제 2 교시

# 수학 영역 (미적분)

23. [2026년 6월 (미적분) 23번]

$\lim_{n \to \infty} \frac{4 \times 5^n - 2^{n+1}}{5^n + 2^n}$의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\lim_{n \to \infty} \frac{4 \times 5^n - 2^{n+1}}{5^n + 2^n} = \lim_{n \to \infty} \frac{4 - 2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 + \left(\frac{2}{5}\right)^n} = 4$$

24. [2026년 6월 (미적분) 24번]

곡선 $2x + \sqrt{y} = xy$ 위의 점 $(-1, 1)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $-\frac{1}{3}$　② $-\frac{1}{2}$　③ $-\frac{2}{3}$　④ $-\frac{5}{6}$　⑤ $-1$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

양변을 $x$에 대하여 미분하면

$$2 + \frac{1}{2\sqrt{y}} \times \frac{dy}{dx} = y + x\frac{dy}{dx}$$

$x = -1,\ y = 1$을 대입하면

$$2 + \frac{1}{2} \times \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{dy}{dx}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{2}{3}$$

25. [2026년 6월 (미적분) 25번]

공차가 3인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항이 각각 4, 7일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n b_n}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{24}$　② $\frac{1}{12}$　③ $\frac{1}{8}$　④ $\frac{1}{6}$　⑤ $\frac{5}{24}$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 일반항은

$a_n = 4 + (n-1) \times 3 = 3n + 1$

$b_n = 7 + (n-1) \times 3 = 3n + 4$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n b_n}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3n+1} - \frac{1}{3n+4}\right)$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{1}{3}\left\{\left(\frac{1}{4} - \cancel{\frac{1}{7}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{7}} - \cancel{\frac{1}{10}}\right) + \cdots + \left(\cancel{\frac{1}{3n+1}} - \frac{1}{3n+4}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{3} \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3n+4}\right) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{4} - 0\right)$$

$$= \frac{1}{12}$$

제 2 교시

# 수학 영역 (미적분)

26. [2026년 6월 (미적분) 26번]

곡선 $y=\sin x\ (0<x<\pi)$와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$이 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 곡선 $y=\sin x$ 위의 점 A에서의 접선과 곡선 $y=\sin x$ 위의 점 B에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 $\theta$라 할 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

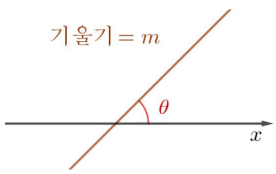
① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

## Analysis

**기울기와 tan의 관계**

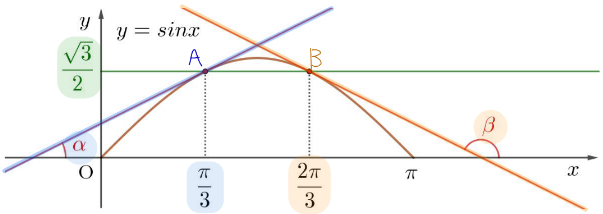
기울기가 $m$인 직선이 $x$축의 양의 방향과 이루는 각이 $\theta$라고 할 때

$$m=\tan\theta$$




수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}\ \Leftrightarrow\ x=\frac{\pi}{3}$ or $x=\frac{2}{3}\pi$




$f(x)=\sin x$라고 하면

$f'(x)=\cos x$

$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}=\tan\alpha$

$f'\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\cos\frac{2}{3}\pi=-\frac{1}{2}=\tan\beta$

$$\tan(\beta-\alpha)=\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}}{1+\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}}=-\frac{4}{3}$$

$\tan(\beta-\alpha)<0$이므로 $\beta-\alpha$는 둔각

$\therefore\ \theta=\pi-(\beta-\alpha)$

$\therefore\ \tan\theta=\tan(\pi-(\beta-\alpha))=-\tan(\beta-\alpha)=\frac{4}{3}$

27. [2026년 6월 (미적분) 27번]

좌표평면 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t\left(\frac{\pi}{2}<t<\frac{3\pi}{2}\right)$일 때 점 P의 위치 $(x, y)$가

$$x=at+\tan t,\ y=1+\sec t$$

이다. 점 P의 시각 $t=\frac{3\pi}{4}$에서의 속력이 $t=\pi$에서의 속력과 같을 때, 실수 $a$의 값은? [3점]

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

점 P의 시각 $t$에서의 속도는

$\left(\frac{dx}{dt},\ \frac{dy}{dt}\right)=\left(a+\sec^2 t,\ \frac{\sin x}{\cos^2 x}\right)$

