1	⑤	2	①	3	④	4	③
5	④	6	②	7	③	8	②
9	③	10	①	11	①	12	③
13	④	14	④	15	⑤	16	⑤
17	④	18	②	19	①	20	②
21	①	22	15	23	7	24	6
25	18	26	11	27	82	28	143
29	84	30	23				

1. ⑤
$(4+i)+(1-2i)=5-i$

2. ①
인수정리에 의해 $P(1)=a-6=0$ $\therefore\ a=6$

3. ④
이차방정식 $x^2-kx+3=0$의 두 근이 1과 3이므로
$4-k=0$ $\therefore\ k=4$

4. ③
$x^3+2x^2+x+2=x^2(x+2)+(x+2)=(x^2+1)(x+2)$
$a=1,\ b=2$이므로 $a+b=3$

5. ④
$x^2-3x+5\le x+5$에서 $x^2-4x=x(x-4)\le 0,\ 0\le x\le 4$
$x+5\le 8$에서 $x\le 3$
$\therefore\ 0\le x\le 3$
따라서 모든 정수 x의 개수는 4개

6. ②
$P(1)-P(0)=3$에서 $P(1)=4$
$P(2)-P(1)=5$에서 $P(2)=9$

7. ③
실수 계수 이차방정식이 허근을 가지므로 두 근은 서로 켤레근
근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=6$이므로 $\alpha=3+bi,\ \beta=3-bi$
$\alpha i+\beta=(3i-b)+(3-bi)=(3-b)+(3-b)i=0$
$\therefore\ b=3$
따라서 $k=\alpha\beta=18$

8. ②
$x^2-6x+10=(x-3)^2+1$
$a>3$이면 $x=a$에서 최솟값을 가지므로
$f(a)=a^2-6a+10=5,\ a^2-6a+5=(a-1)(a-5)=0$
$\therefore\ a=5\ (\because\ a>3)$
$a+3<3$, 즉 $a<0$이면 $x=a+3$에서 최솟값을 가지므로
$f(a+3)=a^2+1=5,\ a^2-4=(a+2)(a-2)=0$
$\therefore\ a=-2\ (\because\ a<0)$
따라서 구하는 a의 값의 합은 3

9. ③
$x^2-2mx+m^2+3m=ax+b$에서
$x^2-(2m+a)x+m^2+3m-b=0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로
$D=(2m+a)^2-4(m^2+3m-b)=(4a-12)m+(a^2+4b)=0$
이 등식이 m의 값에 관계없이 성립하려면
$4a-12=0,\ a^2+4b=0$ $\therefore\ a=3,\ b=-\dfrac{9}{4}$
따라서 $a+b=\dfrac{3}{4}$

10. ①
$(x-1)^2<a+1,\ 1-\sqrt{a+1}<x<1+\sqrt{a+1}$
이를 만족하는 정수 x의 개수가 5가 되려면 $2<\sqrt{a+1}\le 3$
$\therefore\ 3<a\le 8$
따라서 구하는 a의 최댓값은 8

11. ①
$P(x)=(x-2)^2Q(x)+2Q(x)$
$P(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식이므로 $Q(x)=x+k$
$P(x)=(x-2)^2(x+k)+2(x+k)=(x+k)(x^2-4x+6)$
인수정리에 의해 $P(1)=0$이므로 $3(1+k)=0,\ k=-1$
$\therefore\ P(x)=(x-1)(x^2-4x+6)$
따라서 $P(3)=2\times 3=6$

12. ③
$\overline{\mathrm{MH}}=a,\ \overline{\mathrm{NH}}=b$라 하면 점 M과 N은 각각 $\triangle\mathrm{ABH}$와 $\triangle\mathrm{BCH}$의 외심이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=2a,\ \overline{\mathrm{BC}}=2b$
삼각형 ABC의 넓이가 10이므로 $2ab=10,\ ab=5$
삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의해
$4a^2+4b^2=56,\ a^2+b^2=14$
$(a+b)^2-2ab=a^2+b^2$에서 $(a+b)^2-10=14$ $\therefore\ a+b=2\sqrt{6}$
$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=48\sqrt{6}-30\sqrt{6}=18\sqrt{6}$

