

제 2 교시

수학 영역

K S M

5지선다형

1. $(4+i)+(1-2i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]
- ① $1-3i$ ② $3-3i$ ③ $5-3i$
 ④ $3-i$ ⑤ $5-i$

2. 다항식 $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + ax - 3$ 이 $x-1$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a 의 값은? [2점]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$P(1) = 2 - 5 + a - 3 = 0$$

$$a = 6$$

3. 이차부등식 $x^2 - kx + 3 < 0$ 의 해가 $1 < x < 3$ 일 때, 상수 k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$(x-1)(x-3)$$

$$= x^2 - 4x + 3 \quad \therefore k = 4$$

4. 다항식 $x^3 + 2x^2 + x + 2$ 가 $(x^2 + a)(x + b)$ 로 인수분해될 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$x^3 + 2x^2 + x + 2 = (x^2 + a)(x + b)$$

$$= x^3 + bx^2 + ax + ab$$

$$\therefore \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3$$

5. 연립부등식

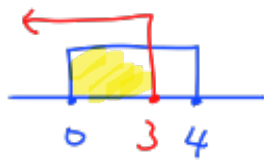
$$x^2 - 3x + 5 \leq x + 5 \leq 8$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 5 \leq x + 5 \\ x + 5 \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x \leq 0 \rightarrow 0 \leq x \leq 4 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



$$\Rightarrow 0 \leq x \leq 3$$

정수 4개

6. 다항식 $P(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$P(x+1) - P(x) = 2x + 3$$

을 만족시킨다. $P(0) = 1$ 일 때, $P(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

$$x=0 \rightarrow P(1) - P(0) = 3 \quad \therefore P(1) = 4$$

$$x=1 \rightarrow P(2) - P(1) = 5 \quad \therefore P(2) = 9$$

7. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 서로 다른 두 허근 α, β 를 가진다. $\alpha i + \beta = 0$ 일 때, 실수 k 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

$$\alpha = 3 + pi$$

$$\beta = 3 - pi$$

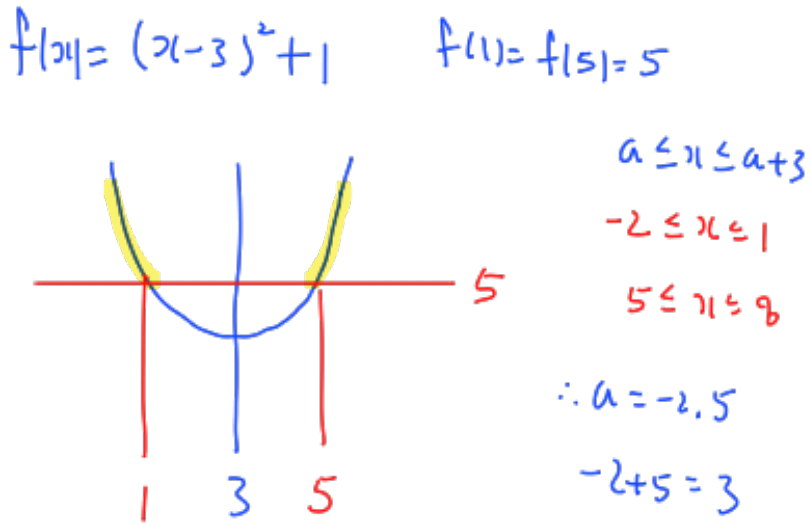
$$\alpha i + \beta = 3i - p + 3 - pi = 0$$