$t=\frac{3\pi}{4}$에서의 점 P의 속도는 $(a+2,\ \sqrt{2})$

속력은 $\sqrt{(a+2)^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{a^2+4a+6}$

$t=\pi$에서의 점 P의 속도는 $(a+1,\ 0)$

속력은 $\sqrt{(a+1)^2+0^2}=\sqrt{a^2+2a+1}$

$\therefore\ \sqrt{a^2+4a+6}=\sqrt{a^2+2a+1}$

$\Leftrightarrow\ a^2+4a+6=a^2+2a+1$

$\Leftrightarrow\ 2a=-5$

$\therefore\ a=-\frac{5}{2}$

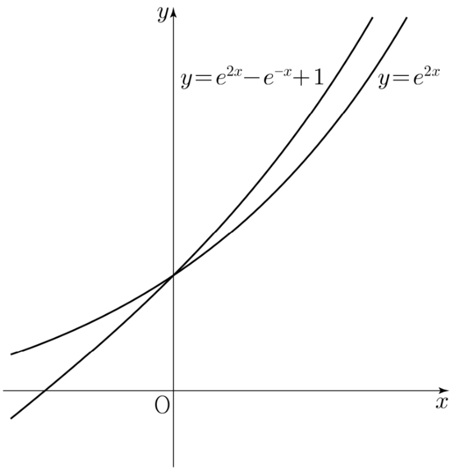
제 2 교시

# 수학 영역 (미적분)

28. [2026년 6월 (미적분) 28번]

좌표평면에서 양수 $t$에 대하여 직선 $y=t$가 두 곡선 $y=e^{2x}-e^{-x}+1$, $y=e^{2x}$과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P를 지나고 $x$축에 수직인 직선이 곡선 $y=e^{2x}$과 만나는 점의 $y$좌표를 $f(t)$, 점 Q를 지나고 $x$축에 수직인 직선이 곡선 $y=e^{2x}-e^{-x}+1$과 만나는 점의 $y$좌표를 $g(t)$라 할 때, 두 함수 $f(t)$, $g(t)$는 구간 $(0, \infty)$에서 미분가능한 함수이다. $\lim\limits_{t \to 1} \dfrac{9f'(t)-4g'(t)}{t-1}$의 값은? [4점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9




수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

문제에서 구하는 것은

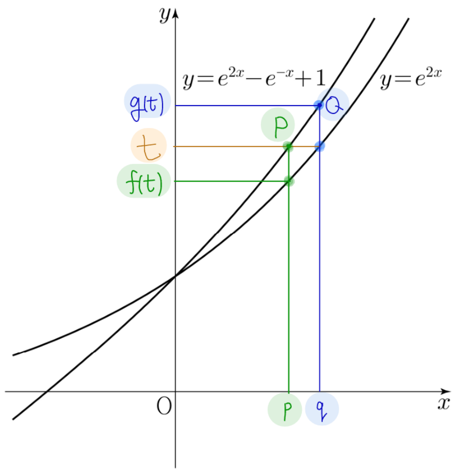
$$\lim_{t \to 1} \frac{9f'(t)-4g'(t)}{t-1} = 9f''(1)-4g''(1)$$

(Step1) f(t), g(t) 식 세우기

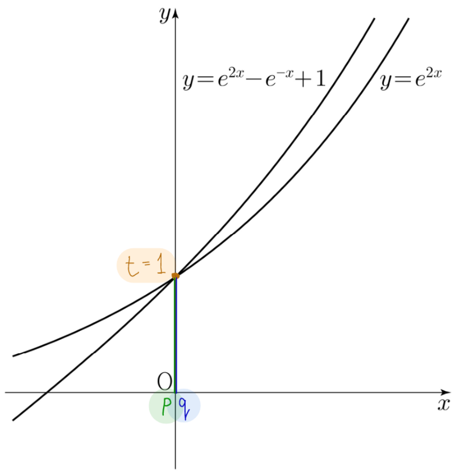
점 P의 $x$좌표를 $p$, 점 Q의 $x$좌표를 $q$라고 하자.

$t=e^{2p}-e^{-p}+1$ 이고 $t=e^{2q}$

$f(t)=e^{2p}$ 이고 $g(t)=e^{2q}-e^{-q}+1$




t=1일 때 p=0, q=0라는 걸 계산해봐서 구할 수도 있지만 그래프만 봐도 바로 알 수 있다.



