

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{9} \times 3^{-\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{-\frac{5}{3}}$

2. 함수 $f(x) = 3x^2 - x + 1$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6x-1

3. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

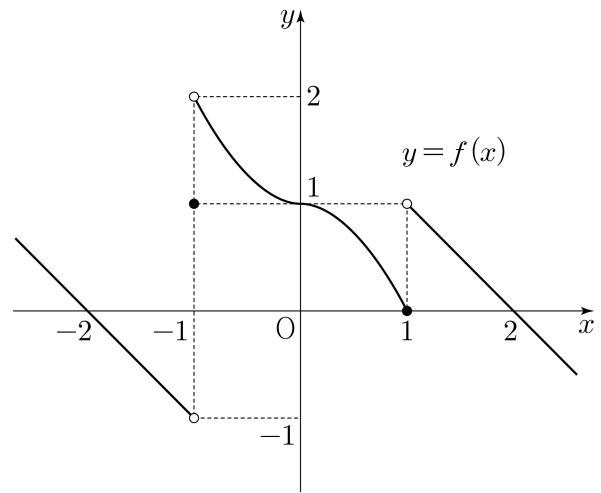
$$\sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 19, \quad \sum_{k=1}^5 (a_k + b_k) = 10$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$2A+B=19$
 $A+B=10$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 함수 $f(x) = (3x-1)(x^2-2x+2)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

$$\begin{aligned} & 3(2-2)(2+2) + 3(1)(2(2)-2) \\ & 3(4-4) + 3(1)(2) \\ & 16 \end{aligned}$$

7. 함수 $f(x) = x^3 + ax + 9$ 는 $x = -1$ 에서 극대이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$\begin{aligned} & 3x^2 + a \\ & a = -3 \quad x^3 - 3x + 9 \\ & f(1) = 10 - 3 \end{aligned}$$

6. $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2 \theta = \frac{1}{10}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

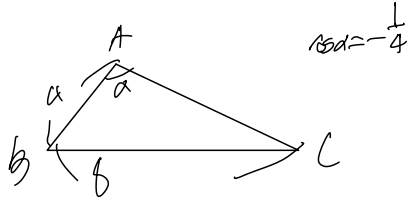
$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \sin \theta = -\frac{3}{\sqrt{10}} \quad [3점]$$

8. 삼각형 ABC에서

$$\overline{AB} = 4, \overline{BC} = 8, \cos A = -\frac{1}{4}$$

일 때, 선분 AC의 길이는? [3점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$



$$6a = 16 + 64 - 2 \times 4 \times 8 \times \frac{1}{4}$$

$$k^2 + 2k - 48 = 0$$

1	-6
1	8

9. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 두 점 P, Q의 속도가 각각

$$v_1(t) = t^2 - t, \quad v_2(t) = t$$

(Handwritten note: $\frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2$ and $\frac{1}{2}t^2$)

이다. 출발한 후 시각 $t=k$ 에서 두 점 P, Q의 위치가 같아질 때, 양수 k 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\frac{1}{3}t^3 = t^2$$

$$\frac{1}{3}t = 1$$

10. 두 양수 a, b 가

$$\log_9 a + \log_3 b = 2, \quad \log_3 a = 8 \log_9 b$$

를 만족시킬 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

$$\frac{A}{2} + B = 2$$

$$A = 4B$$

$$3B = 2$$

$$B = \frac{2}{3}$$

$$A = \frac{8}{3}$$

$$\frac{6}{3^3} = 1$$

11. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x+2)}{x(f(x)-3)}$$

의 값이 $a=0$ 일 때 존재하고 $a=3$ 일 때 존재하지 않는다.
 $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$\begin{array}{ll} f(2)=0 & (2,0) (3^2) \\ f(3)=3 & y=3x-6 \\ & 12-6 \end{array}$$

12. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$2a_1(a_1+a_3) = 5a_2(a_1+a_2) = 20$$

