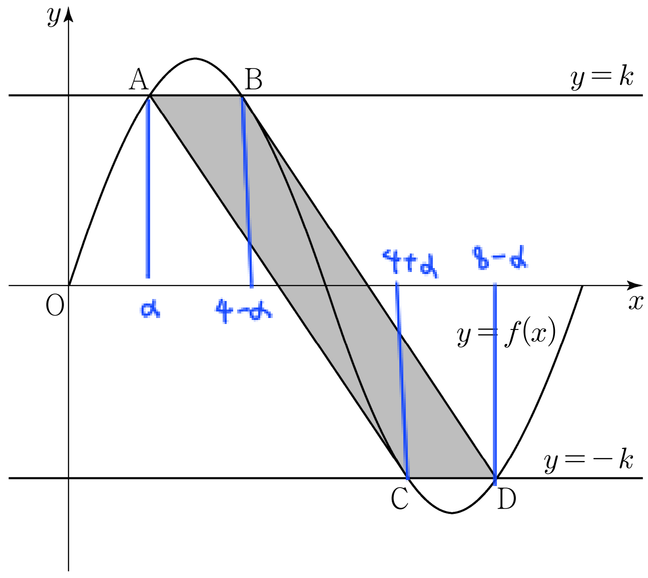
$\log_2 k\cdot 2^{10}=15$

$k\times 2^{10}=2^{15}$

$k=2^5=32$

16. 그림과 같이 $0\le x\le 8$에서 정의된 함수 $f(x)=2\sqrt{3}\sin\frac{\pi x}{4}$가 있다. 곡선 $y=f(x)$가 직선 $y=k$와 만나는 두 점을 y축에서 가까운 순서대로 A, B라 하고, 곡선 $y=f(x)$가 직선 $y=-k$와 만나는 두 점을 y축에서 가까운 순서대로 C, D라 하자.

직선 AC의 기울기가 $-\frac{3}{2}$일 때, 사각형 ACDB의 넓이는? (단, $0<k<2\sqrt{3}$) [4점]



① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$

$A(\alpha, k)$, $C(4+\alpha, -k)$

AC 기울기 $=\frac{-2k}{4}=-\frac{3}{2}$ $\therefore k=3$

$\therefore 2\sqrt{3}\sin\frac{\pi\alpha}{4}=k=3$, $\sin\frac{\pi\alpha}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{4}\alpha=\frac{\pi}{3}$, $\alpha=\frac{4}{3}$

$\square ABCD=2k\times(4-2\alpha)$

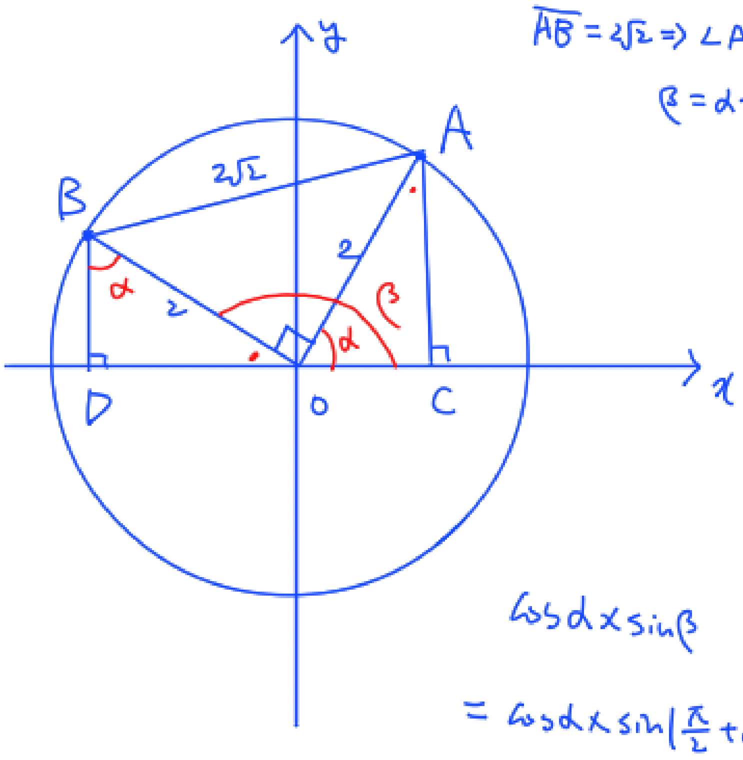
$=6\times\frac{4}{3}=8$

17. 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=4$ 위의 두 점 A, B에 대하여 두 동경 OA, OB가 나타내는 각의 크기를 각각 α, β라 하면

$$0<\alpha<\beta<\pi,\quad \overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2},\quad \cos\alpha\times\sin\beta=\frac{1}{5}$$

