

제 2 교시

수학 영역

성명		수험 번호																		
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5지선다형

1. $(\sqrt{3})^2 \times 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 7$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 28 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 44

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 11$ 이고 $a_2 + a_3 = 21$ 일 때, a_4 의 값은? [2점]

- ① 18 ② 15 ③ 12 ④ 9 ⑤ 6

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x + a & (x < -1) \\ 2x^2 + 2a & (x \geq -1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = (x^2 + 2)(2x^2 - 4x + 6)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 30 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

7. $f'(x) = 3x^2 + 4x + 7$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 58 ③ 68 ④ 78 ⑤ 88

6. $\sin\theta = \frac{1}{5}$ 이고 $\tan\theta < 0$ 일 때, $\tan\theta + \frac{1}{\cos\theta}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

8. $\log_2 a = \frac{1}{2}$, $2^b = (\sqrt{\sqrt{16}})^2$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

10. $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 5$, $\angle B = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC 에 대하여 선분 AC

의 길이를 k 라고 하자. k^2 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

9. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 속도 $v(t)$ 가 $v(t) = 2t - 4$ ($t \geq 0$) 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

- ㄱ. 시각 $t=3$ 일 때, 점 P 는 원점을 지난다.
- ㄴ. 점 P 는 시각 $t=2$ 에서 운동방향을 바꾼다
- ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 $t=5$ 까지 점 P 가 움직인 거리는 13이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ

11. 양수 t 에 대하여 좌표평면 위에 점 $A(t, t^2)$ 가 있다. 점 $P(s, s^2)$ ($0 < s < t$)에 대하여 삼각형 OAP 의 넓이의 최댓값을 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t)}{t^3 + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

12. 삼차함수 $f(x) = x^3 - 2ax^2 + 6ax + 24$ 가 $x = 2$ 에서 극댓값을 갖는다. $f(x)$ 의 극솟값은? [3점]

- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

13. 모든 항이 자연수인 수열 a_n 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{4}a_n & (a_n \text{이 } 4\text{의 배수}) \\ 8a_n & (a_n \text{이 } 4\text{의 배수가 아닌 경우}) \end{cases} \text{를 만족시킨다.}$$

$a_1 = 64$ 일 때, $a_7 + a_9 + a_{11}$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

14. 2 이상의 자연수 n 에 대하여, 실수 $n^2 - 17n + 52$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. $f(m) + f(m+5) \geq 2$ 를 만족시키는 2 이상 9 이하의 모든 m 의 값의 합은? [4점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

15. 초항이 29이고 $a_8 + a_{15} = 16$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여,

$$\left| \sum_{k=1}^{12} a_k \right| \geq \left| \sum_{k=1}^p a_k \right| \text{를 만족시키는 자연수 } p \text{의 최댓값은? [4점]}$$

- ① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

16. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$ 와 다항함수 $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - xg(x)}{x^3} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + g(x)}{xf(x)} = 2 \text{를 만족시킨다.}$$

$g(0) = 0, f(1) = -2$ 일 때, $f(2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

17. 최고차항의 계수가 1이고 양수 p 에 대하여 $f(0)=f(p)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\{x \mid x > 0 \text{이고 } f'(x) = 0\}$ 의 원소의 개수는 1이다.
 (나) 구간 $[0, p]$ 와 구간 $[t, p]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 차가 같도록 하는 실수 t 의 최솟값은 -1 이다.

$f(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 49 ② 98 ③ 147 ④ 196 ⑤ 245

18. 자연수 a 와 양수 b 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2^{-x+3} + 7 & (x < 2) \\ 2^{-x+a} - b & (x \geq 2) \end{cases} \text{가 있다.}$$

$|f(x)|$ 와 양수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(\frac{a}{b}) - f(b-a)$ 의 값은? [4점]

$0 < t_1 < b < t_2$ 인 임의의 실수 t_1 에 대하여, $g(t_1) - g(t_2) = 2$ 를 만족시키는 t_2 의 값은 5뿐이다.

- ① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

19. 모든 항이 정수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여, 두 수열 $\{a_n\}, \{3a_n\}$ 중 작지 않은 값을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|b_{m+1}| < |b_m|$ 을 만족시키는 9 이하의 모든 자연수 m 의 값의 합은 25이다.

(나) $b_k = 24$ 인 자연수 k 가 오직 하나 존재한다.

다음 조건을 만족시키는 두 수 a_1, k 의 순서쌍 (a_1, k) 에 대하여, 모든 $a_1 \times k$ 값의 합은? [4점]

- ① -2 ② 2 ③ 6 ④ 10 ⑤ 14

20. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여, $f(2)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M-m$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = 0$ 이고, $f(x)$ 는 역함수를 갖는다.

(나) 모든 음이 아닌 실수 x 에 대하여, $3x+6 \leq f'(x) \leq x^3+8$ 이다.

- ① $\frac{5}{6}$ ② 1 ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

21. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = |a \sin x + b|$ 가 있다. x 에 대한 방정식 $|f(x) - b| = 2$ 의 실근 중, 구간 $[0, 8\pi)$ 에 속하는 값의 집합을 A 라 하고, 방정식 $|f(x) - b| = 10$ 의 실근 중 구간 $[0, 8\pi)$ 에 속하는 값의 집합을 B 라 하자. $n(A) = 16, n(B) = 4$ 가 되도록 하는 모든 $a + 2b$ 값의 합은? [4점]

- ① 78 ② 84 ③ 90 ④ 96 ⑤ 102

단 답 형

22. $\log_3 49 \times (\log_7 9 + \log_{49} 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 15, \sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = 10$ 일 때,
 $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k + 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_{a-1}^x f(t)dt = x^2 - 2(a+1)x + 12$$

을 만족시킨다. $f(0) > 0$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여, 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $12S$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 삼각형 ABC 와 선분 BC 위의 점 D 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 ABD 는 정삼각형이다.

(나) 삼각형 ABD 의 외접원의 넓이와 삼각형 ADC 의 외접원의 넓이는 각각 12π , 24π 이다.

선분 BC 의 길이를 k 라 할 때, $k = p + q\sqrt{5}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 정수이다.) [4점]

27. 함수 $f(x) = a^x + b$, $g(x) = \log_a(x - 4b) - 3b$ 에 대하여, 두 함수가 직선 $y = -x + 5$ 가 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\sqrt{2}$ 이고 $g(x)$ 의 점근선이 선분 \overline{AB} 의 중점을 지난다. $2(a^3 + b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 함수 $f(x) = x^3 - 12x^2 + 21x + 98$ 에 대하여, 다음 조건을 만족시키는 함수 $g(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체 집합에서 연속이고, 모든 실수 x 에 대하여 $\{g(x) - f(x)\} \{g(x) - f'(n)(x - n) - f(n)\} = 0$ 이다.

(나) $x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여, $\int_{x_1}^{x_2} g(t) dt \geq 0$ 이다.

29. 모든 항이 정수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $(a_{n+1} - na_n)(a_{n+1} - a_n + 6) = 0$ 을 만족시킨다. $a_5 \times a_6 = 0$ 이고, 집합 $A = \{a_n \mid n \text{은 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 원소의 개수가 5가 되도록 하는 모든 a_1 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0) = 0$ 인 사차함수 $f(x)$ 와 양수 t 에 대하여 $\int_0^x (|f(s)| - t|s|)ds$ 가 $x = \alpha$ 에서 극대 또는 극소인 모든 실수 α 값의 합을 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$\left| g(k) - \lim_{t \rightarrow k^-} g(t) \right| = 2 \text{를 만족시키는 실수 } k \text{의 개수는 } 2 \text{이다.}$$

$f'(0)$ 이 정수일 때, 모든 $f(2)$ 값의 합을 구하시오. [4점]

○ 수고하셨습니다.