제 2 교시

# 수학 영역 (미적분)

(Step2) $f''(1)$ 구하기

$f'(t)=2e^{2p}\times\frac{dp}{dt}$ (∵ 합성함수 미분)

$f''(t)=4e^{2p}\frac{dp}{dt}\times\frac{dp}{dt}+2e^{2p}\times\frac{d^2p}{dt^2}$ (∵ 곱의 미분)

$\frac{dp}{dt}$, $\frac{d^2p}{dt^2}$를 구하려면 $p$와 $t$의 관계식인

$t=e^{2p}-e^{-p}+1$을 $t$에 대하여 미분하면 된다.

$1=(2e^{2p}+e^{-p})\frac{dp}{dt}$ (∵ 합성함수 미분)

$\frac{dp}{dt}=\frac{1}{2e^{2p}+e^{-p}}$

이를 t에 대하여 미분하면

$\frac{d^2p}{dt^2}=\frac{-(4e^{2p}-e^{-p})}{(2e^{2p}+e^{-p})^2}\times\frac{dp}{dt}$

t=1일 때 p=0이므로

$\frac{dp}{dt}=\frac{1}{2e^{2p}+e^{-p}}=\frac{1}{3}$

$\frac{d^2p}{dt^2}=\frac{-(4e^{2p}-e^{-p})}{(2e^{2p}+e^{-p})^2}\times\frac{dp}{dt}=\frac{-3}{3^2}\times\frac{1}{3}=-\frac{1}{9}$

∴ $f''(1)=4\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+2\left(-\frac{1}{9}\right)=\frac{2}{9}$

(Step3) $g''(1)$ 구하기

$g'(t)=(2e^{2q}+e^{-q})\times\frac{dq}{dt}$

$g''(t)=(4e^{2q}-e^{-q})\frac{dq}{dt}\times\frac{dq}{dt}+(2e^{2q}+e^{-q})\times\frac{d^2q}{dt^2}$

$\frac{dq}{dt}$, $\frac{d^2q}{dt^2}$를 구하려면 $q$와 $t$의 관계식인

$t=e^{2q}$을 $t$에 대하여 미분하면 된다.

$1=2e^{2q}\frac{dq}{dt}$

$\frac{dq}{dt}=\frac{1}{2}e^{-2q}$

이를 t에 대하여 미분하면

$\frac{d^2q}{dt^2}=\frac{1}{2}(-2e^{-2q})\frac{dq}{dt}$

t=1일 때 q=0이므로

$\frac{dq}{dt}=\frac{1}{2}e^{-2q}=\frac{1}{2}$

$\frac{d^2q}{dt^2}=\frac{1}{2}(-2e^{-2q})\frac{dq}{dt}=\frac{1}{2}(-2)\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$

∴ $g''(1)=3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+3\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{4}$

∴ $\lim_{t\to1}\frac{9f'(t)-4g'(t)}{t-1}$

$=9f''(1)-4g''(1)$

$=9\cdot\frac{2}{9}-4\left(-\frac{3}{4}\right)=5$

제 2 교시

# 수학 영역 (미적분)

29. [2026년 6월 (미적분) 29번]
모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 모든 항이 양수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_1 = b_1$, $a_4 = b_2$
> (나) 어떤 자연수 $k$에 대하여 $a_k = b_3$이다.

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 수렴할 때, $\left| \sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cos(a_n \pi)) \right|$의 최솟값을 $m$이라 하자. $10 \times m$의 값을 구하시오. [4점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

54

(step1) 답의 조건 추론하기

$\left| \sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cos(a_n \pi)) \right|$가 최소이려면 어떤 조건을 만족해야 할까?

$a_n$은 정수이므로 $\cos(a_n\pi) = +1$ or $-1$

$a_n$이 ±짝수이면 $\cos(a_n\pi) = +1$

$a_n$이 ±홀수이면 $\cos(a_n\pi) = -1$

$\cos(a_n\pi)$이 +1, −1 중 하나만 계속 나오는 것보다는 +1, −1 번갈아 모두 나와야 $b_n\cos(a_n\pi)$의 값이 서로 상쇄되면서

$\left| \sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cos(a_n \pi)) \right|$가 작은 값이 나오기 좋다.

∴ $\{a_n\}$은 짝수, 홀수 모두 나오는 것이 유리하다.

또한 $\cos(a_n\pi) = +1$ or $-1$이므로 $b_n\cos(a_n\pi)$도 등비수열이 된다.

∴ 첫째항이 작을수록

$\left| \sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cos(a_n \pi)) \right|$가 작은 값이 나오기 좋다.