이다. 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABDC의 넓이는? (단, O는 원점이고, x축의 양의 방향을 시초선으로 한다.) [4점]

① $\frac{16}{5}$ ② $\frac{33}{10}$ ③ $\frac{17}{5}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{18}{5}$



$\overline{AB}=2\sqrt2 \Rightarrow \angle AOB=90°$

$\beta=\alpha+\frac{\pi}{2}$

$\cos\alpha\times\sin\beta$

$=\cos\alpha\times\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)$

$=\cos^2\alpha=\frac{1}{5},\ \cos\alpha=\frac{1}{\sqrt5}$

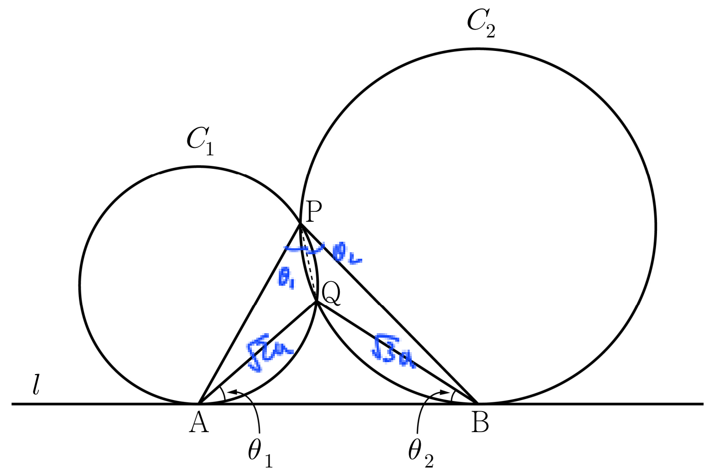
$\sin\alpha=\frac{2}{\sqrt5}$

$\overline{OC}=2\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt5}=\overline{BD}$

$\overline{AC}=2\sin\alpha=\frac{4}{\sqrt5}=\overline{OD}$

$S=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sqrt5}+\frac{4}{\sqrt5}\right)\times\frac{6}{\sqrt5}=\frac{18}{5}$

18. 그림과 같이 두 원 C_1, C_2가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만나고, 직선 l이 이 두 원과 동시에 접한다. 직선 l과 두 원 C_1, C_2의 접점을 각각 A, B라 할 때, $\angle\mathrm{QAB}=\theta_1$, $\angle\mathrm{QBA}=\theta_2$라 하자.



다음은 $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\sin\theta_1:\sin\theta_2=\sqrt{3}:\sqrt{2}$이고, 삼각형 PAB의 외접원의 반지름의 길이가 $\frac{3\sqrt{3}}{5}$일 때, 선분 QA의 길이를 구하는 과정이다. (단, $\angle\mathrm{APB}<\angle\mathrm{AQB}$)