$$\therefore p = 3$$

$$\alpha\beta = 9 + p^2 = 9 + 9 = 18 = k$$

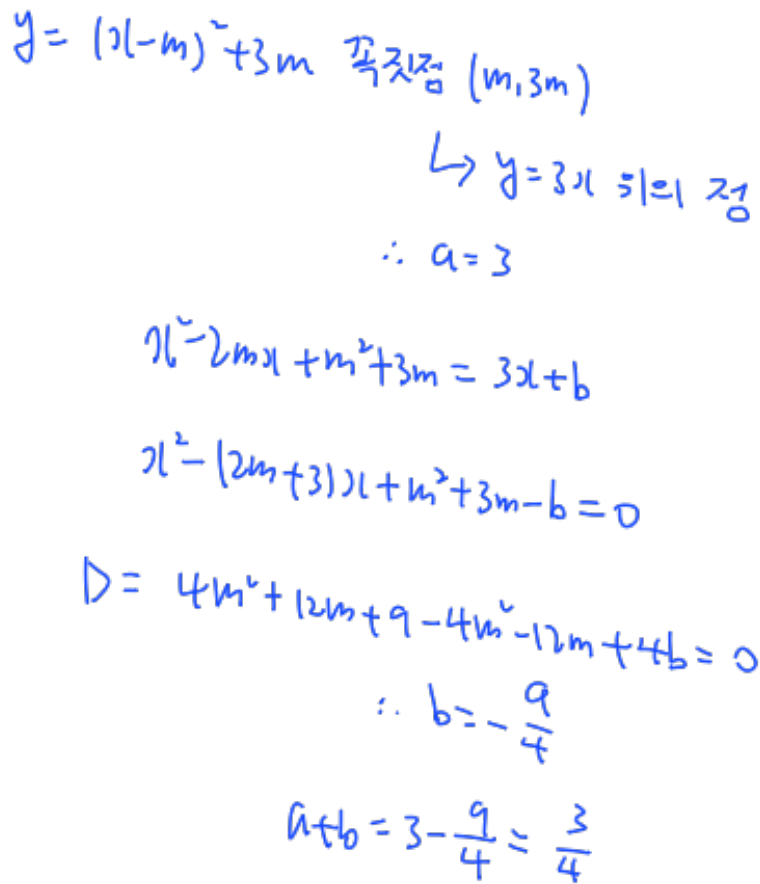
8. $a \leq x \leq a+3$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 6x + 10$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9



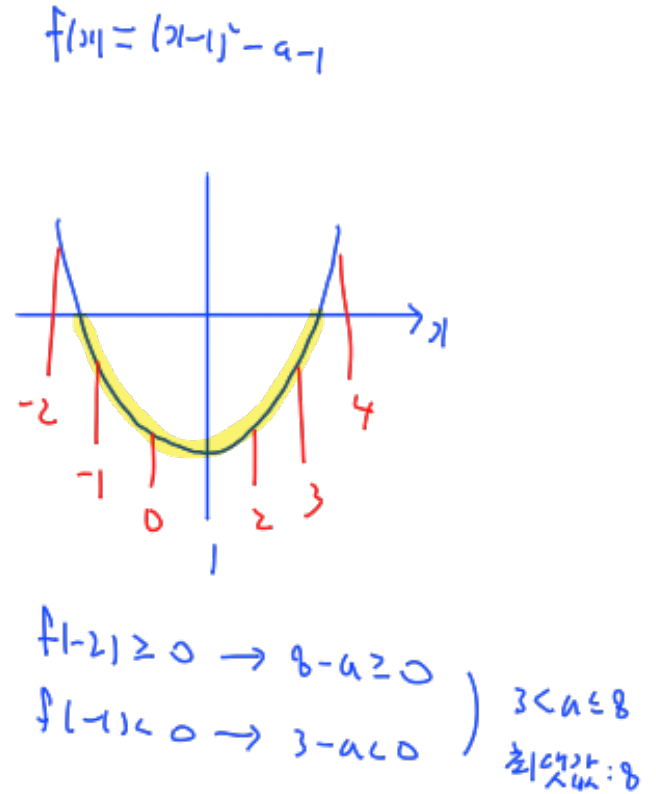
9. x 에 대한 이차함수 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 3m$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 실수 m 의 값에 관계없이 항상 한 점에서 만날 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$



10. x 에 대한 이차부등식 $x^2 - 2x - a < 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수가 5가 되도록 하는 실수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



11. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $P(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $P(x)$ 를 $(x-2)^2$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, 나머지는 $2Q(x)$ 이다.
- (나) $P(x)$ 는 $x-1$ 로 나누어떨어진다.

