S&P 77제

초고난도 수능
확률과통계

확률을 넘어,
정답의 한계를 돌파하다.

PROBABILITY
& STATISTICS

최상위권을 위한 단 하나의 선택

S&P 77

Statistics & Probability 77

수능 확률과 통계 초고난도
무료배포 N제

경우의 수 30문항
확률 29문항
통계 18문항

UAA 수학

UAA

MADE by UND

2027 UAA 수학 커리큘럼

2026.03.25. 기준 / 시대인재books 출판

UAA 수학 공통 커리큘럼

총 2권 (1개 시리즈)

		출시 날짜
	2027 UAA 수학 킬러해체분석 N제 수학1 총 132제 원본 문항의 논리를 파편화하여 재구성한 약화된 문항과 강화된 문항으로 훈련하는 기출 변형 및 킬러 정복 N제	출시 완료
	2027 UAA 수학 킬러해체분석 N제 수학2 총 140제 원본 문항의 논리를 파편화하여 재구성한 약화된 문항과 강화된 문항으로 훈련하는 기출 변형 및 킬러 정복 N	출시 완료

UAA 수학 확률과 통계 커리큘럼

총 5권 (4개 시리즈)

		출시 날짜
?	2027 UAA S&P N제 확률과 통계 77제 무료 배포 확률과 통계 고난도 정복을 위하여, UAA 수학의 확률과 통계 무료배포 77제	(무료배포) 출시 완료
?	2027 UAA 어댑터(ADAPTER) N제 확률과 통계 (상, 하) 30회분 240제 기출에서 한걸음 더 나아간, 완벽한 감 유지를 위한 1일 8문항 모의고사형 N제로 경우의 수 3문항, 확률 3문항, 통계 2문항으로 이루어진 총 30set로 완벽 훈련	6월 중
?	2027 UAA 킬러(KILLER) N제 확률과 통계 총 100제 점점 어려워지는 확률과 통계 고난도 문항들을 정복하기 위한, 미출제 요소와 연계교재까지 분석하여 2027 수능의 청사진을 제시하는 고난도 N제	7월 말
?	2027 UAA ATOM N제 확률과 통계 고난도 문항을 해결하기 위한 최상위권의 사고 과정을 그대로 옮겨놓은 ATOM MAP과 함께 1일 1문항, 주어진 시간 내에 제시된 문항을 해결하는, UAA가 최초로 선보이는 1제 콘텐츠	8월 중

UAA 수학 모의고사 커리큘럼

총 2권 (1개 시리즈)

		출시 날짜
?	현재 미정 4회분	9월

*상기 일정은 변동될 수 있습니다(2026.02.09. 기준).

● 정오 사항 및 Q&A

◆ 정오표 다운로드

- sdijbooks.com (시대인재북스 홈페이지)
  또는 https://undteam.com (UND 공식 사이트)에서 다운로드

◇ 이의제기 / 정오사항 제보

교재 내용 정오사항에 관련된 이의제기 및 제보 등 질문은

카카오톡 채널 'UAA 콘텐츠' 또는 **인스타그램 @und.contents**로 부탁드립니다.

◇ S&P 77제에 대한 다양한 소통

S&P 77제는 빠른 정답만을 제공합니다.

정해진 하나의 풀이를 따라가는 대신, 여러분 각자의 사고 과정을 온전히 펼쳐 보시기를 바라는 마음에서입니다.

한 문제를 오래 붙들고 씨름하는 시간, 막히고 다시 돌아가고 또 다른 길을 더듬는 그 모든 순간

이 모든 것들이 바로, 수학이 가장 깊어지는 때라고 믿기 때문입니다.

그래서 이 교재에는 해설지가 없습니다.

대신 그 빈 자리를, 여러분의 풀이와 다른 누군가의 풀이가 함께 채워주기를 기다리고 있습니다.

문제를 풀다가 '아, 이렇게 접근하니 비로소 보이는구나' 하고 무릎을 친 순간이 있었다면,

혹은 '다른 사람들은 이 문제를 어떻게 바라볼까?'라는 호기심이 마음속에 피어올랐다면,

부디 그 생각을, 이곳 오르비에서 같은 문제를 함께 고민해 온 사람들과 여러분의 풀이와 시선을 나누어 주시기를 부탁드립니다.

수학은 결국 혼자 풀어내는 것 같지만, 그 과정을 함께 이야기하고 다양한 관점을 마주할 때 비로소 더 깊고 단단해집니다.

그렇게 서로의 사고가 모이고 쌓여, 따뜻한 수학 공동체의 풍경이 만들어지기를 진심으로 바랍니다.

카카오톡 아이디 : @uaacontents	인스타 아이디 : @und.contents
	@UND.CONTENTS

001

숫자 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 일렬로 배열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.)

> (가) 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 이웃하지 않는다.
> (나) 1이 적혀 있는 카드와 2가 적혀 있는 카드 사이에 놓인 카드의 개수는 2 이상이다.