> 원의 성질에 의하여
> $\angle\mathrm{APQ}=\angle\mathrm{QAB}$, $\angle\mathrm{BPQ}=\angle\mathrm{QBA}$이므로 $\angle\mathrm{APB}=\theta_1+\theta_2$
> 이다. $\angle\mathrm{AQB}=\pi-(\theta_1+\theta_2)$이고 $\angle\mathrm{APB}<\angle\mathrm{AQB}$이므로
> $\theta_1+\theta_2<\frac{\pi}{2}$이다.
> $\overline{\mathrm{AB}}=2$이고 삼각형 PAB의 외접원의 반지름의 길이가
> $\frac{3\sqrt{3}}{5}$이므로 삼각형 PAB에서 사인법칙에 의하여
> $$\sin(\theta_1+\theta_2)=\boxed{\text{(가)}\ \tfrac{5}{9}\sqrt3}$$ $\frac{2}{2R}=\frac{5}{3\sqrt3}=\frac{5}{9}\sqrt3$
> 이다.
> $\sin\theta_1:\sin\theta_2=\sqrt{3}:\sqrt{2}$이므로 삼각형 QAB에서 $\cos(\theta_1+\theta_2)=\frac{\sqrt6}{9}$
> 사인법칙에 의하여
> $$\overline{\mathrm{QB}}=\boxed{\text{(나)}\ \tfrac{\sqrt6}{2}}\times\overline{\mathrm{QA}}$$
> 이다.
> $\angle\mathrm{AQB}=\pi-(\theta_1+\theta_2)$, $\overline{\mathrm{AB}}=2$이므로 삼각형 QAB에서
> 코사인법칙에 의하여
> $$\overline{\mathrm{QA}}=\boxed{\text{(다)}\ \tfrac{2\sqrt6}{\sqrt{19}}}$$
> $4=2a^2+3a^2-2\cdot\sqrt2a\cdot\sqrt3a\left(-\frac{\sqrt6}{9}\right)$
> 이다. $4=5a^2+\frac{4}{3}a^2=\frac{19}{3}a^2,\ a=\frac{2\sqrt3}{\sqrt{19}}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $p\times q\times r^2$의 값은? [4점] $\overline{QA}=\sqrt2a=\frac{2\sqrt6}{\sqrt{19}}$

① $\frac{20\sqrt{2}}{19}$ ② $\frac{21\sqrt{2}}{19}$ ③ $\frac{22\sqrt{2}}{19}$ ④ $\frac{23\sqrt{2}}{19}$ ⑤ $\frac{24\sqrt{2}}{19}$

$\frac{5}{9}\sqrt3\times\frac{\sqrt6}{2}\times\frac{24}{19}=\frac{20}{19}\sqrt2$

19. $n \ge 2$인 자연수 n에 대하여 $n-\sqrt{401}$의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$이라 할 때,

$$\log_2 \frac{15}{n\times(f(n)+3)}$$

의 값이 정수가 되도록 하는 50 이하의 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 108 ② 111 ③ 114 ④ 117 ⑤ 120