$P(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$P(x) = (x-2)^2 Q(x) + 2Q(x), Q(x) = x-k$

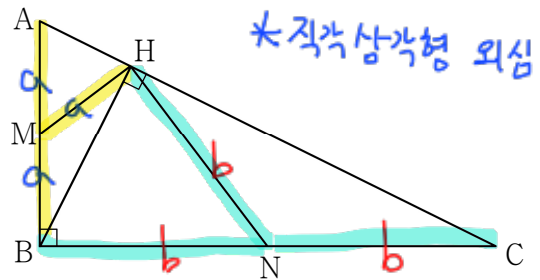
$P(1) = 3Q(1) = 0 \therefore Q(1) = 0 \rightarrow Q(x) = x-1$

$P(3) = 3Q(3) = 6$

12. $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 AB, 선분 BC의 중점을 각각 M, N이라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 10이고

$\overline{AC} = 2\sqrt{14}$ 일 때, $\overline{MH}^3 + \overline{NH}^3$ 의 값은? [3점]

- ① $16\sqrt{6}$ ② $17\sqrt{6}$ ③ $18\sqrt{6}$ ④ $19\sqrt{6}$ ⑤ $20\sqrt{6}$



$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2b = 10 \therefore ab = 5$

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$

$5b = 4a^2 + 4b^2, a^2 + b^2 = 14$

$(a+b)^2 = 14 + 10 = 24$

$\therefore a+b = 2\sqrt{6}$

$\overline{MH}^3 + \overline{NH}^3 = a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
 $= 48\sqrt{6} - 15 \times 2\sqrt{6}$
 $= 18\sqrt{6}$

13. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 4$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 교점의 x 좌표를 각각 a, b 라 하자. $f(a) + f(b) < 16$ 을 만족시키는 모든 정수 m 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

$x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 4 = 0$
 $x^2 - (2m+3)x + m^2 - 4 = 0$
 $D = 4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 + 16 > 0$
 $m > -\frac{25}{12}$
 $f(a) + f(b) = a + b = 2m + 3 < 16$
 $m < \frac{13}{2}$
 $\therefore -\frac{25}{12} < m < \frac{13}{2}$
 $-2 \leq m \leq 6 \Rightarrow 9 \text{ 개}$

14. 다음은 양수 a 와 다항식 $P(x) = x^4 - 4x^2 - a^4 + 4a^2$ 에 대하여 방정식 $P(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a 의 값의 범위를 구하는 과정이다.

다항식 $P(x)$ 를 인수분해하면

$$P(x) = (x+a)(x-a)\{x^2 - \boxed{\text{(가)}}\}$$

이고, $Q(x) = x^2 - \boxed{\text{(가)}}$ 라 하면

$$P(x) = (x+a)(x-a)Q(x) \text{이다.}$$

$a \neq 0$ 이므로 $a, -a$ 는 방정식 $P(x) = 0$ 의 서로 다른 두 실근이다.

방정식 $Q(x) = 0$ 이 중근을 갖는 경우에는 $\boxed{\text{(가)}} = 0$ 이므로 방정식 $P(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근 $-a, 0, a$ 를 갖는다.

따라서 방정식 $P(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 경우는 다음 두 가지이다.

(i) 방정식 $Q(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는 경우
 $Q(x) = 0$ 의 서로 다른 두 실근은 $a, -a$ 이므로
 $a = \boxed{\text{(나)}}\sqrt{2}$ $a^2 - (4 - a^2) = 0, a^2 = 2, a = \sqrt{2}$

(ii) 방정식 $Q(x) = 0$ 이 실근을 갖지 않는 경우
 $\boxed{\text{(가)}} < 0 \dots\dots (*)$ $(a+2)(a-2) > 0 \therefore a > 2$
 이므로 부등식 (*)의 해를 구하면 $a > \boxed{\text{(다)}} 2$ $a > 2$
 $(\because a > 0)$

(i), (ii)에 의하여 방정식 $P(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a 의 값의 범위는
 $a = \boxed{\text{(나)}}\sqrt{2}$ 또는 $a > \boxed{\text{(다)}} 2$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(a)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $f(p) \times q$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$(4-2) \times 2 = 4$

15. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} |x-6| \leq 3 \\ x^2 - (4a+1)x + 3a^2 + a \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 2일 때, 모든 정수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

$\begin{cases} 3 \leq x \leq 9 \\ (x-a)(x-3a-1) \leq 0 \end{cases}$

$3a+1 \geq a \Rightarrow a \geq -\frac{1}{2}$

i) $a \geq -\frac{1}{2}$ ii) $a < -\frac{1}{2}$

$a=8$ $3a+1=4 \Rightarrow a=1$

$1+8=9$

16. 다항식 $P(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지와 $x-3$ 으로 나눈 나머지의 합은 7이다.
 (나) $P(x)$ 를 x^2-5x+6 으로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)-R(2)=5$ 이다.