13. ④
$x^2-2(m+1)x+m^2-4=x,\ x^2-(2m+3)x+m^2-4=0$
$f(a)=a,\ f(b)=b$이므로 $a+b<16$이고
$a,\ b$는 위의 이차방정식의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의해
$a+b=2m+3<16$ $\therefore\ m<\dfrac{13}{2}$
한편 위의 이차방정식은 서로 다른 두 실근을 가지므로
$D=(2m+3)^2-4(m^2-4)=12m+25>0$ $\therefore\ m>-\dfrac{25}{12}$
따라서 $-\dfrac{25}{12}<m<\dfrac{13}{2}$이므로 모든 정수 m의 개수는 9개

14. ④
$f(a)=4-a^2,\ p=\sqrt{2},\ q=2$이므로
$f(p)\times q=2\times 2=4$

15. ⑤
$|x-6|\le 3$에서 $-3\le x-6\le 3,\ 3\le x\le 9$
$x^2-(4a+1)x+3a^2+a$
$=x^2-(4a+1)x+a(3a+1)$
$=(x-a)(x-3a-1)\le 0$
(ⅰ) $a<3a+1$일 때,

$a>-\frac{1}{2}$이고 연립부등식의 해는 $3 \leq x \leq 3a+1$이 되어야 한다.
이를 만족하는 정수 x의 개수가 2가 되려면 $4 \leq 3a+1 < 5$

$\therefore\ 1 \leq a < \frac{4}{3}$

a는 정수이므로 $a=1$
(ⅱ) $3a+1<a$일 때,

$a<-\frac{1}{2}$이고 연립부등식의 해는 $a \leq x \leq 9$가 되어야 한다.
이를 만족하는 정수 x의 개수가 2가 되려면 $7<a \leq 8$
a는 정수이므로 $a=8$
(ⅰ), (ⅱ)에 의해 모든 정수 a의 값의 합은 9

16. ⑤
조건 (가)에서 나머지정리에 의해 $P(2)+P(3)=7$
조건 (나)에서 $P(x)=(x-2)(x-3)Q(x)+R(x)$
$R(x)=ax+b$라 하면 $R(1)-R(2)=(a+b)-(2a+b)=-a=5$
$\therefore\ a=-5$
$P(2)+P(3)=R(2)+R(3)=(2a+b)+(3a+b)=2b-25=7$
$\therefore\ b=16$
따라서 $R(x)=-5x+16$이므로 $R(1)=11$

17. ④
$2x^3+3x^2+x+1-R(x)=P(x)Q_1(x)$ $\cdots$ ㉠
$3x^3+8x^2+3x-2R(x)=P(x)Q_2(x)$ $\cdots$ ㉡
$5x^3+12x^2+3x-1-3R(x)=P(x)Q_3(x)$ $\cdots$ ㉢
㉠+㉡−㉢을 하면 $-x^2+x+2=P(x)\{Q_1(x)+Q_2(x)-Q_3(x)\}$
$P(x)$는 최고차항의 계수가 1인 이차다항식이므로
$P(x)=x^2-x-2$
$\therefore\ P(3)=4$

18. ②
$\overline{\mathrm{AH}}=x$라 하면 $0<x<1$
$\triangle\mathrm{EHJ}+\triangle\mathrm{AIH}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+\frac{\sqrt{3}}{4}(2-2x)^2$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+\sqrt{3}x^2-2\sqrt{3}x+\sqrt{3}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{2}x^2-2\sqrt{3}x+\sqrt{3}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{2}\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 구하는 넓이의 합의 최솟값은 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

19. ①
정사각형 ACDB의 한 변의 길이는 $2t$
$S_1:S_2=5:1$이고 두 삼각형의 밑변의 길이는 같으므로 두 삼각형의 높이의 비가 $5:1$이 되어야 한다.
점 D의 좌표가 $(t,\ t^2+2t)$이면 삼각형 COD의 높이는 삼각형 AOB의 높이보다 길어지므로 $S_1:S_2=5:1$을 만족할 수 없다.
따라서 $\mathrm{C}(-t,\ t^2-2t)$, $\mathrm{D}(t,\ t^2-2t)$
$t^2-2t>0$이면 $t^2:t^2-2t=5:1$, $4t^2-10t=2t(2t-5)=0$