$x^n = n-\sqrt{401} = n-20.xxx$

i) $n=2k$ $(1\le k\le 10)$

$f(n)=0 \to \log_2 \frac{15}{2k(0+3)} = \log_2\frac{5}{2k}$

$k=5, 10$

$n=10, 20$

ii) $n=2k$ $(11\le k\le 25)$

$f(n)=2 \to \log_2\frac{15}{2k(2+3)}=\log_2\frac{3}{2k}$

$k=12, 24$

$n=24, 48$

iii) $n=2k-1$ $(2\le k\le 25)$

$f(n)=1 \to \log_2 \frac{15}{(2k-1)(1+3)} = \log_2\frac{15}{4(2k-1)}$

$k=8$

$n=15$

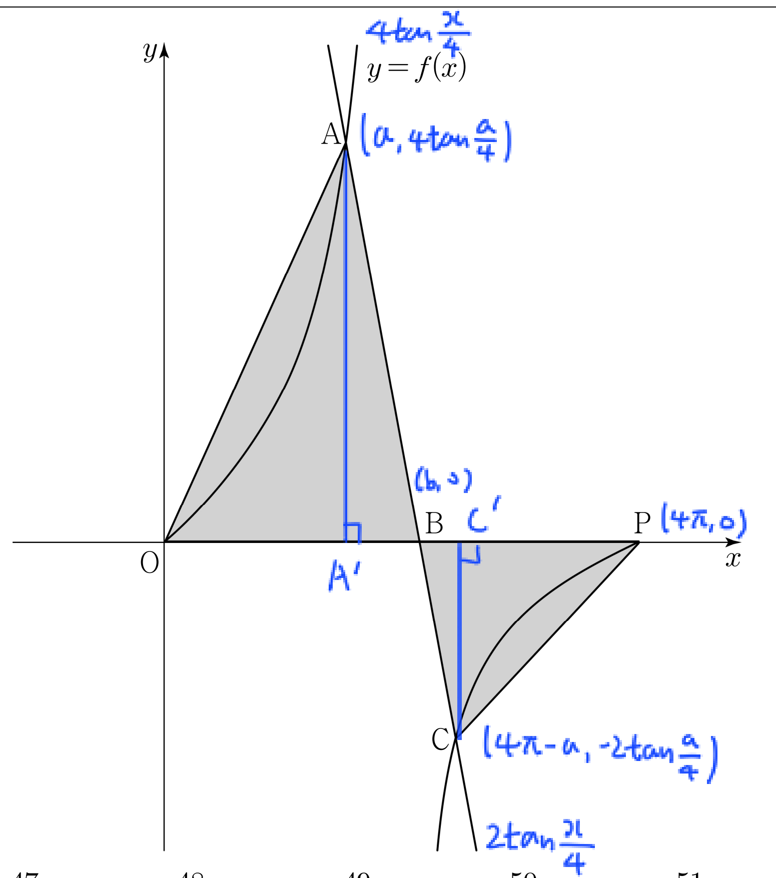
$\Rightarrow 10+20+24+48+15=117$

20. 그림과 같이 집합 $\{x \mid 0\le x\le 4\pi,\ x\ne 2\pi\}$에서 정의된 함수

$$f(x)=3\tan\frac{x}{4}+\left|\tan\frac{x}{4}\right| \quad \begin{cases} 4\tan\frac{x}{4} & (0\le x<2\pi) \\ 2\tan\frac{x}{4} & (2\pi<x\le 4\pi)\end{cases}$$

의 그래프와 한 점 $P(4\pi, 0)$이 있다. 두 점 $A(a, f(a))$, $B(b, 0)$을 지나고 기울기가 음수인 직선이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자.
세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은?
(단, O는 원점이고, $0<a<2\pi$, $0<b<4\pi$이다.) [4점]

(가) 두 점 A, C의 x좌표의 합은 4π이다. $b=4\pi-a$
(나) 삼각형 AOB와 삼각형 BCP의 넓이의 비는 $7:3$이다.



① $\frac{47}{13}\pi$ ② $\frac{48}{13}\pi$ ③ $\frac{49}{13}\pi$ ④ $\frac{50}{13}\pi$ ⑤ $\frac{51}{13}\pi$

$\triangle AOB : \triangle BCP = 7:3$

$AA' : CC' = 2:1$

$\Rightarrow \overline{OB} : \overline{BP} = 7:6$

$\therefore B\left(4\pi\times\frac{7}{13}, 0\right)$

$B\left(\frac{28}{13}\pi, 0\right)$

$\overline{A'B} : \overline{BC'} = 2:1 \to \overline{A'B} = 2\overline{BC'}$

$b-a = 2(4\pi-a-b)$

$= 8\pi-2a-2b$

$\therefore a = 8\pi-3b$

$a+b = 8\pi-2b = 8\pi-\frac{56}{13}\pi$

$= \frac{48}{13}\pi$

21. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x+1} & (x \le 1) \\ 4-2\log_2 x & (x>1) \end{cases}$$

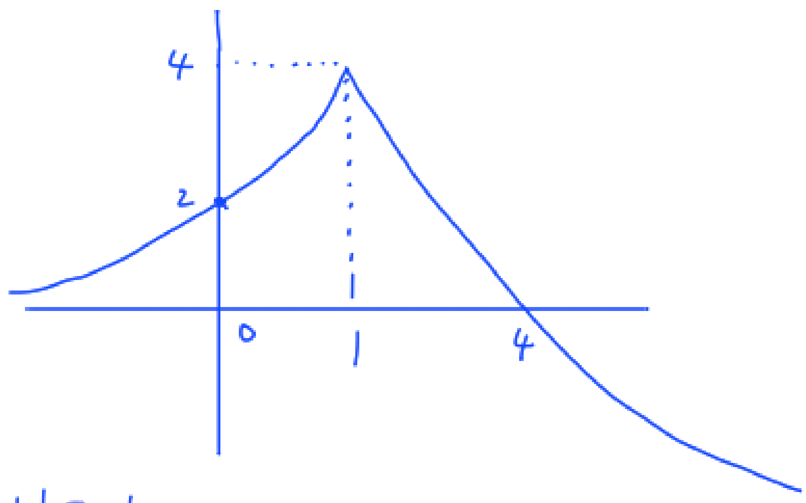
에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 양수 k의 값의 집합이

