

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

한걸음 모두 내 기쁨이어라

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- 공통과목 1~8쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. $25^{\frac{1}{4}} \times \sqrt{5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 9x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^6 (3a_n - 1) = 12$ 일 때,

$\sum_{n=1}^6 a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x < 1) \\ x^2 - 2x + 3a & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) = \frac{1}{4}$ 일 때,

$\sin \theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{15}}{4}$

② $-\frac{\sqrt{15}}{8}$

③ 0

④ $\frac{\sqrt{15}}{8}$

⑤ $\frac{\sqrt{15}}{4}$

7. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = 2^{|x-1|} + a$ 의

최솟값이 5일 때, a 의 값은? [3점]

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

6. 함수 $f(x) = (x+2)(x^2+x+3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?

[3점]

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

8. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때,

$$F(1) - F(-1) = \int_{-1}^0 f(x) dx + 6$$

이다. $f(x) + f(-x) = 0$ 일 때, $\int_{-1}^1 |f(x)| dx$ 의 값은?

[3점]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

9. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$9(a_1 + a_2) = 3(a_2 + a_3) = a_3 + 18$$

을 만족시킬 때, a_6 의 값은? [4점]

- ① 144 ② 162 ③ 180 ④ 198 ⑤ 216

10. 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x (x-t)f(t)dt = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 3x^2$$

을 만족시킬 때, 함수 $\int_0^{f(x)+a} f(t)dt$ 의 최솟값이 0이

되도록 하는 양수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1 = -t^2 + 3t, \quad v_2 = t$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 점 P는 출발한 후 시각 $t=3$ 에서만 운동 방향을 바꾼다.
 ㄴ. 시각 $t=2$ 에서의 점 P의 가속도와 점 Q의 가속도의 합은 0이다.
 ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리와 점 Q가 움직인 거리는 같다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

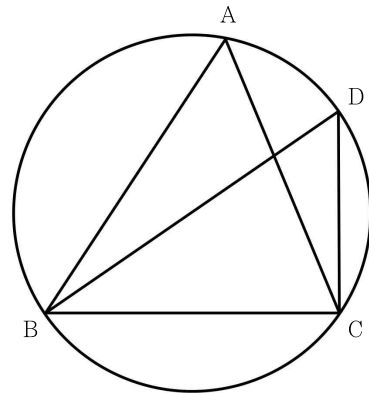
12. 그림과 같이 선분 BD를 지름으로 하는 원에 대하여 삼각형 ABC와 삼각형 DBC가 각각 원에 내접하고, 이는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \overline{BD} = 3, \quad \overline{AC} = \frac{5}{2}$$

$$(나) \quad \sqrt{3} \cos(\angle DBC) + \sin(\angle DBC) = 2$$

선분 AB의 길이는? [4점]

- ① $\frac{9+2\sqrt{33}}{8}$ ② $\frac{5+\sqrt{33}}{4}$ ③ $\frac{11+2\sqrt{33}}{8}$
 ④ $\frac{6+\sqrt{33}}{4}$ ⑤ $\frac{13+2\sqrt{33}}{8}$



13. 두 일차함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) - \lim_{x \rightarrow 0^-} h(x) = 8$
- (나) 함수 $h(x)h(x-k)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 k 의 값은 -1과 1뿐이다.

$f\left(\frac{1}{2}\right) + g\left(-\frac{3}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14. 두 실수 $a(a < 3)$, b 에 대하여 곡선 $y = 2^x$ 와

곡선 $y = \log_2(x-a) + b$ 가 있다. 곡선 $y = 2^x$ 와

직선 $y = \frac{7}{3}x + 1$ 이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자.

점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이

곡선 $y = \log_2(x-a) + b$ 과 만나는 점을 C라 하고,

점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이

곡선 $y = \log_2(x-a) + b$ 과 만나는 점을 D라 하자.

선분 AB와 선분 BC가 서로 수직이고

점 D의 y 좌표가 0일 때, $a + \left(\frac{1}{2}\right)^b$ 의 값은?

(단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.)

[4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

15. 음이 아닌 9 이하의 정수 n 에 대하여 구간 $(0, 10]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = -(x-n)(x-n-1) \quad (n < x \leq n+1)$$

가 있다. 구간 $(0, 10]$ 에서 연속인 함수 $g(x)$ 는 구간 $(n, n+1]$ 에서

$$\{g(x)\}^2 + 2\{f(x)\}^2 = 3f(x)g(x)$$

가 성립하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $g(x) = \frac{1}{4}$ 의 서로 다른 실근의 개수는 17이다.

(나) $\left| \lim_{x \rightarrow a^+} g'(x) + \lim_{x \rightarrow a^-} g'(x) \right| = 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 a 의 값은 3과 k ($k > 3$) 뿐이다.

$k \times \left\{ g\left(\frac{10}{3}\right) + g\left(\frac{13}{2}\right) \right\}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{26}{9}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{65}{18}$ ④ $\frac{143}{36}$ ⑤ $\frac{13}{3}$

단답형

16. 방정식 $2^{x+3} = 16^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 6x^2 + x, \quad f(0) = 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 첫째항이 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 165$ 를 만족시킬 때, a_{13} 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖는다.
(나) $f'(0), f'(1), f(2)$ 는 이 순서대로
공차가 1인 등차수열을 이룬다.

$f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 모든 항이 300 이하의 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \log_2 a_n & (\log_2 a_n \text{ 이 자연수인 경우}) \\ a_n + 3 & (\log_2 a_n \text{ 이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 11$ 일 때, 가능한 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 4이고 $f(0)=0$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 방정식

$$f(x) = t(t-3)^2$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하고, 방정식

$$|f(x)| = 27t(t-3)^2$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, 세 함수 $f(x)$, $g(t)$, $h(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(a) = f'(a) = 0$ 을 만족시키는 실수 a 가 적어도 하나 존재한다.
 (나) 함수 $g(t)$ 가 $t=\alpha$ 에서 불연속이 되도록 하는 실수 α 의 개수는 1이다.
 (다) 함수 $h(t)$ 가 $t=\beta$ 에서 불연속이 되도록 하는 실수 β 의 개수는 4이다.

가능한 모든 $f(1)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \tan(bx)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

두 실수 α, β 에 대하여 방정식

$$\{f(x) - \alpha\}\{f(x) - \beta\} = 0$$

의 서로 다른 실근 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하면

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 $\frac{1}{3}$ 이고 공차가 1인

등차수열을 이룬다.

$$\sum_{n=1}^{10} f(a_n) = \frac{15}{2} \text{ 일 때, 가능한 모든 } f\left(\frac{5}{3}\right) \text{ 의 값의}$$

합은 $-\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.