2027 미상 엔제

기하 영역

미상

저자 소개

오르비 미 상 (1383131)

디시인사이드 고정닉 미상

아이돌마스터 갤러리와 일본 마작 갤러리에서 주로 활동하고 있습니다.

제 2 교시

수학 영역(기하)

1. 좌표평면 위에 서로 다른 두 정점 P, Q와 쌍곡선 $y=\dfrac{1}{x}$ 위의 동점 R, 좌표평면 위의 동점 S가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\frac{|\overrightarrow{PS}|^2+|\overrightarrow{QS}|^2+2|\overrightarrow{PS}||\overrightarrow{QS}|}{|\overrightarrow{PR}|^2+|\overrightarrow{QR}|^2-2|\overrightarrow{PR}||\overrightarrow{QR}|}\times(|\overrightarrow{PR}|^2+|\overrightarrow{QR}|^2-2\overrightarrow{PR}\cdot\overrightarrow{QR})=40$$

$|\overrightarrow{PS}|\times|\overrightarrow{QS}|$의 최솟값을 구하시오. [4점] [★☆☆]

2. 점 O를 중심으로 하고 반지름이 4인 원 위를 움직이는 점 P와 길이가 2인 선분 OA에 대하여, 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot (2\overrightarrow{\mathrm{AQ}} - \overrightarrow{\mathrm{AP}}) = 0$
(나) $\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = k\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ (k는 실수)

삼각형 OAQ의 넓이의 최댓값을 a라 할 때, a^2의 값을 구하시오. [4점] [★★☆]

3. 좌표평면 위에 점 O, A_1, A_2. A_3. A_4가 있다. 선분 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2$의 중점 M과 선분 $\mathrm{A}_3\mathrm{A}_4$의 중점 N이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}_n}| = 1 \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$
>
> (나) $\overrightarrow{\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2} \cdot \overrightarrow{\mathrm{A}_3\mathrm{A}_4} = 4\overrightarrow{\mathrm{OM}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{ON}}$
>
> (다) $|\overrightarrow{\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2}| = 2|\overrightarrow{\mathrm{A}_3\mathrm{A}_4}|$

선분 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2$와 선분 $\mathrm{A}_3\mathrm{A}_4$가 만나지 않을 때, $\overrightarrow{\mathrm{OM}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{ON}}$의 최댓값을 a라 하자. $20a$의 값을 구하시오. [4점] [★★☆]

4. 좌표평면에 두 벡터 $\vec{a}=(3,\,p)$, $\vec{b}=\left(s,\,\frac{1}{4}s+\frac{5}{4}\right)$ 가 있다.

실수 t에 대한 함수 $f(t)$를

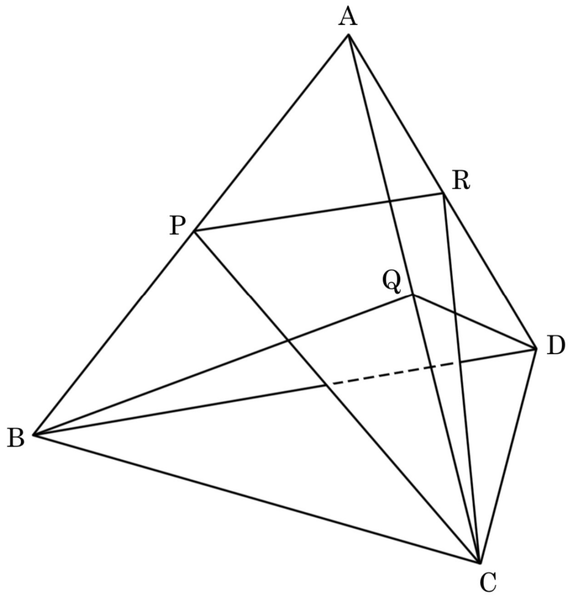
$$f(t)=|t\vec{a}+(1-t)\vec{b}|$$

라 하자. 방정식

$$f(t)-k=0$$

이 실근을 갖도록 하는 실수 k의 최솟값을 $g(s)$라 할 때, 함수 $g(s)$의 최댓값은 5이다. $g(s)$가 최대가 될 때 $p\times|\vec{b}|^2$의 값을 구하시오. (단, $p>0$) [4점] [★★★]

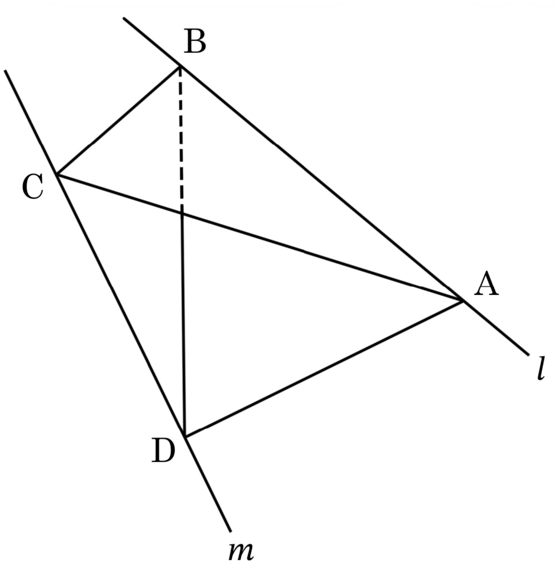
5. 그림과 같이 좌표공간에 정사면체 ABCD가 있다. 선분 AB, AC, AD의 중점을 각각 P, Q, R이라 할 때, 평면 BDQ와 평면 CPR이 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $88\cos^2\theta$의 값을 구하시오. [4점] [★☆☆]



6. 좌표공간에서 직선 l 위의 점 A, B, 직선 m 위의 점 C, D가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 직선 BC는 직선 l, m과 모두 수직이다.
> (나) 직선 AD는 직선 m과 수직이다.
> (다) $\overline{\mathrm{AC}} = 10$, $\overline{\mathrm{BD}} = 8$
> (라) 직선 AC와 직선 BD가 이루는 예각을 θ라 할 때, $\cos\theta = \dfrac{2}{5}$이다.

