

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(4^{\log_5 9} \times 2^{2\log_5 3})^{\log_5 25}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

2. 함수 $f(x) = ax^2 + 3x + 5$ 에 대하여 $f'(3) = 15$ 일 때,
 $f(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

3. $\theta \left(\frac{1}{2}\pi < \theta < \pi \right)$ 에 대하여 $\cos\theta + \sin\theta = \frac{1}{6}$ 을 만족시킬 때,
 $\cos^2\theta \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{29}{72}$ ② $-\frac{4}{9}$ ③ $-\frac{35}{72}$ ④ $-\frac{19}{36}$ ⑤ $-\frac{41}{72}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & (x \leq a) \\ x^3 + 1 & (x > a) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(3a-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

5. 양수 t 에 대하여 $y = 2^x + t^2 + 9t$ 와 $y = 4^x + 24$ 의 교점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자. $f(k^2 + 3k - 1) = 2$ 일 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

6. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} ka_{k+1} = 37$ 이고, $\sum_{k=1}^{11} (k+1)a_k = 63$ 일 때, $\sum_{k=1}^{11} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 13 ③ 17 ④ 21 ⑤ 25

7. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_{a-x}^{a+x} f(t) dt = 0$ 을 모든 실수 x 에 대하여 만족시키는 a ($a < 4$)가 존재한다.

$f(a-2) = f(a) = f(4)$ 일 때, $\frac{f(-1)}{f(3)}$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

8. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{f(x)}{|x|} = \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{f(x)}{|x|} = k, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{xf'(x) - x^3} = \frac{3}{8}$$

이 성립한다.

$f(1)=9$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

9. θ ($0 < \theta < 2\pi$)에 대하여 방정식 $\sin\theta = t^2 - 4t + 4$ 를 만족시키는 θ 가 한 개뿐이도록 하는 서로 다른 실수 t 의 값의 곱은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 6 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{21}{2}$

10. 최솟값이 존재하는 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 원점 O 에서

$y=f(x)$ 에 그은 두 접선이 $y=f(x)$ 와 만나는 두 점 $A(3, 9)$, $B(-3, 1)$ 가 있다. 원점 O 와 점 A , B 를 지나는 원의 넓이를 S_1 ,

삼각형 ABO 의 넓이를 S_2 라 할 때, $\frac{S_1}{f(S_2)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{21}{17}\pi$ ② π ③ $\frac{13}{17}\pi$ ④ $\frac{9}{17}\pi$ ⑤ $\frac{5}{17}\pi$

11. 상수 k 와 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad a_{n+1}^2 - \frac{10}{3}a_n a_{n+1} + a_n^2 = 0$$

$$(나) \quad a_{4n-3} = k$$

$a_6 = 4$ 일 때, 가능한 a_2 의 합을 α 라 하자. 9α 의 값은? [4점]

- ① 364 ② 370 ③ 376 ④ 380 ⑤ 386

12. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \sin(ax) \text{에 대하여 열린구간 } \left(0, \frac{3}{a}\right) \text{에서 } y = f(x) \text{와}$$

$y = g(x)$ 의 교점이 4개이고, 그 교점의 y 좌표를 각각 $y_1, y_2, y_3,$

y_4 라 하자. $y_1 = y_2 = 1, y_3 = y_4 = \frac{1}{2}, f(2) = f(3)$ 일 때,

$f\left(\frac{25}{6}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8}{27}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

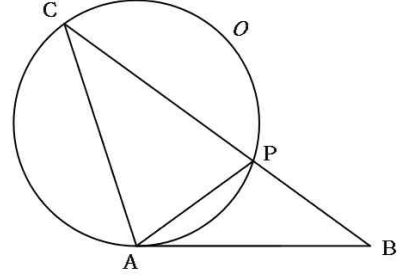
13. 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가 $|v(t)| = |v(t+1)|$ 를 만족시킨다. t ($0 \leq t \leq 1$)에서 $|v(t)| = |at(t-1)|$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

