제 2 교시

2027학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 문제지

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호								

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

너가 꽃이라 생각하니 세상에 안 예쁜 꽃이 없다

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호,
문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

○ 공통과목 ····· 1~8쪽

○ 선택과목

확률과 통계 ····· 9~12쪽

미적분 ····· 13~16쪽

기하 ····· 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.

한국교육과정평가원

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(\frac{6}{\sqrt[3]{24}}\right)^{\frac{3}{4}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 3

2. 함수 $f(x)=3x^2+6x+2$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$의 값은? [2점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

3. 등차수열 $\{a_n\}$이

$$a_3+a_5=6,\quad a_2+3a_3=7$$

일 때, a_8의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 두 상수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x<1) \\ 3x+2 & (x=1) \\ 2x+b & (x>1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. 함수 $f(x)=(x-1)(x^2+3x+2)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

6. 1보다 큰 두 실수 a, b가

$$\log_a b=3,\quad \log_2 \frac{b}{a}=\frac{1}{5}$$

을 만족시킬 때, $a\times b$의 값은? [3점]

① $2^{\frac{2}{5}}$ ② $2^{\frac{1}{2}}$ ③ $2^{\frac{3}{5}}$ ④ $2^{\frac{7}{10}}$ ⑤ $2^{\frac{4}{5}}$

7. 함수 $f(x)=x^3+ax+b$ 위의 점 $(1, 10)$에서의 접선의 기울기가 6일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $b-a$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. $\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3\pi}{2}$ 인 θ에 대하여 $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{1}{3}$ 일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

9. 함수 $f(x)=x^3+3x^2-9x+4$와 자연수 k에 대하여 방정식 $f(x)=k^2$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

10. 다음 조건을 만족시키는 가능한 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 값의 합은? [4점]

(가) $a_2+a_3=3$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 2^{a_n} & (a_n<n) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n\geq n) \end{cases}$$

이다.

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 시각 $t=0$일 때, 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t\,(t\geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-10t+7$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 시각 $t=1$일 때, 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
ㄴ. 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는 4이다.
ㄷ. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 두 번째로 바뀌는 시각에 점 P의 가속도의 크기는 4이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 두 상수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x-3}-1 & (x\leq 3) \\ -6^{-x+a-2}+b & (x>3) \end{cases}$$

와 실수 t에 대하여 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. 모든 실수 t에 대하여 $g(-t)=g(t)$일 때, a^2+b^2의 값은? [4점]

① 14 ② 18 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

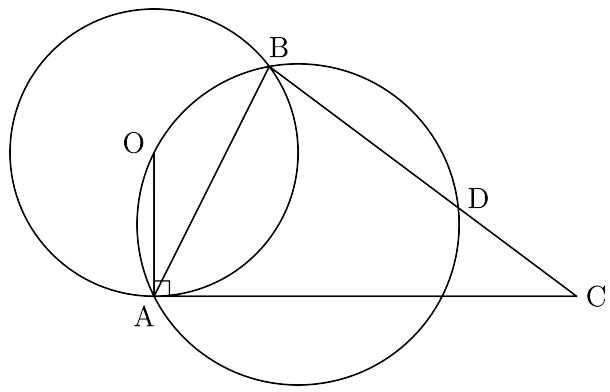
13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=(x-2)|ax+b|$ 에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x \left(f(t)-|t-a|\right)dt$$

라 하면, 함수 $g(x)$는 열린구간 $(-\infty, 2)$에서 감소하고, 열린구간 $(2, \infty)$에서 증가한다. b의 최솟값이 b_1이고, $b=b_1$일 때, $g(1)$의 값은? [4점]

① $-\frac{11}{3}$ ② $-\frac{14}{3}$ ③ $-\frac{17}{3}$ ④ $-\frac{20}{3}$ ⑤ $-\frac{23}{3}$

14. 그림과 같이 $\overline{AB}=3\sqrt{5}$, $\overline{AC}=11$이고 $\cos(\angle BCA)=\frac{4}{5}$인 삼각형 ABC가 있다. 점 A에서 직선 AC에 접하고 점 B를 지나는 원의 중심을 O라 하자. 세 점 A, O, B를 지나는 원이 선분 BC와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 CD의 길이는? (단, $\angle ABC<\frac{\pi}{2}$이다.) [4점]



① $\frac{37}{10}$ ② $\frac{77}{20}$ ③ 4 ④ $\frac{83}{20}$ ⑤ $\frac{43}{10}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(6)$의 최솟값은? [4점]

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x \to a} \frac{f(1) \times f\left(x^2+3x\right)}{f(x)}$의 값이 존재하고 그 값은 1이상이다.

(나) 방정식 $f(x)=0$의 실근이 존재한다.

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-2)=\log_9(2x-1)$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+2$이고 $f(0)=2$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [3점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

18. 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_1+a_3+a_5=8,\quad a_3+a_5+a_7=16$$

을 만족시킬 때, $7\times a_9$의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$\int_0^3 \{f(x)\}^2 dx=4,\quad \int_0^3 x f(x)\,dx=6$$

일 때, $\int_0^3 \{f(x)+x\}^2 dx$의 값을 구하시오. [3점]

20. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

- 상수 a에 대하여 구간 $[0,2)$에서 $f(x)=2^{|1-x|}-a$이다.
- 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=kf(x)$이다.

x에 대한 방정식 $f(x)=\frac{1}{2^{19}}$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 19일 때, 다음은 음수 k의 값을 구하는 과정이다.