Analysis

**자연수 정수 조건**

문제에서 자연수(정수) 조건이 제시될 때
→ 케이스 나열
→ 소거법
→ 약수배수 관계, 부등식 활용

(step2) 조건 (가), (나) 활용하기

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 $a$ 공차를 $d$,
등비수열 $\{b_n\}$의 공비를 $r$이라 하자.

$\{b_n\}$의 모든 항이 양수이고 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$가 수렴하므로

$0 < r < 1$

$r = \frac{b_2}{b_1} = \frac{a_4}{a_1} = \frac{a+3d}{a} = 1 + \frac{3d}{a}$

등비중항 개념에 의해

$(b_2)^2 = b_1 \times b_3$

⇔ $(a_4)^2 = a_1 \times a_k$

⇔ $(a+3d)^2 = a \times \{a + (k-1)d\}$

⇔ $a^2 + 6ad + 9d^2 = a^2 + (k-1)ad$

⇔ $9d = (k-7)a$

⇔ $\frac{3d}{a} = \frac{k-7}{3}$

⇔ $1 + \frac{3d}{a} = 1 + \frac{k-7}{3} = r$

∴ $0 < r < 1$

⇔ $0 < 1 + \frac{k-7}{3} < 1$

⇔ $4 < k < 7$

∴ $k = 5$ or $k = 6$ (∵ $k$는 자연수)

제 2 교시

# 수학 영역 (미적분)

ⅰ) $k=5$인 경우

$r=1+\dfrac{k-7}{3}=\dfrac{1}{3}$

$9d=(k-7)a=-2a$

$\therefore\ d=-\dfrac{2a}{9}$

$\therefore$ 등차수열 $\{a_n\}$은 아래와 같다.

$a,\ \dfrac{7a}{9},\ \dfrac{5a}{9},\ \dfrac{3a}{9},\ \dfrac{a}{9},\ \cdots$

모든 항이 정수이어야하므로 a는 9의 배수

ex) a=9일 때 : 9, 7, 5, 3, 1, ⋯

ex) a=18일 때 : 18, 14, 10, 6, 2, ⋯

ex) a=27일 때 : 27, 21, 15, 9, 3, ⋯

이때 모든 항이 홀수이거나

모든 항이 짝수만 나온다.

$\therefore\ \cos(a_n\pi)$은 항상 +1 이거나 항상 -1이다.

$$\left|\sum_{n=1}^{\infty}(b_n\cos(a_n\pi))\right|=\left|\sum_{n=1}^{\infty}b_n\right|=\sum_{n=1}^{\infty}b_n$$

$$=\frac{a}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}a$$

$k=5$일 때 최솟값은 a=9일 때이다.

$\therefore\ \dfrac{3}{2}a=\dfrac{27}{2}$

ⅱ) $k=6$인 경우

$r=1+\dfrac{k-7}{3}=\dfrac{2}{3}$

$9d=(k-7)a=-a$

$\therefore\ d=-\dfrac{a}{9}$

$\therefore$ 등차수열 $\{a_n\}$은 아래와 같다.

$a,\ \dfrac{8a}{9},\ \dfrac{7a}{9},\ \dfrac{6a}{9},\ \dfrac{5a}{9},\ \dfrac{4a}{9},\ \cdots$

모든 항이 정수이어야하므로 a는 9의 배수

ex) a=9일 때 : 9, 8, 7, 6, 5, 4, ⋯

ex) a=18일 때 : 18, 16, 14, 12, 10, 8 ⋯

ex) a=27일 때 : 27, 24, 21, 18, 15, 12, ⋯

a=9일 때

홀짝이 번갈아 나타나면서도

첫째항의 값이 제일 작다.

$\therefore$ 최솟값은 a=9일 때이다.

$\{\cos(a_n\pi)\}=-1,\ +1,\ -1,\ +1,\ \cdots$

이므로

$\{b_n\cos(a_n\pi)\}$의 첫째항은 $-9$ 공비는 $-\dfrac{2}{3}$

$$\left|\sum_{n=1}^{\infty}(b_n\cos(a_n\pi))\right|=\left|\frac{-9}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}\right|=\frac{27}{5}$$

$\therefore\ m=\dfrac{27}{5}$

$\therefore\ 10\times m=10\times\dfrac{27}{5}=54$

# 제 2 교시 수학 영역 (미적분)

30. [2026년 6월 (미적분) 30번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\sqrt[3]{x(f(x))^2}$$

이다. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $x=\frac{19}{7}$와 $x=3$에서 극값을 가질 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