$\therefore\ t=\frac{5}{2}$

$t^2-2t<0$이면 $t^2:2t-t^2=5:1$, $6t^2-10t=2t(3t-5)=0$

$\therefore\ t=\frac{5}{3}$

따라서 구하는 t의 값의 합은 $\frac{5}{2}+\frac{5}{3}=\frac{25}{6}$

20. ②
$n=2,\ 3,\ 4$일 때 $(x-n)(x-3)<0$을 만족하는 정수 x는 존재하지 않으므로 연립부등식을 만족하는 정수 x의 개수는 1이 될 수 없다.
(ⅰ) $n=1$일 때, $(x-n)(x-3)<0$의 해는 $1<x<3$
① $m>0$이면 부등식 $(mx-3)(x+m)\geq 0$의 해는

$x \leq -m$ 또는 $x \geq \frac{3}{m}$

따라서 연립부등식의 정수해가 1이 되려면 $\frac{3}{m} \leq 2$

이를 만족하는 m은 4개
② $m<0$이면 부등식 $(mx-3)(x+m)\geq 0$의 해는

$\frac{3}{m} \leq x \leq -m$

따라서 연립부등식의 정수해가 1이 되려면 $-m \geq 2$
이를 만족하는 m은 4개
(ⅱ) $n \geq 5$일 때, $(x-n)(x-3)<0$의 해는 $3<x<n$

① $m>0$일 때, $\frac{3}{m} \leq 3$이므로 연립부등식의 정수해가 1이 되려면 $n=5$이므로 이를 만족하는 순서쌍은 5개
② $m<0$일 때, $m \geq -3$이면 연립부등식의 해는 없다.
$m=-4$일 때, $n \geq 5$이고 이를 만족하는 순서쌍은 6개
$m=-5$일 때, $n=5$이고 이를 만족하는 순서쌍은 1개
(ⅰ), (ⅱ)에 의해 구하는 순서쌍의 개수는 $4+4+5+6+1=20$

21. ①
조건 (나)에서 $(B(x))^2=(x-1)(x-2)Q(x)+16(x-1)$
$B(1)=0$이므로 $B(x)=(x-1)(x-k)$
조건 (다)에서 $B(2)=2-k>0$ $\therefore\ k<2$
$B(x)=(x-1)(x-k)$를 위의 식에 대입하면
$(x-1)^2(x-k)^2=(x-1)(x-2)Q(x)+16(x-1)$
$(x-1)(x-k)^2=(x-2)Q(x)+16$
양변에 $x=2$를 대입하면 $(2-k)^2=16$, $k=-2$ ($\because\ k<2$)
$(x-1)(x+2)^2-16=x^3+3x^2-20=(x-2)(x^2+5x+10)$
$\therefore\ Q(x)=x^2+5x+10$
조건 (가)에서 $A(x)$는 $x-1$을 인수로 가져야 하므로
$A(x)=(x-1)(x^2+5x+10)$
$\therefore\ A(3)=2\times 34=68$

22. 15
$(x+a)(x+2)=x^2+(a+2)x+2a=x^2+bx+6$
$2a=6$에서 $a=3$, $a+2=b$에서 $b=5$이므로 $a\times b=15$

23. 7
주어진 부등식의 해는 $a-5<x<a+5$이므로
$a-5=-4$에서 $a=1$, $a+5=b$에서 $b=6$
$\therefore\ a+b=7$

24. 6

근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-a$, $\alpha\beta=5$

$(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1=a+6=12$ $\quad\therefore\ a=6$

25. 18

$\dfrac{\bar{z}}{z}=\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2}{2}=i$이므로 $\left(\dfrac{\bar{z}}{z}\right)^{2n}=i^{2n}=(-1)^n$

