제 2 교시

수학 영역

11. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 상수 k에 대하여

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-x}{(x-3)(f(x)-k)}$$

의 값이 $a=-1$, $a=3$일 때만 존재하지 않는다.

$f(3)=3$일 때, $f(6)+k$의 값은? [4점]

① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

Scope	분수함수가 극한을 갖지 않을 조건

'분수함수가 극한을 갖지 않을 조건'은 무엇일까요?
분모의 인수 개수가 분자의 인수 개수보다 많은 지점일 것입니다.

인수 개수와 관련된 추론에 주목하며 풀어 나가 봅시다.

12. 모든 항이 정수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$|a_2| + a_3 = 12,\ a_3 + a_4 = -8$$

을 만족시킬 때, $a_2 - a_6$의 값은? [4점]

① 54 ② 56 ③ 58 ④ 60 ⑤ 62

Scope	식 2개가 주어지면, 등비수열은 결정될 수 있다

등비수열은 a와 r이라는 미지수 2개로 표현되어집니다.

이 문제에서는 $|a_2| + a_3 = 12$에서, a_2의 부호를 추론할 수 있는 단서로 $\{a_n\}$의 모든 항이 '정수'라는 장치가 들어 있습니다.

그러나, 해당 단서를 눈치채지 못했더라도 식이 2개 주어져 a와 r을 모두 결정할 수 있을 때는 우직하게 case를 나눠 계산으로 밀고 나가는 것 역시 주저하지 말아야 합니다.

13. 두 다항함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>g(x)$를 만족시킨다. 실수 t에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=0$, $x=t$로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(t)$라 하자. 모든 실수 x에 대하여

$$f(x+2)-g(x+2)=f(x)-g(x)+2$$

가 성립하고 $S(2)=6$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $S(-2)=2$

ㄴ. $\displaystyle\int_{1}^{3}\{f(x)-g(x)\}dx=8$

ㄷ. 모든 자연수 n에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=-n$, $x=n$으로 둘러싸인 도형의 넓이는 $4n$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

Scope	대칭성을 이용한 넓이 관찰

이번 6월 모의평가의 13번 문제의 ㄷ 선지에서는, '대칭성을 이용한 넓이 관찰'을 통해 직접 계산하지 않고도 두 넓이가 같음을 보여 빠른 풀이가 가능했습니다.
이 문제 역시 해당 요소를 반영해 직접적인 계산보다는, 정적분을 '넓이'라는 기하적 관점으로 바라보았을 때 효율적인 풀이가 가능하도록 설계해 보았습니다.

14. 양수 a와 자연수 b에 대하여 $0 \le x \le 2$일 때, x에 대한 방정식

$$\left(\sin(b\pi x) - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(a\tan(b\pi x) + \frac{a^2+1}{2}\right) = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수는 21이다.

이 방정식의 서로 다른 모든 실근의 합을 S라 할 때, $4S+a+b$의 값을 구하시오. [4점]

① 87 ② 88 ③ 89 ④ 90 ⑤ 91

Scope	특수특수 개특수의 시대가 돌아왔다

a와 b의 값에 대한 아무런 단서가 없습니다.
주어진 정보는 서로 다른 실근의 개수가 21개라는 조건 뿐입니다.
여기서 이러한 발상을 해 볼 수 있습니다.

'이거,
$\left(\sin(\pi x) - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(a\tan(\pi x) + \frac{a^2+1}{2}\right) = 0$의 $0 \le x \le 2b$에서의 실근의 개수가,
$\left(\sin(b\pi x) - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(a\tan(b\pi x) + \frac{a^2+1}{2}\right) = 0$의 $0 \le x \le 2$에서의 실근의 개수와 같은 거 아니야?'

이 발상을 마치고 나면, 이제 문제는
$\left(\sin(\pi x) - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(a\tan(\pi x) + \frac{a^2+1}{2}\right) = 0$라는 미지수가 1개뿐인 그래프를 그리는 상황으로 단순화됩니다.

원본 기출이 요구하는 이러한 발상을 녹여내면서, 동시에 '서로 다른 실근의 개수가 홀수가 될 조건' 이라는 특수한 아이디어를 추가하여 구성하였습니다.