$R(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

$P(x) + P(3) = 7$

$P(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + a_1x + b$

$P(2) = 2a + b = R(2)$

$P(3) = 3a + b = R(3)$

$R(2) + R(3) = 5a + 2b = 7$

$R(1) - R(2) = -a = 5$

$\therefore a = -5$
 $b = 16$

$R(1) = a + b = 11$

17. 세 다항식 $2x^3 + 3x^2 + x + 1$, $3x^3 + 8x^2 + 3x$, $5x^3 + 12x^2 + 3x - 1$ 을 최고차항의 계수가 1인 이차다항식 $P(x)$ 로 나눈 나머지가 각각 $R(x)$, $2R(x)$, $3R(x)$ 이다.

(x)

$P(x)$ 로 나눈 나머지가 각각 $R(x)$, $2R(x)$, $3R(x)$ 이다.

$P(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$A(x) = P(x)Q_1(x) + R(x)$$

$$B(x) = P(x)Q_2(x) + 2R(x)$$

$$C(x) = P(x)Q_3(x) + 3R(x)$$

$$2A(x) - B(x) = 2x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x-2)(x-1)$$

$$= P(x) \times (\quad)$$

$$3A(x) - C(x) = 3x^3 - 3x^2 + 4 = (x-2)(x^2 - x - 2)$$

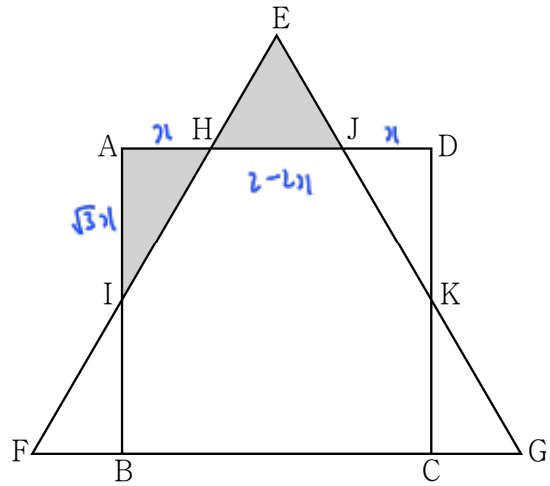
$$= P(x) \times (\quad)$$

$$\therefore P(x) = (x-2)(x+1)$$

$$P(3) = 4$$

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에서 선분 BC의 연장선 위에 $\overline{BF} = \overline{CG}$ 가 되도록 두 점 F, G를 잡는다. 선분 FG를 한 변으로 하고 점 E를 꼭짓점으로 갖는 정삼각형 EFG가 선분 AD와 두 점에서 만난다. 선분 EF가 선분 AD, 선분 AB와 만나는 점을 각각 H, I라 하고, 선분 EG가 선분 AD, 선분 CD와 만나는 점을 각각 J, K라 하자.

삼각형 EHI의 넓이와 삼각형 AIH의 넓이의 합의 최솟값은? (단, $\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1 < \overline{BF} < \frac{2\sqrt{3}}{3}$) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

$$\frac{1}{2} \cdot 가 \cdot \sqrt{3}가 + \frac{\sqrt{3}}{4} (2-2가)^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} 가^2 + \sqrt{3}(1-가+가^2)$$

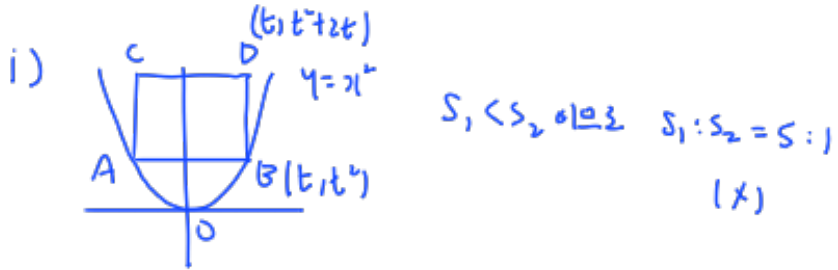
$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} 가^2 - 2\sqrt{3}가 + \sqrt{3}$$

$$가 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}\sqrt{3} - \frac{4}{3}\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