$\{k \mid 0<k \le \alpha$ 또는 $\beta<k<\gamma\}$

일 때, $\alpha+\beta+\gamma$의 값은? (단, α, β, γ는 상수이다.) [4점]

함수 $y=\lvert f(x)-k \rvert$의 그래프가 두 직선 $y=p$, $y=2p$와 만나는 점의 개수가 각각 3, 2가 되도록 하는 양수 p가 존재한다.

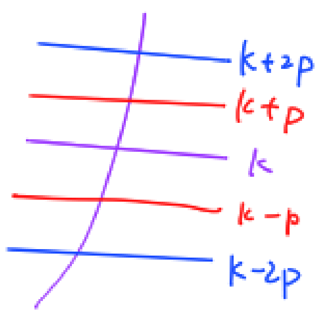
① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



$|f(x)-k| = p, 2p$

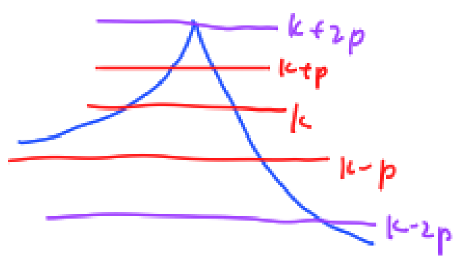
$f(x)=k+p$, $f(x)=k-p$) 교점 3개

$f(x)=k+2p$, $f(x)=k-2p$) 교점 2개



p가 존재

i)



$k+2p=4$

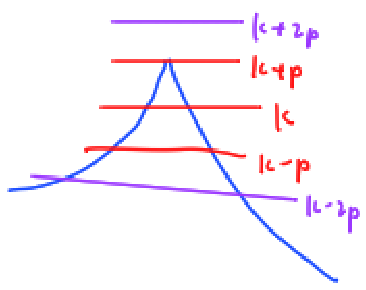
$p=2-\frac{k}{2}$

↓

$k-p\le 0$

$\frac{3}{2}k-2\le 0$, $k\le\frac{4}{3}=\alpha$

ii)



$k+p=4$, $p=4-k$

↓

$0<k-2p<4$

$0<3k-8<4$

$\frac{8}{3}<k<4$

$\beta = \frac{8}{3}$, $\gamma = 4$

$\therefore \alpha+\beta+\gamma=8$

단답형

22. $\sqrt[3]{49}\times\sqrt[3]{7^4}$의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{49}$

$\sqrt[3]{7^6}=49$

23. 방정식 $5^{x+4}=25^{2x-4}$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{4}$

$x+4=4x-8$, $x=4$

24. $\dfrac{10\times\sin\frac{2}{3}\pi}{\tan\frac{7}{6}\pi}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{15}$

$\dfrac{10\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=15$

25. 양수 a에 대하여 $\log_3 2\times\log_4 a=2$ 일 때, a의 값을 구하시오. [3점]

$\log_9 4\times\log_4 a$

$=\log_9 a=2$

$\boxed{81}$

$\therefore a=81$

26. 실수 $a\,(a\neq 0)$과 양수 b에 대하여 함수

$f(x)=a\cos bx+10-a$

의 최댓값이 18이고 주기가 3π일 때, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{12}$

$\frac{2\pi}{b}=3\pi,\ b=\frac{2}{3}$

$a>0$ 大: $a+10-a=10\neq 18$ (x)