- ㄱ. $t=0$ 부터 $t=3$ 까지 점 P의 이동거리가 2일 때 $|a|=4$ 이다.
 ㄴ. $t=4$ 에서 점 P의 위치가 0일 때 닫힌구간 $[0,4]$ 에서 방정식 $v(t) = \frac{1}{4}a$ 의 실근의 개수는 2이다.
 ㄷ. $|a|=6$ 이고, $t > 0$ 에서 점 P가 원점을 지나지 않을 때 $t=3$ 에서 점 P의 위치는 3 또는 -3 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이 원 O 위의 점 A에서 원과 접하는 선분 AB가 있고, 점 C를 직선 BC가 점 C와 점 P에서 원 O와 만나도록 원 위에 잡는다. $\overline{AC} = \overline{CP}$, $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{AP} = 3\sqrt{2}$ 일 때, 원 O의 넓이를 $p\pi + q\sqrt{5}\pi$ 라 하자. $5(p+q)$ 의 값은? [4점]



- ① 43 ② 54 ③ 65 ④ 76 ⑤ 87

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ af(x-b)+c & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, 0)$ 에서만 극값을 갖고, $g(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차의 최대는 $\frac{92}{3}$ 이다.

(나) 구간 $(-\infty, t]$ 에서의 임의의 실수 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)에 대하여 $\frac{g(x_2)-g(x_1)}{x_2-x_1} = g'(\alpha)$ 인 모든 실수 α 의 개수의 최댓값을 $M(t)$, 최솟값을 $m(t)$ 라 할 때 $M(t)$ 는 $t=-6$ 에서, $m(t)$ 는 $t=2$ 에서 불연속이다.

$f'(-4) = f(-4) = 0$ 일 때, $g(2)$ 의 값은?

(단, a, b, c 는 상수이고, $a > 0, b > 0$ 이다.) [4점]

- ① 20 ② $\frac{61}{3}$ ③ $\frac{62}{3}$ ④ 21 ⑤ $\frac{64}{3}$

단답형

16. 방정식 $8^x - 16 = 2^{x+4} - 4^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\left(\int_{-1}^x f(t) dt \right) \times \left(\int_3^x f(t) dt \right) \geq 0, \quad f(1-x) = -f(1+x)$$

을 만족시킬 때, $-a+b+c$ 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 모든 자연수 n 에 대하여 $\log_2\left(\frac{10}{n^2-12n+37}\right)$ 의 n 제곱근 중 0이 아닌 실근의 개수가 2가 되도록 하는 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 13x + a$ 에 대하여 $y = f(x) + k$ 가 서로 다른 두 음수인 근과 양수인 근 한 개를 갖도록 하는 양수 k 의 범위가 $0 < k < 12$ 일 때, $f\left(\frac{1}{6}a\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 상수 a ($a > 0$), b ($b > 0$)와 함수

$$f(x) = \begin{cases} -|2^{bx+3} - 4| & (x < k) \\ 2^{ax-1} - 1 & (x \geq k) \end{cases}$$

를 만족시킨다. 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, $g(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 불연속인 α 의 개수를 $h(k)$ 라 하자. $h(k)$ 가 $k = k_1$, $k = -2$, $k = k_2$, $k = 0$, $k = 1$ 에서 불연속일 때, $2^{\frac{1}{2}k_1} + 2^{\frac{1}{2}k_2} = \sqrt{p} - \sqrt{q}$ 이다. $p - q$ 의 값을 구하시오. (단, p , q 는 자연수이고, $k_1 < -2 < k_2 < 0$ 이다.) [4점]

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 집합 A, B가 다음과 같다.

$$A = \{x \mid \cos^2 x = 1 - \sin x, k\pi \leq x \leq (k+2)\pi\}$$

$$B = \{x \mid f(x) = 0 \text{ 또는 } f(x) = 1\}$$

A=B이도록 하는 k 의 값이 α ($0 < \alpha < 3$)로 유일하고, 방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때, $f(5\pi)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

22. 모든 항이 0이 아닌 정수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, a_1 의 값의 합을 구하시오.
(단, k 는 상수이고, $a_n \neq a_{n+1}$ 이다.) [4점]

(가) $a_{2n+1} - a_{2n-1} = k^2 + 6k, a_{2n+2} - a_{2n} = k + 10$

(나) $(a_n + a_{n+1} - 11)(a_n + a_{n+1} - 16) = 0$

(다) $a_n a_{n+1} > 0$ 인 자연수 n 의 최솟값은 7이고 최댓값은 11이다.