을 만족시킬 때, $a_1 \times a_6$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ 3

$$r > 0$$

$$\begin{array}{l} a^2 + a^2 r^2 = 10 \\ a^2 r + a^2 r^3 = 4 \end{array}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{r^2 + 1}{r^2 + r}$$

$$5r^2 + 5 = r^2 + 2$$

$$4r^2 + 3 = 0$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{-1}$$

$$\frac{10a^2}{4} = 10$$

$$r = \frac{1}{3} \quad a = 3$$

$$a \times \frac{1}{3^5} = \frac{1}{27}$$

13. 두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > g(x)$ 를 만족시키고, $f(1) = g(1) + 1$ 이다. 양수 t 에 대하여 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 두 직선 $x = 0$, $x = t$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때,

$$S'(t) = t^2 - 2t + a$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, a 는 상수이다.) [4점]

$$S(t) = \int_0^t (t^2 - 2t + a) dx$$

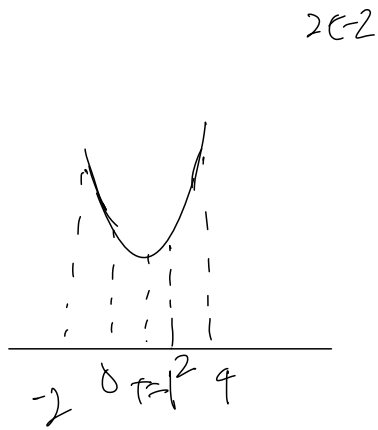
<보기>

~~㉠~~ $a = 1$

~~㉡~~ $S(3) = 6$

~~㉢~~ 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 두 직선 $x = -2$, $x = 2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는 $S(4)$ 의 값과 같다.

- ① ~~ㄴ~~ ② ~~ㄷ~~ ③ ~~ㄱ~~, ~~ㄴ~~ $a - a + 6$
- ④ ~~ㄱ~~, ~~ㄷ~~ ⑤ ~~ㄴ~~, ~~ㄷ~~



14. (양수 a)와 (자연수 b)에 대하여 $0 \leq x \leq 2$ 일 때 x 에 대한 방정식

$$\left(\cos(b\pi x) - \frac{1}{2}\right) \left(a\cos(b\pi x) + \frac{a+2}{2}\right) = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수는 15이다. $\frac{a+b}{2}$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

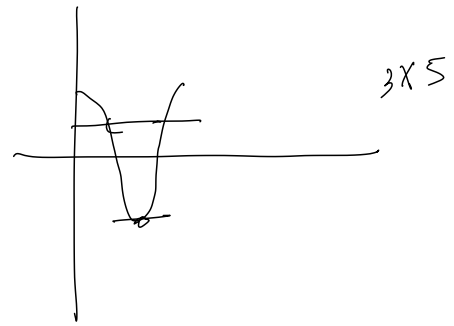
$a) 0 < b \in \mathbb{N} \quad 0 \leq x \leq 2$

$\cos(b\pi x) = \frac{1}{2} \text{ or } \cos(b\pi x) = -\frac{a+2}{2a}$ $\frac{a+2}{2a}$ $\frac{1}{2}$