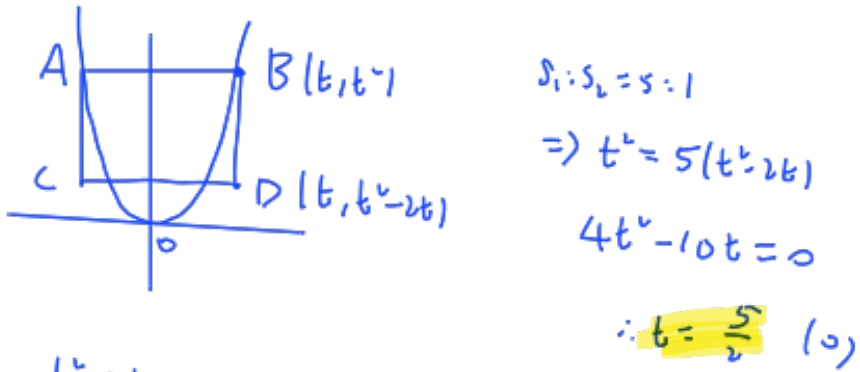
$$= \frac{\sqrt{3}}{3}$$

19. 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(-t, t^2)$, $B(t, t^2)$ ($t > 0, t \neq 2$)에 대하여 선분 AB를 한 변으로 하고 두 점 C, D를 꼭짓점으로 갖는 정사각형 ACDB가 있다. 삼각형 AOB의 넓이를 S_1 , 삼각형 COD의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 : S_2 = 5 : 1$ 을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합은? (단, 0는 원점이다.) [4점]

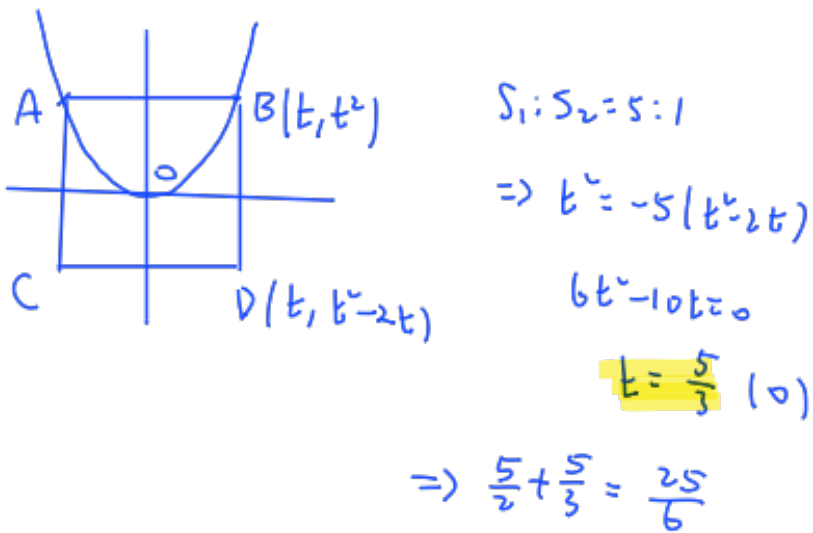
- ① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$



ii) $t^2 - 2t \geq 0 \quad t > 2$



iii) $t^2 - 2t < 0 \quad 0 < t < 2$

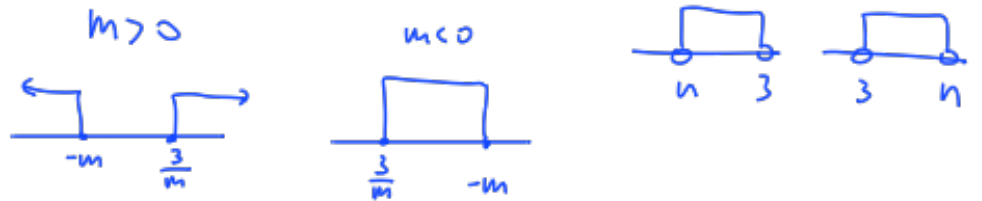


20. $1 \leq |m| \leq 5, 1 \leq n \leq 10$ 인 두 정수 m, n 에 대하여 x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} (mx-3)(x+m) \geq 0 & \frac{3}{m}, -m \\ (x-n)(x-3) < 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 1이 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [4점]