모든 자연수 n에 대하여 열린구간 $(2n-2,\,2n)$에서 함수 $f(x)$는 $x=$ (가) 에 대칭이다.

또한, 실수 전체의 집합에서 함수 $f(x)$가 연속이므로 $\lim_{x\to 2n-} f(x)=f(2n)$이고, $a=$ (나) 이다.

이때, 구간 $[2n-2,\,2n)$에서 $f(x)=\frac{1}{2^{19}}$의 서로 다른 실근의 개수를 a_n이라 하면,

$f(2n-1)>\frac{1}{2^{19}}$일 때, $a_n=2$,

$f(2n-1)=\frac{1}{2^{19}}$일 때, $a_n=1$,

$f(2n-1)<\frac{1}{2^{19}}$일 때, $a_n=0$,

이다. 방정식 $f(x)=\frac{1}{2^{19}}$의 서로 다른 실근의 개수가 19이므로 $k=$ (다) 임을 알 수 있다.

(가)에 알맞은 식을 $g(n)$이라 하고, (나)와 (다)에 알맞은 수를 각각 p, q라 할 때, $\frac{p\times g(5)}{q^2}$의 값을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x \left(x^n-t^n\right)f(t)\,dt$$

라 하자. 다음 조건을 만족시키는 2이상의 자연수 n의 값이 오직 α뿐일 때, $f(2\alpha)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $g'(2-x)=g'(2+x)$이다.

(나) $f'(\alpha-3)>0$, $f(\alpha)=3$

22. 2보다 작은 양수 k에 대하여 방정식

$$\left(2\sin x-k\right)\left(2\sin 2x+k\right)=0$$

의 서로 다른 양의 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. $\sum_{m=1}^{9} a_m=\frac{95}{7}\pi$일 때,

$\sum_{m=1}^{5}\frac{a_{2m-1}}{\pi}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(2x+1)}{\sin 6x}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

24. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x = e^{3t} + e^{-t}, \quad y = e^{6t} - e^{-3t}$$

에서 $t = 0$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

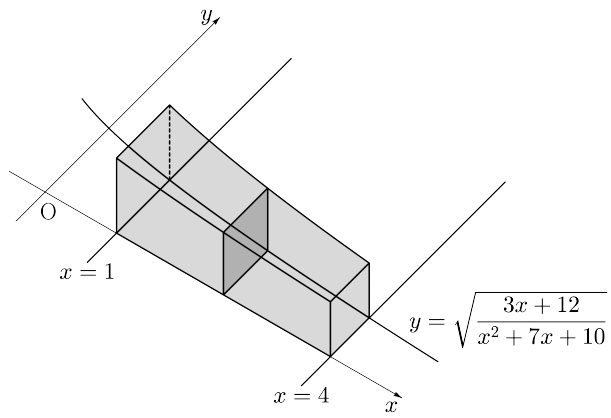
25. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이

$$\lim_{n\to\infty}(a_n+b_n)=3,\quad \lim_{n\to\infty}(a_n+nb_n)=6$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\dfrac{nb_{3n}+1}{a_n+b_n}$의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{3}$

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\dfrac{3x+12}{x^2+7x+10}}$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=4$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $2\ln 2$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

27. 함수 $f(x)=\frac{2}{\pi}\cos^2 x e^{\sin x}+a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x t f(x-t)\,dt$$

라 하자. 함수 $g''(x)$의 최솟값이 2일 때,

$\int_{-\frac{\pi}{a}}^{\frac{\pi}{a}} g''(x)\cos x\,dx$의 값은? (단, a는 유리수이다.) [3점]

① $4+\frac{8}{e\pi}$ ② $4+\frac{9}{e\pi}$ ③ $4+\frac{10}{e\pi}$ ④ $5+\frac{11}{e\pi}$ ⑤ $5+\frac{12}{e\pi}$

28. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$를

$$f'(x)=a\sin^3 x+b\sin x\cos^2 x$$

라 하면, $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=3$, $f(0)=4$이다. 함수 $f(x)$가 $x=\alpha$에서 극대 또는 극소가 되는 양의 실수 α의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 α_n이라 할 때,

수열 $\{\alpha_n\}$은 공차가 $\frac{\pi}{3}$인 등차수열을 이룬다고 한다.

$a+b+f\left(\frac{\pi}{2}\right)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

단답형

29. 수열 $\{a_n\}$과 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_n b_{n+1} - a_{n+1} b_n = 2^{5-n}$$
>
> 이고, $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_1}{b_n} = 2$일 때, $a_1 \times b_1 = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\big(f(x)\big)^4 = kx f(x) + 1$$

이다. $\int_0^{\frac{15}{2k}} \big(f(x)\big)^3 dx = \frac{55}{2}$을 만족시키는 양수 k에 대하여 $25\big(k+f(0)\big)$의 값을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.