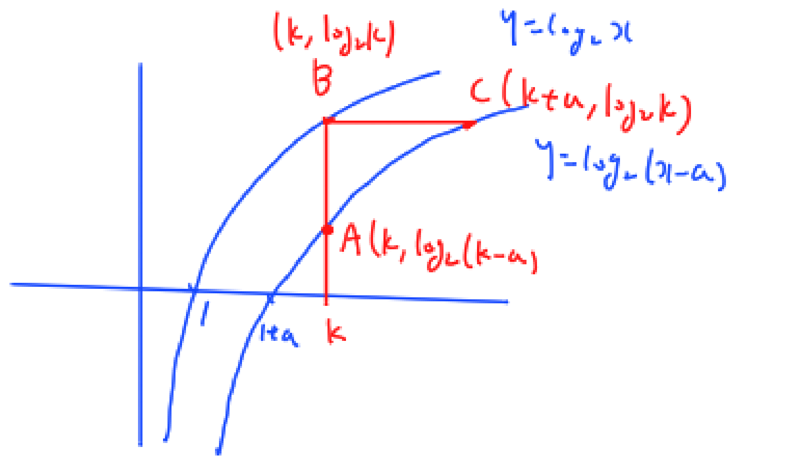
$a<0$ 大: $-a+10-a=18$

$\therefore a=-4$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-4\cos\frac{\pi}{3}+14$

$=12$

27. 양수 a에 대하여 곡선 $y=\log_2(x-a)$ 위의 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 점을 B, 점 B를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2(x-a)$와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=\overline{BC}$가 되도록 하는 점 A의 x좌표를 $f(a)$라 할 때, $\frac{f(a)}{a}\le\frac{64}{63}$를 만족시키는 a의 최솟값을 구하시오. [4점] $\boxed{6}$



$\overline{AB}=\overline{BC}$

$\log_2 k-\log_2(k-a)=a$

$\frac{k}{k-a}=2^a$, $k=2^a\cdot k-a\cdot 2^a$

$k=\frac{a\cdot 2^a}{2^a-1}=f(a)$

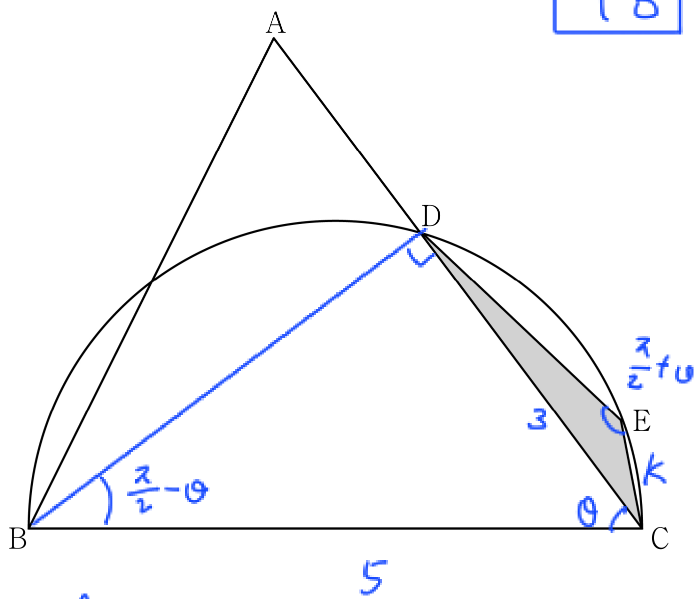
$\therefore \frac{f(a)}{a}=\frac{2^a}{2^a-1}=\frac{1}{2^a-1}+1\le\frac{64}{63}$

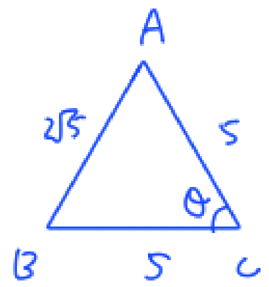
$\frac{1}{2^a-1}\le\frac{1}{63}$

$2^a-1\ge 63$

$\therefore a\ge 6$

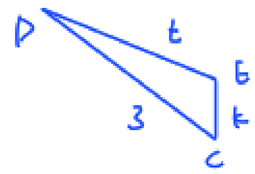
28. 그림과 같이 $\overline{AB}=2\sqrt{5}$, $\overline{AC}=\overline{BC}=5$인 삼각형 ABC에 대하여 선분 BC를 지름으로 하는 반원이 선분 AC와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 D라 하자. 호 CD 위에 점 E를 삼각형 DCE의 넓이가 $\frac{3}{5}$이 되도록 잡는다. 선분 CE의 길이를 k라 할 때, $60k^2$의 값을 구하시오. (단, $\overline{CE}<\overline{DE}$) [4점] $\boxed{48}$





