제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4\times 5^n-2^{n+1}}{5^n+2^n}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4

24. 곡선 $2x+\sqrt{y}=xy$ 위의 점 $(-1,\,1)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $-\dfrac{1}{3}$ ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ $-\dfrac{2}{3}$ ④ $-\dfrac{5}{6}$ ⑤ -1

$2+\dfrac{y'}{2\sqrt{y}}=y+xy'$

$2+\dfrac{y'}{2}=1-y'$

$\dfrac{3}{2}y'=-1$

25. 공차가 3인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 첫째항이 각각 4, 7일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n b_n}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{5}{24}$

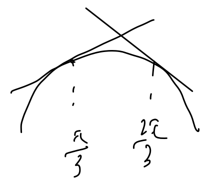
$d=3$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ $\left(\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}\right)\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$

26. 곡선 $y=\sin x\,(0<x<\pi)$와 직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}$이 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 곡선 $y=\sin x$ 위의 점 A에서의 접선과 곡선 $y=\sin x$ 위의 점 B에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$



$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

$\tan\theta = \left|\frac{1}{1+(-\frac{1}{4})}\right|$

$\left|\frac{1}{\frac{3}{4}}\right.$

27. 좌표평면 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t\left(\frac{\pi}{2}<t<\frac{3\pi}{2}\right)$일 때 점 P의 위치 (x, y)가

$$x=at+\tan t, \quad y=1+\sec t$$

이다. 점 P의 시각 $t=\frac{3\pi}{4}$에서의 속력이 $t=\pi$에서의 속력과 같을 때, 실수 a의 값은? [3점]

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$\frac{dx}{dt} = a + \sec^2 t$

$\frac{dy}{dt} = \frac{\sin t}{\cos^2 t}$

$\frac{1}{\cos t}$

$\frac{\sin t}{\cos^2 t}$

$\frac{3\pi}{4}$ $(a+2)^2 + (\sqrt{2})^2$

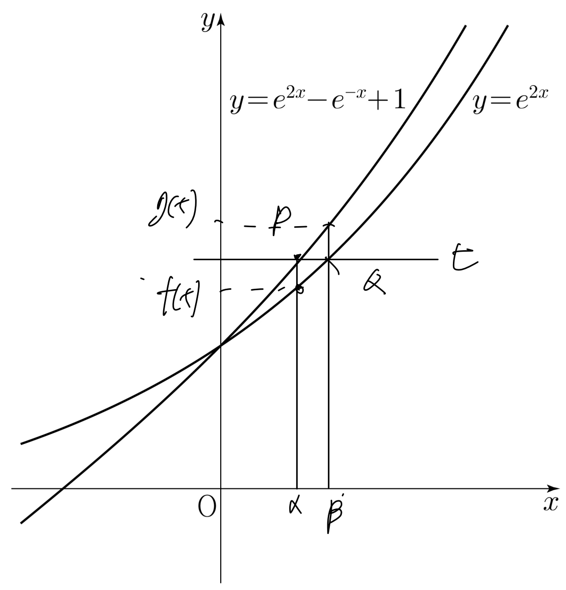
π $(a+1)^2 + (0)^2$

$a^2+4a+6 = a^2+2a+1$

$2a = -5$

28. 좌표평면에서 양수 t에 대하여 직선 $y=t$가 두 곡선 $y=e^{2x}-e^{-x}+1$, $y=e^{2x}$과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P를 지나고 x축에 수직인 직선이 곡선 $y=e^{2x}$과 만나는 점의 y좌표를 $f(t)$, 점 Q를 지나고 x축에 수직인 직선이 곡선 $y=e^{2x}-e^{-x}+1$과 만나는 점의 y좌표를 $g(t)$라 할 때, 두 함수 $f(t)$, $g(t)$는 구간 $(0, \infty)$에서 미분가능한 함수이다.
$\lim_{t\to1}\frac{9f'(t)-4g'(t)}{t-1}$의 값은? [4점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9



$e^{2\beta} = t$ $\sqrt{t}$

$e^{2\beta} - e^{-\beta} + 1 = t - \frac{1}{\sqrt{t}} + 1$

$g(t) = t - \frac{1}{\sqrt{t}} + 1$

$g'(t) = 1 + \frac{1}{2t\sqrt{t}}$

$g''(t) = -\frac{3}{4} t^{-\frac{5}{2}}$

$g''(1) = -\frac{3}{4}$

$e^{2\alpha} - e^{-\alpha} + 1 = t$

$e^{2\alpha} = f(t)$

$f(t) - \frac{1}{\sqrt{f(t)}} + 1 = t$ $f(1) \times (-\frac{3}{2})$

$f'(t)\left(1 + \frac{1}{2f(t)\sqrt{f(t)}}\right) = 1$ $(f(1) = \frac{2}{3}$

$f''(t)\left(1 + \frac{1}{2f(t)\sqrt{f(t)}}\right) + f'(t)\left(-\frac{3}{4} f(t)^{-\frac{5}{2}} \times f'(t)\right) = 0$