- ① 17 ② 20 ③ 23 ④ 26 ⑤ 29



m	n	m	n
1	5	-1	X
2	1,5	-2	1
3	1,5	-3	1
4	1,5	-4	1,5 ~ 10
5	1,5	-5	1,5

9, 11

11, 14

$9 + 11 = 20$

24. 이차함수 $y = x^2 + ax + 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 각각 α, β 라 하자. $(\alpha-1)(\beta-1) = 12$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= -a \\ \alpha\beta &= 5 \\ (\alpha-1)(\beta-1) &= \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 \\ &= 5 + a + 1 = 12 \\ \therefore a &= 6 \end{aligned}$$

25. 복소수 $z = 1 - i$ 에 대하여

$$\left(\frac{\bar{z}}{z}\right)^{2n} + \left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^{2n} = 0$$

을 만족시키는 10 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [3점]

$$\begin{aligned} z &= 1 - i \\ \bar{z} &= 1 + i \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} = 0$$

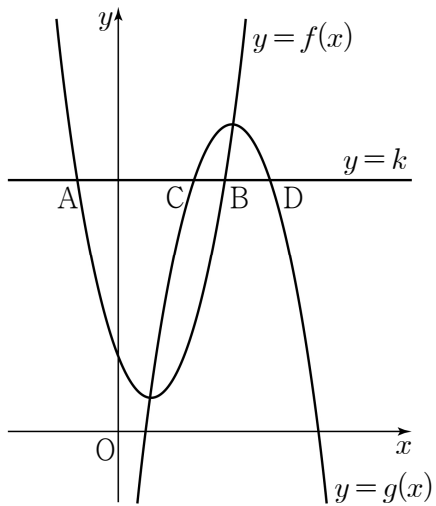
$$\begin{aligned} &(-1)^n + (-i)^n = 0 \\ \therefore n &= 2, 6, 10 \\ 2 + 6 + 10 &= 18 \end{aligned}$$

26. 다항식 $x^3 + (a+2)x^2 + (a^2 - 3a + 2)x + b$ 는 $f(x)$
 $(x+1)\{x^2 + (a+1)x + b\}$ 로 인수분해되고, 이차방정식
 $x^2 + (a+1)x + b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자. $\alpha^2 + \beta^2 = 24$ 일 때,
 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

$$\begin{aligned} f(-1) &= -1 + a + 2 - a^2 + 3a - 2 + b = 0 \\ b &= a^2 - 4a + 1 \\ \begin{cases} \alpha + \beta &= -a - 1 \\ \alpha\beta &= b = a^2 - 4a + 1 \end{cases} \\ \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ 24 &= a^2 + 2a + 1 - 2a^2 + 8a - 2 \\ a^2 - 10a + 25 &= 0 \\ (a-5)^2 &= 0 \quad \therefore a = 5 \\ & \quad \quad \quad b = 6 \end{cases} \quad a + b = 11 \end{aligned}$$

27. 그림과 같이 직선 $y=k$ 가 이차함수 $f(x)=x^2-2x+2$ 의 그래프와 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고, 직선 $y=k$ 가 이차함수 $g(x)=-x^2+8x-6$ 의 그래프와 서로 다른 두 점 C, D에서 만난다. $\overline{AB}=2\overline{CD}$ 를 만족시키는 실수 k 에 대하여 $10k$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < k < 10$) [4점]

82



$$(x-1)^2 + 1 = k, \quad x = 1 \pm \sqrt{k-1}, \quad \overline{AB} = 2\sqrt{k-1}$$

$$-(x-4)^2 + 10 = k, \quad x = 4 \pm \sqrt{10-k}, \quad \overline{CD} = 2\sqrt{10-k}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{CD}$$

$$2\sqrt{k-1} = 4\sqrt{10-k}$$

$$k-1 = 40-4k, \quad k = \frac{41}{5} \quad \therefore 10k = 82$$

28. 다항식 $A(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 일차다항식 $B(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $A(x) = (B(x))^4 - 2(B(x))^3 - (B(x))^2 + 2B(x)$
- (나) $A(1) = 24, A(2) = 0$