15. 최고차항의 계수가 1이고 상수항이 0인 삼차함수 $f(x)$와 일차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\displaystyle\int_{p}^{p+2}|f(x)|dx \neq \left|\int_{p}^{p+2}f(x)dx\right|$가 되도록 하는 모든 실수 p의 값의 범위는 $13<p<15$이다.
>
> (나) $\displaystyle\int_{p}^{p+3}|(f(x)-g(x))|dx \neq \left|\int_{p}^{p+3}(f(x)-g(x))dx\right|$가 되도록 하는 모든 실수 p의 값의 범위는 $-2<p<1$이다.
>
> (다) 방정식 $f(x)=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① 108 ② 112 ③ 116 ④ 120 ⑤ 124

Scope	Skillful한 수II의 부활

원본 기출에서는 박스 안의 조건들을 통해 함수를 추론하도록 요구했으나, 추론이 끝나면 마지막에는 '극값 차 공식'을 통해 계산을 빠르게 단축하는 것이 가능했습니다.
이 문제 역시 상황 추론을 요구하면서, 추론이 끝나면 마지막에는 삼차함수에 대해 잘 알려진 공식들을 통해 마지막 계산을 단축할 수 있도록 구성하였습니다.

ASTRA._MATH

21. 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 방정식

$$f(x)=f'(t)-4t^2+8t$$

를 만족시키는 서로 다른 실수 x의 개수를 $g(t)$라 하자.

함수 $g(t)$가 불연속이 되는 모든 실수 t의 값이 -1, 1, 3일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

Scope	특수한 지점이 어디에 있을까?

이번 6월 평가원 시험지에는, 유달리 '특수한 지점'에 주목해야 하는 문제들이 많습니다.
'두 방정식의 근이 겹치는 상황', '접하는 상황', '대칭을 이루는 상황' 등이 그러한 '특수한 지점'의 예시라고 볼 수 있겠습니다.

그렇다면, 이 문제에서는 어떠한 '특수한 지점'을 찾을 수 있을까요?
특수한 지점을 발견한 후, 그것에 주목하며 풀어 나가기를 바라는 마음으로 이 문제를 구성하였습니다.

22. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$, $a_2=2$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{3n}=3a_n-1,\ a_{3n+1}=2a_n+1,\ a_{3n+2}=2a_n+2$$

이다. $a_k=41$이 되게 하는 자연수 k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때 $M-m$의 값은? [4점]

Scope	'파생 구조'가 있는 수열은 역추론을 하자

이번 6월 모의평가 22번의 경우, 확통 개념을 사용한 학생이 유리함은 뒤로 하더라도 정추론/역추론 중 어떤 방향을 선택하는지에 따라 유불리가 크게 갈리는 문제에 해당하였습니다.

또한, 항상 수열의 모든 항을 구해야 한다는 집착을 버려야 합니다.

이 문제 역시, 원본 기출과 마찬가지로 문제를 풀어내는 데 있어서, '필요한 값'만 구하겠다는 태도 역시 필요한 문제입니다.

"이 값이 나오려면, 앞에서 어떤 값이 나와야 할까?"라는 관찰이 중요합니다.

ASTRA._.MATH

빠른 정답	
11번	②
12번	④
13번	⑤
14번	⑤
15번	①
21번	38
22번	97

마치며

안녕하세요.

저희는 충북대학교 의예과 및 고려대학교 수학과 재학생으로 이루어진 신생 컨텐츠팀 ASTRA입니다.

수험생 여러분 모두, 이번 6월 모의평가 보느라 고생 많으셨습니다.

이번 2027 6월 모의평가 수학은 난이도가 쉬웠다는 점은 뒤로 하더라도 왜인지 모르게, 이전의 평가원 기출들과 이질적인 느낌이 드는 겉포장을 가지고 있었습니다. 평소와 이상하게 달라진, 마치 N제를 푸는 것 같은 발문들도 많았습니다.

그러나, 한 문항씩 뜯어 보면 겉보기에는 어색하면서도 기출에서 그간 사용되어 온 소재가 잘 녹아들어 있었다고 생각합니다.

이러한 소재들을 잘 활용하면서도, 적절한 난이도의 문제로 6평 문제들을 복습하시는 데 도움이 되도록 6평 Remake N제를 배포하게 되었습니다.

추후 다양한 무료배포 및 출판 역시 추진중이니, 많은 관심 부탁드립니다.

마지막으로, 페이지 왼쪽 아래의 QR코드를 통해서,
또는 인스타그램에 @astra._.math 검색하시면
앞으로도 많은 칼럼 및 정보를 받아보실 수 있습니다.

ASTRA._.MATH