ㄱ) $\frac{2\pi}{a} = \frac{2\pi}{b}$ b 개

$\frac{a+2}{2a} = -1$

$a+2 = -2a$
 $a = -2$

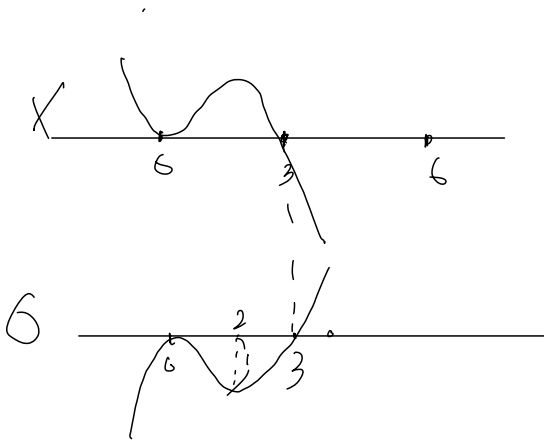


15. 상수항이 0인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\int_p^{p+3} |f(x)| dx \neq \left| \int_p^{p+3} f(x) dx \right|$ 가 되도록 하는 모든 실수 p 의 값의 범위는 $0 < p < 3$ 이다.
- (나) $\int_0^3 |f(x)+q| dx \neq \left| \int_0^3 (f(x)+q) dx \right|$ 가 되도록 하는 모든 실수 q 의 값의 범위는 $0 < q < 1$ 이다.

$f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30



$$f(2) = -1$$

$$f(x) = a(x-2)(x-3) = \frac{1}{4}(x-2)(x-3)$$

$$f(2) = -a = -1$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$f(6) = \frac{1}{4}(3)$$

단답형

16. 방정식 $3^{x-6} = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. (2) [3점]

$$3^{x-6} = 3^{-2x}$$

$$x=2$$

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 5$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$2x^3 + 5x + 3 \quad (10)$$

$$2+5+3$$

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_6 = 5, \quad a_5 = a_2 - 6$$

일 때, a_1 의 값을 구하시오. [3점]

(15)

$$\begin{aligned} b-d &= b-4d-6 \\ \Rightarrow d &= -6 \\ d &= -2 \end{aligned}$$

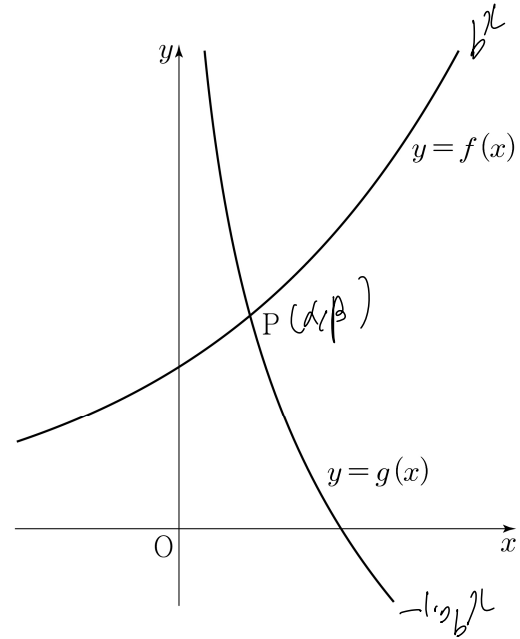
19. 곡선 $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 6$ 위의 점 $(1, 5)$ 에서의 접선의 y 절편을 구하시오. [3점]

(9)

$$\begin{aligned} 3x^2 - 10x + 3 \\ (-1) \cdot (-4(1-1) + 5) \end{aligned}$$

20. 그림과 같이 1보다 큰 실수 b 에 대하여

두 함수 $f(x) = b^x$ 과 $g(x) = -\log_b x$ 의 그래프가 제1사분면에서 만나는 점 P 의 좌표를 (α, β) 라 하자.



다음은 $\alpha\beta^3 = 1$ 일 때, 직선 OP 의 기울기 m 에 대하여 $g(m)$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)

제1사분면에 있는 점 $P(\alpha, \beta)$ 는 두 곡선 $y = f(x), y = g(x)$ 위의 점이므로, 두 양수 α, β 가 $\beta = b^\alpha, \beta = -\log_b \alpha$ 를 만족시킨다.

$\alpha\beta^3 = 1$ 이고 $\alpha = \log_b \beta, \beta = -\log_b \alpha$ 이므로 $3\alpha - \beta = 3\log_b \beta + \log_b \alpha = \log_b(\alpha\beta^3) = 0$ 이다. 그러므로 $m = \frac{\beta}{\alpha} = \boxed{(가)3}$ 이다.