$A(x)$ 를 $x^2 - 7x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [4점]

143

$$B(B^3 - 2B^2 - B + 2) = B(B-2)(B^2-1)$$

$$\therefore A(x) = B(x)(B(x)-2)(B(x)+1)(B(x)-1), \quad B(x) = x-k$$

$$A(x) = (x-k)(x-k-2)(x-k+1)(x-k-1)$$

$$k \quad k+2 \quad k-1 \quad k+1$$

$$A(2) = 0$$

$$(A(1) = 24 \Rightarrow k-1 = 2, k = 3$$

$$A(x) = (x-3)(x-5)(x-2)(x-4)$$

$$= (x^2 - 7x + 12)(x^2 - 7x + 10), \quad x^2 - 7x = t$$

$$= (t+12)(t+10)$$

$$= t^2 + 22t + 120$$

$$= \underline{(t-1)(t+23)} + 143$$

$$x^2 - 7x - 1$$

29. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식 $A(x)$, $B(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $A(x)$ 를 $B(x)$ 로 나눈 몫은 $B(x)+x$ 이고 나머지는 $B(x)-x^2$ 이다.
- (나) $A(x)$ 는 $B(x)-x$ 로 나누어떨어진다.

$A(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

84

$$\begin{aligned}
 A(x) &= B(x)(B(x)+x) + B(x) - x^2 \\
 B(x) &= x^2 + ax + b \\
 &= (x^2 - x + x)(x^2 - x + 2x) + (x^2 - x + x) - x^2 \\
 &= (x^2 - x)(x^2 - x + 2x) + x - x^2 \\
 &= (x^2 - x)(x^2 + x) + 2x^2 + x - x^2 \\
 &\Rightarrow x^2 + x \text{ 는 } B(x) \text{ 로 나누어 떨어짐} \\
 \therefore x^2 + x &= B(x) - x \quad (\because B(x) = x^2 \sim) \\
 B(x) &= x^2 + 2x, \quad B(2) = 8 \\
 A(2) &= 8(8+2) + 8 - 4 = 84
 \end{aligned}$$

30. 두 함수 $f(x) = x^2 - 5x$, $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ 가 있다.

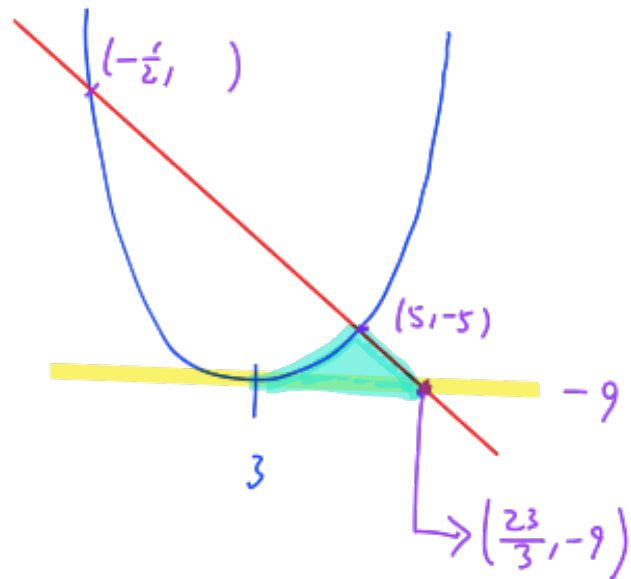
실수 a 에 대하여 직선 $y = x + k$ 가 $x < a$ 에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 서로 다른 점의 개수를 m , $x \geq a$ 에서 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 만나는 서로 다른 점의 개수를 n 이라 하자.

$m+n=3$ 인 실수 k 가 존재하도록 하는 모든 a 의 값의 범위는 $p < a < q$ 이다. $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 상수이다.) [4점]

23

$$\begin{cases}
 x < a & k = f(x) - x = x^2 - 6x \\
 x \geq a & k = g(x) - x = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 x^2 - 6x &= -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \\
 2x^2 - 9x - 5 &= 0 \\
 \begin{matrix} 2x & +1 \\ x & -5 \end{matrix} & \quad x = -\frac{1}{2}, 5
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 3 &< a < \frac{23}{3} \\
 p & \quad \quad \quad q \\
 p \times q &= 23
 \end{aligned}$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.