$f''(1)\left(1+\frac{1}{2}\right) + f'(1)\left(-\frac{3}{4} f'(1)\right) = 0$

$f''(1) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} (f'(1))^2 = \frac{f'(1)^2}{2} = \frac{2}{9}$

$2 - 4(-\frac{3}{4}) = 5$

단답형

29. 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 모든 항이 양수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = b_1$, $a_4 = b_2$
(나) 어떤 자연수 k에 대하여 $a_k = b_3$이다.

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 수렴할 때, $\left|\sum_{n=1}^{\infty}\left(b_n \cos(a_n \pi)\right)\right|$의 최솟값을 m이라 하자. $10 \times m$의 값을 구하시오. [4점]

(54)

$b_n \in N$ $a_n \in Z$ $b_n > 0$

$b_1 > 0$ $r > 0$

$a_1 = b_1$

$a_1 + 3d = b_1 r$

b_1, b_2, b_3 양의정수

$d < 0$

$0 < r < 1$

$a_1 + (k-1)d = b_1 r^2$

$a_1(a_1 + (k-1)d) = a_1^2 + 6a_1 d + 9d^2$

$a_1(k-1)d = 6a_1 d + 9d^2$

$a_1(k-1) = 6a_1 + 9d$

$-9d = (7-k)a_1$ $k > 4$

$a_1 = \frac{-9}{7-k}d$ $k = 5 \text{ or } 6$

$k=5$ $a_1 = -\frac{9}{2}d$ X

$\boxed{k=6 \quad a_1 = -9d \quad \text{O}}$

$\boxed{d=-1 \quad m = \frac{27}{5}}$

$\boxed{10m = 54}$

$a_1 = -9d = b_1$

$a_1 + 3d = -6d = b_1 r$

$r = \frac{2}{3}$

$b_1 = -9d$

$\frac{-9d}{1-\frac{2}{3}} = -27d$

d 짝수 : $\cos(a_n \pi) = 1$

d 홀수 : n홀수 $\cos(a_n\pi) = -1$

n짝수 $\cos(a_n\pi) = 1$

$\frac{9d}{1+\frac{2}{3}}$ $\frac{27d}{5}$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x) = \sqrt[3]{x(f(x))^2}$$

이다. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $x = \frac{19}{7}$와 $x=3$에서 극값을 가질 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

(20)

$f(x) = x^3 + \cdots$

$f(0) = 0$ $\alpha \neq 0$ $f(\alpha) = 0$ $f'(\alpha) = 0$

$g'(x) = \frac{1}{3} \times (x(f(x))^2)^{-\frac{2}{3}} \times ((f(x))^2 + 2xf(x)f'(x))$

양 $(x \neq 0)$

$f(x)(f(x) + 2xf'(x))$

$f(3) = 0 \rightarrow f(x) = x(x-3)^2$ X

$f'(x) = (x-3)^2 + 2x(x-3)$

$(x-3)(3x-3)$

$\frac{19}{7}$ 일 때 X

$f(3) + 6f'(3) = 0$

$f(\frac{19}{7}) = 0 \rightarrow f(x) = x(x - \frac{19}{7})^2$

$f(3) = 3 \times (\frac{2}{7})^2$

X $f'(3) = (3 - \frac{19}{7})^2 + 2 \times 3(\frac{2}{7})$

$= \frac{4}{49} + \frac{12}{7} = \frac{\quad}{49}$

$f(\frac{19}{7}) + \frac{38}{7} f'(\frac{19}{7}) = 0$

$f(x) + 2xf'(x)$는 $0, 3, \frac{19}{7}$

$f(x) + 2xf'(x) = 7x(x-3)(x - \frac{19}{7})$

$f(x) = x(x^2 + ax + b)$

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$6x^2 + 4ax + 2b$

$(x^2 + ax + b) + 2f'(x) = 7(x-3)(x - \frac{19}{7})$

$7x^2 + 5ax + 3b$

$= 7(x-3)(x - \frac{19}{7})$

$\frac{-5a}{7} = \frac{40}{7}$ $\boxed{a = -8 \quad b = 19}$

$\frac{3b}{7} = \frac{3 \times 19}{7}$

$x(x^2 - 8x + 19)$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.