$\left(\dfrac{z}{\sqrt{2}}\right)^2=\dfrac{-2i}{2}=-i$이므로

주어진 식은 $(-1)^n+(-i)^n=0$

이를 만족하는 n의 값은 2, 6, 10이므로 구하는 자연수 n의 값의 합은 18

26. 11

$x^3+(a+2)x+(a^2-3a+2)x+b=(x+1)\{x^2+(a+1)x+b\}$에서

일차항의 계수를 비교하면 $a^2-3a+2=a+b+1$

$\therefore\ b=a^2-4a+1$

근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-(a+1)$, $\alpha\beta=b$

$\alpha^2+\beta^2=(a+1)^2-2b$

$\quad=(a^2+2a+1)-(2a^2-8a+2)$

$\quad=-a^2+10a-1=24$

$a^2-10a+25=(a-5)^2=0$ $\quad\therefore\ a=5,\ b=6$

따라서 $a+b=11$

27. 82

점 A와 B의 x좌표를 각각 α, β라고 하면

$x^2-2x+2-k=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=2-k$이므로 $(\alpha-\beta)^2=4-4(2-k)=4k-4$

점 C와 D의 x좌표를 각각 α', β'라고 하면

$x^2-8x+k+6=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha'+\beta'=8$, $\alpha'\beta'=k+6$이므로

$(\alpha'-\beta')^2=64-4(k+6)=40-4k$

$\overline{\mathrm{AB}}^2=4\overline{\mathrm{CD}}^2$이므로 $4k-4=160-16k$, $20k=164$

$\therefore\ 10k=82$

28. 143

$B(x)=x+a$라 하면

$A(x)=(B(x))^2[(B(x))^2-1]-2B(x)[(B(x))^2-1]$

$\quad=B(x)(B(x)-2)(B(x)-1)(B(x)+1)$

$\quad=(x+a-2)(x+a-1)(x+a)(x+a+1)$

조건 (나)에서

$A(1)=(a-1)a(a+1)(a+2)=24$

$A(2)=a(a+1)(a+2)(a+3)=0$ $\quad\therefore\ a=-3$

$A(x)=(x-5)(x-4)(x-3)(x-2)$

$\quad=(x^2-7x+10)(x^2-7x+12)$

$\quad=11\times13=143$

29. 84

$A(x)=B(x)(B(x)+x)+B(x)-x^2$

나머지의 차수는 나누는 식의 차수보다 낮아야 하므로

$B(x)=x^2+ax+b$꼴이 되어야 한다.

$A(x)=B(x)(B(x)+x)+B(x)-x^2$

$\quad=B(x)(B(x)-x+2x)+B(x)-x^2$

$\quad=B(x)(B(x)-x)+2xB(x)+B(x)-x^2$

$\quad=B(x)(B(x)-x)+2x(B(x)-x)+B(x)+x^2$

따라서 $A(x)$가 $B(x)-x$로 나누어떨어지려면

$B(x)+x^2$이 $B(x)-x$로 나누어떨어져야 한다.

$B(x)=x^2+ax+b$를 대입하면 $2x^2+ax+b$가 $x^2+(a-1)x+b$로 나누어떨어져야 하므로

$2x^2+ax+b=2\{x^2+(a-1)x+b\}=2x^2+2(a-1)x+2b$

$a=2(a-1)$에서 $a=2$, $b=2b$에서 $b=0$이므로 $B(x)=x^2+2x$

$\therefore\ A(x)=(x^2+2x)(x^2+3x)+2x$

따라서 $A(2)=8\times10+4=84$

30. 23

$m+n=3$을 만족하려면 $m=2$, $n=1$이어야 한다.

$y=x+k$가 함수 $y=f(x)$에 접한다면

이차방정식 $x^2-6x-k=0$이 중근을 가져야 하므로 $k=-9$이고

이때 $x=3$을 중근으로 가진다.

따라서 $m=2$를 만족하려면 $a>3$

$x-9=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$에서 $x=\dfrac{23}{3}$이므로

$y=x-9$와 함수 $y=g(x)$의 그래프의 교점의 x좌표는 $\dfrac{23}{3}$

따라서 $a<\dfrac{23}{3}$이어야 $n=1$을 만족한다.

$\therefore\ 3<a<\dfrac{23}{3}$

$p=3$, $q=\dfrac{23}{3}$이므로 $p\times q=23$