$\cos\theta=\frac{25+25-20}{2\cdot5\cdot5}=\frac{3}{5}\to\overline{CD}=3$

$\sin\theta=\frac{4}{5}$



$\triangle DCE=\frac{1}{2}tk\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)=\frac{3}{10}tk=\frac{3}{5}$ $\therefore tk=2$

$\cos(\frac{\pi}{2}+\theta)=\frac{t^2+k^2-9}{2tk}=-\sin\theta=-\frac{4}{5}$

$t^2+k^2-9=-\frac{4}{5}\times4=-\frac{16}{5}$

$t^2+k^2=\frac{29}{5}$

$(t+k)^2-2tk=\frac{29}{5}$

$(t+k)^2=\frac{49}{5}$ $\therefore t+k=\frac{7}{\sqrt{5}}$

$x^2-\frac{7}{\sqrt{5}}x+2=0$ 근: t, k

$\sqrt{5}x^2-7x+2\sqrt{5}=0$

$\sqrt{5}x$ $\quad -2$

x $\quad -\sqrt{5}$

$x=\frac{2}{\sqrt{5}}, \sqrt{5}$

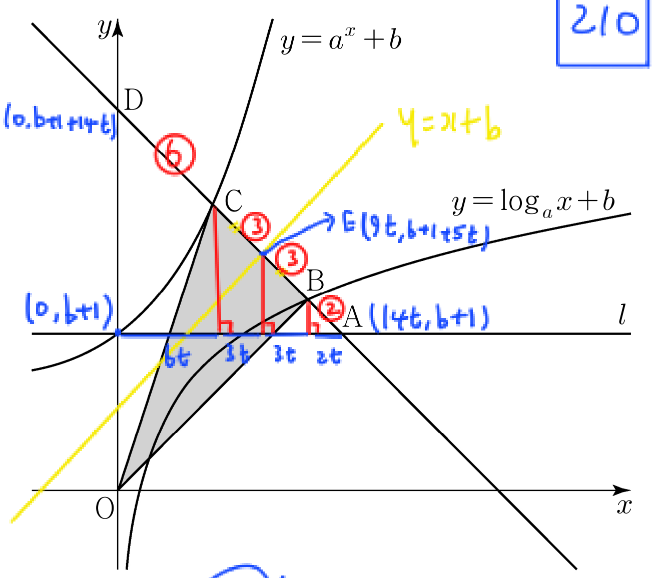
$\therefore k=\frac{2}{\sqrt{5}}$ ($\because \overline{CE}<\overline{DE}$)

$60k^2=48$

29. 그림과 같이 $a>2$, $b>0$인 두 실수 a, b에 대하여 곡선 $y=a^x+b$와 y축이 만나는 점을 지나고 x축에 평행한 직선을 l이라 하자. 직선 l 위의 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선이 두 곡선 $y=\log_a x+b$, $y=a^x+b$와 만나는 점을 각각 B, C라 하고, y축과 만나는 점을 D라 하자.

$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CD}=1:3:3$이고 삼각형 OBC의 넓이가 $\frac{9}{2}$일 때, $20(a^3+b)$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 A의 x좌표는 a보다 크다.) [4점]

$\boxed{210}$



E$(9t,\ b+1+5t)$ $y=x+b$

$9t+b=b+1+5t \quad \therefore t=\frac{1}{4}$

D$(0,\ b+\frac{9}{2})$, E$(\frac{9}{4},\ b+\frac{9}{4})$

C$(6t,\ b+1+8t)$, C$(\frac{3}{2},\ b+3)$

$\triangle OBC = \triangle ODC = \frac{1}{2}\times(b+\frac{9}{2})\times\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