삼각형 ACD의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이가 $\dfrac{q}{p}\sqrt{21}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, $\overline{\mathrm{BC}} < \overline{\mathrm{CD}}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] [★★☆]



7. 좌표공간에 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 OABC가 있다. 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 구 위의 점 P, Q에 대하여, 선분 PQ의 중점 M이 다음 조건을 만족시킨다.

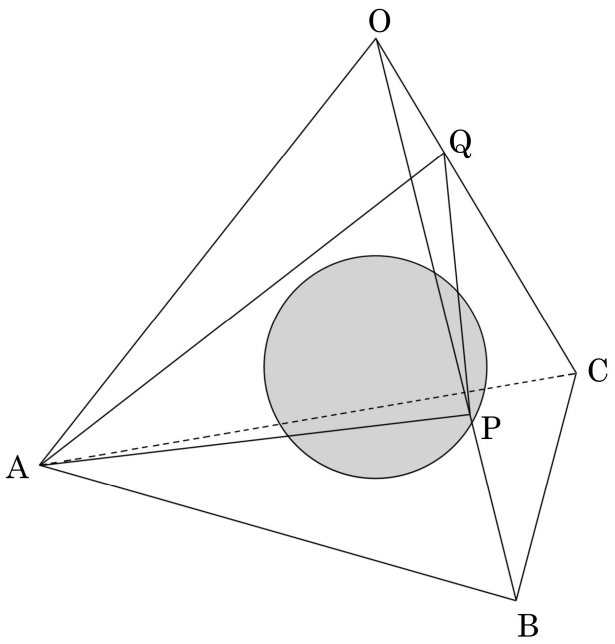
> (가) $\angle \mathrm{PAQ} = \angle \mathrm{MAB} = \dfrac{\pi}{2}$
>
> (나) 직선 PQ와 직선 OC가 평행하다.

삼각형 BPQ의 넓이를 k라 할 때, k^2의 값을 구하시오.

[4점] [★★☆]

8. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12인 정사면체 OABC와 이에 내접하는 구가 있다. 선분 OB, CO를 $2:1$로 내분하는 점을 각각 P, Q라 할 때, 평면 APQ에 의해 잘린 구의 단면의 평면 OBC 위로의 정사영의 넓이는 S이다. $\frac{250}{\pi}\times S$의 값을 구하시오.

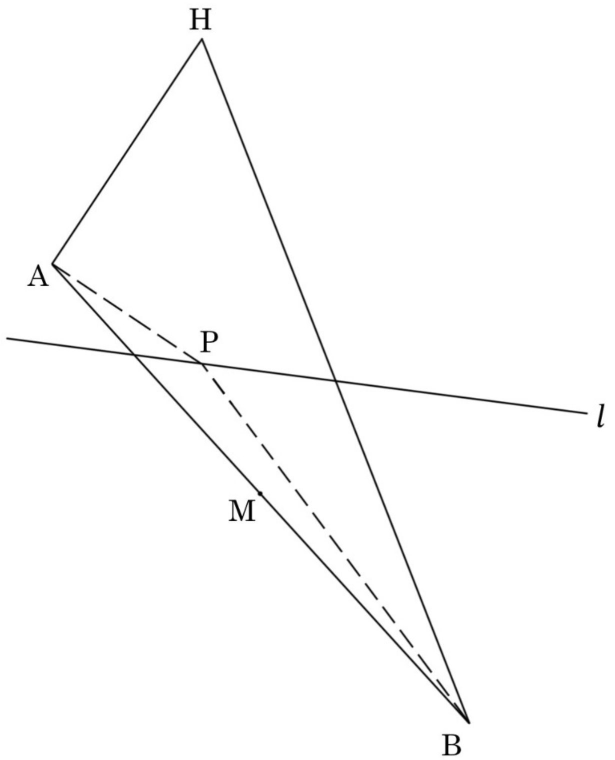
[4점] [★★★]



9. 좌표공간에 직선 l과 길이가 $2\sqrt{6}$인 선분 AB가 있다. 선분 AB의 중점 M에 대하여, 직선 l을 포함하고 점 M과 B를 지나는 평면을 각각 α와 β라 하자. 직선 l 위의 점 P를 삼각형 PAB가 이등변삼각형이 되도록 잡을 때, 점 A, B, P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 A와 B의 평면 α까지의 거리가 2로 같다.
(나) 점 B의 평면 α 위로의 정사영이 직선 l 위에 존재한다.
(다) $\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}} = 2\sqrt{2}$

점 A에서 평면 β에 내린 정사영을 점 H라 할 때, 평면 HAB와 평면 PAB가 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $40\cos^2\theta$의 값을 구하시오. [4점] [★★★]



10. 좌표공간에서 서로 다른 세 점 A, B, C와 서로 수직인 두 평면 α, β가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) α와 β의 교선이 평면 ABC와 이루는 예각의 크기와 직선 AB와 직선 AC가 이루는 예각의 크기가 같다.
(나) 삼각형 ABC의 α, β 위로의 정사영의 넓이의 제곱의 합이 4이다.

$\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AC}}$의 값이 최소가 될 때 $\overline{\mathrm{BC}}=k$ 라 하자. 모든 k^2의 값의 합을 구하시오. [4점] [★★★]

※ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.