$\beta^4 = m\alpha\beta^3 = m$ 이므로 $\beta = \boxed{(나)3^{\frac{1}{4}}}$ 이다.

$b = \alpha^{-\frac{1}{\beta}}$ 이고 $\alpha = \frac{\beta}{m}$ 이므로 $g(m) = -\log_b m = \frac{\beta}{\log_m \alpha} = \frac{\beta}{-1 + \log_m \beta} = \boxed{(다)}$ 이다.

$$\frac{2^{\frac{1}{2}}}{-1 + \frac{1}{2} \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{-4 \cdot 3^{-\frac{3}{4}}}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $(p \times q \times r)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$\begin{aligned} & 3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} \times 16 \times 3^{-\frac{3}{2}} \\ & 2-1 \\ & 3 \times 16 \end{aligned} \quad (48)$$

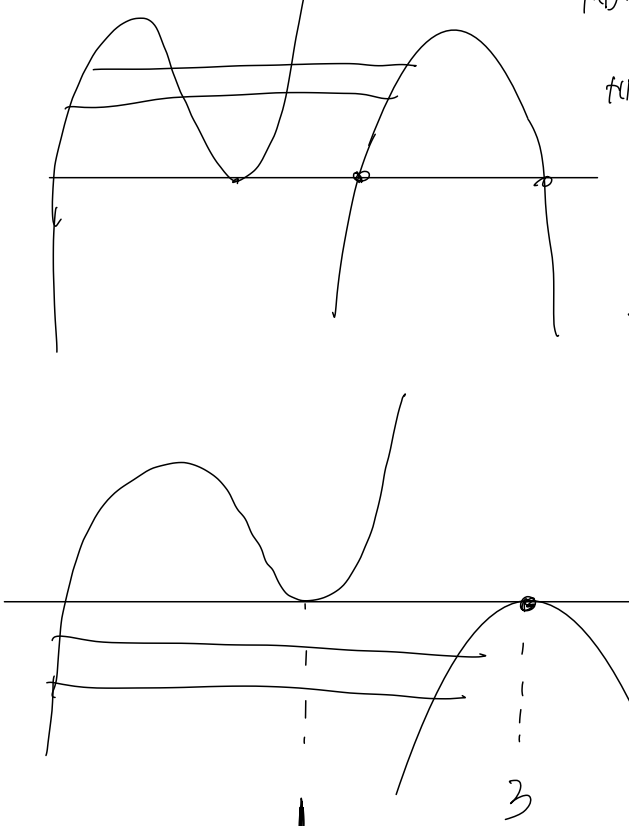
21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다.

실수 t 에 대하여

$$f(t) = f'(t) - 4t^2 + 4 = -t^2 + \dots = -(t-2)^2 + k$$

를 만족시키는 실수 α 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t=3$ 에서만 불연속이고 $g(3)=1$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

(1)



$f(t) = t^3 + 3t^2 - 9t + c$
 $f'(t) = 3t^2 + 6t - 9$
 $f(t) = f'(t) - 4t^2 + 4 = -t^2 + 6t - 5 + c$
 $f(2) = 8 + 12 - 18 + c = 2 + c = 1$
 $c = -1$
 $f(2) = 1$

[4점]

22. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1, a_3 = 4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$a_{2n} = a_n + 1$, $a_{4n+3} = a_{4n+1} = a_n + 4$
 를 만족시킨다. $a_k = 10$ 을 만족시키는 자연수 k 의 개수를 구하시오. [4점]

$a_1 = 1, a_2 = 2$
 $a_3 = 4$

6번에서 +4
x2 and +1 해서 10

$a_1 = 1$ case
 +1번 1번
 +4 1번 +3번 6x2 = 12
 +4 2번 +1번 4x3 = 12

$a_3 = 4$ case
 +1 6번 17번
 +4 1번 +2번 6번

$25 + 7 = 32$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인 하시오.