## Analysis

자연수 $n$에 대하여

함수 $h(x)=\sqrt[3]{(x-a)^n}$ 의

$x=a$에서의 미분가능성 분석

$h(x)=(x-a)^{\frac{n}{3}}$

$h'(x)=\frac{n}{3}(x-a)^{\frac{n}{3}-1}=\frac{n}{3}(x-a)^{\frac{n-3}{3}}$

i ) $n\geq 3$인 경우

$h'(a)=0$으로 $x=a$에서 미분가능

ii ) $n<3$인 경우

$h'(x)=\frac{n}{3}\cdot\frac{1}{(x-a)^{\frac{3-n}{3}}}$ 이므로

$x=a$에서 미분불가능

수능수학 Big Data Analyst 김지석

수능한권 Prism 해설

20

(Step1) 미분가능성을 통해 f(x) 식 파악하기

$g(x)=\sqrt[3]{x(f(x))^2}$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하려면

$x(f(x))^2$의 0이 나올 수 있는 인수는 차수가 3이상이어야 한다.

→ $f(x)$에 인수 $x$가 있어야 한다.

→ $f(x)=x(x^2+ax+b)$꼴이다.

i ) $x^2+ax+b=0$이 실근을 가질 경우

$x(f(x))^2$의 0이 나올 수 있는 인수는 차수가 3이상이어야 한다.

→ $f(x)=x(x-\alpha)^2$ 꼴이다.

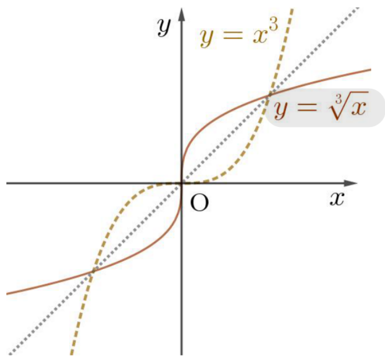
$\therefore\ x(f(x))^2=x^3(x-\alpha)^4$

ii ) $x^2+ax+b=0$이 실근을 갖지 않을 경우

$\therefore\ x(f(x))^2=x^3(x^2+ax+b)^2$

(Step2) g(x)의 극값 활용하기

$k(x)=\sqrt[3]{x}$는 $y=x^3$의 역함수로 아래와 같이 증가하는 함수이다.




$g(x)=\sqrt[3]{x(f(x))^2}=k(x(f(x))^2)$이므로

$x(f(x))^2$가 증가하면 $g(x)$도 증가하고

$x(f(x))^2$가 감소하면 $g(x)$도 감소한다.

$\therefore\ x(f(x))^2$도 $g(x)$와 똑같이 $x=\frac{19}{7}$와 $x=3$에서 극값을 갖는다.

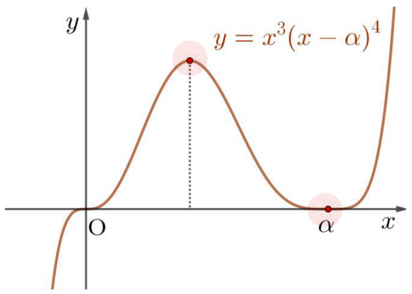
제 2 교시

# 수학 영역 (미적분)

i ) $x^2+ax+b=0$이 실근을 가질 경우

$p(x)=x(f(x))^2=x^3(x-\alpha)^4$라고 하자.

인수의 부호를 활용해 그래프를 그려보면




$x=\dfrac{19}{7}$와 $x=3$에서 극값을 가져야 하므로

$\alpha=3$

$\therefore\ p(x)=x^3(x-3)^4$

$p'(x)=3x^2(x-3)^4+x^3 4(x-3)^3$

$=x^2(x-3)^3\{3(x-3)+4x\}$

$=x^2(x-3)^3(7x-9)$

$p'\left(\dfrac{19}{7}\right)\neq 0$이므로 모순

ii ) $x^2+ax+b=0$이 실근을 갖지 않을 경우

$p(x)=x(f(x))^2=x^3(x^2+ax+b)^2$라고 하자.

$p'(x)=3x^2(x^2+ax+b)+x^3 2(x^2+ax+b)(2x+a)$

$=x^2(x^2+ax+b)\{3(x^2+ax+b)+2x(2x+a)\}$

$=x^2(x^2+ax+b)(7x^2+5ax+3b)$

$p'\left(\dfrac{19}{7}\right)=p'(3)=0$이므로

$7x^2+5ax+3b=(7x-19)(x-3)=7x^2-40x+57$

$a=-8,\ b=19$

$\therefore\ f(x)=x(x^2-8x+19)$

$\therefore\ f(5)=20$