$\therefore b+\frac{9}{2}=6,\ b=\frac{3}{2}$

C$(\frac{3}{2},\ \frac{9}{2}) \rightarrow y=a^x+\frac{3}{2}$

$a^{\frac{3}{2}}+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

$\therefore a^{\frac{3}{2}}=3,\ a^3=9$

$\therefore 20(a^3+b)=20(9+\frac{3}{2})$

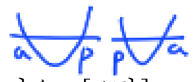
$=210$

30. 양수 a와 이차함수 $f(x)$에 대하여 $x\ge 0$에서 정의된 함수

$$g(x)=\begin{cases}\sin\dfrac{3\pi x}{a} & (0\le x<a)\\ f(x)-f(a) & (x\ge a)\end{cases}$$

주기 $\frac{2}{3}a$

$g(a)=0$



가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(10)$의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{224}$

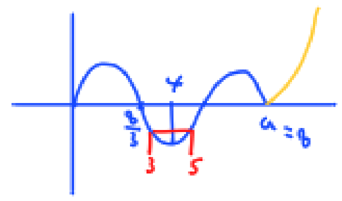
(가) $x\ge 0$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\ge g(4)$이다. f: 아래로 볼록

(나) 자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식 $g(x)=g(n)$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(n)$이라 할 때,

$\{h(1),\ h(2),\ h(3),\ h(4),\ h(5)\}=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

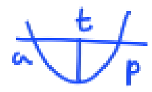
이다.

i) $p\le a$

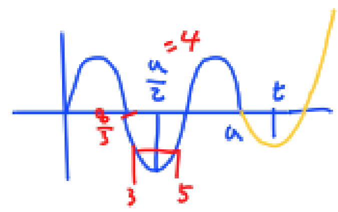


by (가) $a=8$
⇓
(나) X
($\because h(3)=h(5)=2$)

ii) $a<p$

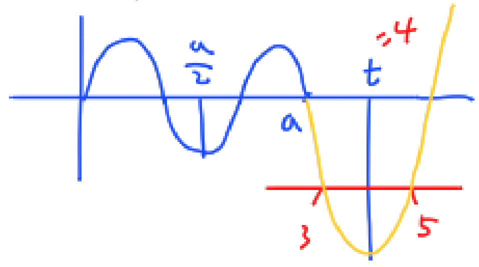


① $g(\frac{a}{2})<g(t)$



$h(3)=h(5)=2$ (X)

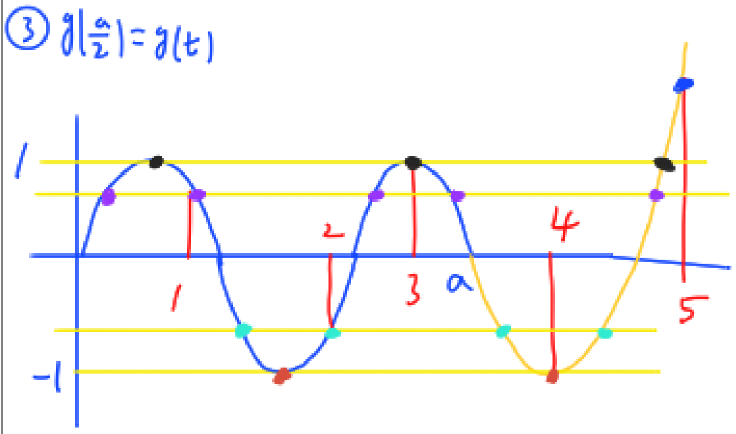
② $g(\frac{a}{2})>g(t)$



$h(\alpha)=2$인 α가 존재하려면 $\alpha=3$ or 5

$h(3)=h(5)=2$ (X)

③ $g(\frac{a}{2})=g(t)$



$\frac{a}{2}\ne 4$

$\therefore t=4$

$h(4)=2$

$h(3)=3$

$h(1)=5$

$h(2)=4$

$h(5)=1$

$h(\alpha)=3$인 $\alpha=3$

$\frac{5}{6}a=3 \quad \therefore a=\frac{18}{5}$

$x\ge a \quad g(x)=k(x-4)^2-1$

$g(\frac{18}{5})=\frac{4}{25}k-1=0,\ k=\frac{25}{4},\ g(5)=\frac{21}{4}>1$ (ok)

$g(10)=36k-1=224$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.