002 숫자 0이 적혀 있는 카드 2장, 숫자 1이 적혀 있는 카드 5장, 숫자 2가 적혀 있는 카드 3장이 있다. 이 10장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 일렬로 배열할 때, 왼쪽에서 n번째에 놓인 카드에 적혀 있는 수를 $a_n\,(1 \le n \le 10)$이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.)

$a_k + a_{k+1} = 2$를 만족시키는 자연수 $k\,(1 \le k \le 9)$의 개수는 3이다.

003

집합 $X=\{1,2,3,4,5\}$의 원소 중에서 중복을 허락하여 7개를 택해 일렬로 나열한 수를 차례로 a_1, a_2, $\cdots$, a_7이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 순서쌍 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7)$의 개수를 구하시오.

(가) a_1은 홀수이다.
(나) $1 \le k \le 6$인 모든 자연수 k에 대하여 $a_k + a_{k+1}$의 값은 홀수이다.
(다) $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 \times a_7 = 240$이다.

004 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 12개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 수열 a_1, a_2, $\cdots$, a_{12}에 대하여 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수를 구하시오.

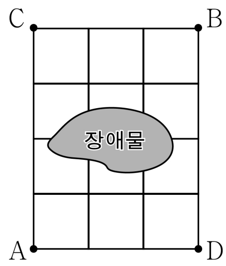
(가) a_1, a_2, $\cdots$, a_{12} 중 최댓값은 4이고, 최솟값은 1이다. (나) 모든 자연수 $n(1 \le n \le 11)$에 대하여, $\lvert a_{n+1} - a_n \rvert = 1$이다.

005 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 의자가 있다. 이 8개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 배열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

> (가) 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 합은 3의 배수가 아니다.
> (나) 1이 적혀 있는 의자와 4가 적혀 있는 의자는 서로 이웃하지 않는다.
> (다) 3이 적혀 있는 의자와 이웃한 서로 다른 두 의자에 적혀 있는 수의 곱은 짝수이다.

006

그림과 같이 정사각형 12개로 이루어져 있는 직사각형 모양의 도로망에 지나갈 수 없는 장애물이 있다. 갑은 점 A에서 출발하여 점 B까지, 을은 점 C에서 출발하여 점 D까지 도로망을 따라 최단 거리로 이동한다. 갑과 을이 동시에 출발하여 같은 속력으로 이동할 때, 한 번만 만나는 경우의 수를 구하시오.



007 어느 축제에 참가한 6개의 팀 A, B, C, D, E, F가 1일차와 2일차 중 하루를 택하여 각각 한 번씩 공연하려고 한다. 다음 조건을 만족시키도록 이 6개 팀의 공연 날짜와 공연 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.

> (가) 1일차와 2일차 각각에 공연하는 팀의 수는 2 또는 4이다.
> (나) 팀 A는 1일차에, 팀 B와 팀 C는 2일차에 공연한다.
> (다) 팀 D와 팀 E가 같은 날에 공연한다면 팀 D는 팀 E보다 항상 먼저 공연한다.

008 검은 공 6개와 흰 공 6개를 모두 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 일렬로 배열할 때, 검은 공, 흰 공, 검은 공이 순서대로 이웃하여 놓이지 않도록 배열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.)

009 숫자 0이 적혀 있는 카드 3장, 숫자 1이 적혀 있는 카드 4장, 숫자 2가 적혀 있는 카드 3장이 있다.
이 10장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, n번째 자리에 놓인 카드에 적혀 있는 수를 a_n이라 하자.
다음 조건을 만족시키도록 카드를 놓는 경우의 수를 구하시오.
(단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.)

> (가) 모든 자연수 $n(1 \le n \le 9)$에 대하여
> $a_n \ne a_{n+1}$이다.
>
> (나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{9}(a_{n+1} - a_n)^2 = 15$

010 집합 $X=\{x\text{는 정수} \mid -8 \le x \le 8,\, x \ne 0\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \to X$의 개수를 구하시오.

(가) 모든 $x \in X$에 대하여 $f(f(x)) = -x$이다. (나) $1 \le x \le 7$인 정수 x에 대하여 $f(x) \ne x+1$이다. (다) $f(8) \ne 1$이다.

011 집합 $X=\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$의 개수를 구하시오.

(가) X의 모든 원소 x에 대하여 $x+f(x) \in X$이다. (나) X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \geq f(x_2)$이다. (다) $f(-1)+f(1)=0$

012

두 집합

$X=\{x\,|\,x$는 6 이하의 자연수$\}$,

$Y=\{x\,|\,x$는 12 이하의 자연수$\}$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to Y$의 개수를 구하시오.

(가) $x_1 < x_2$인 임의의 두 원소 x_1, $x_2 \in X$에 대하여 $f(x_1) \le f(x_2)$이다.
(나) $f(1)$은 홀수이고, $x=1$, 2일 때 $f(x)+f(x+1)$은 홀수이다.
(다) $f(3)\times f(4)\times f(5)\times f(6)$는 홀수이다.

013 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X\to X$의 개수를 구하시오.

(가) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다.
(나) 집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $f(9-f(x)) \le 4$이다.
(다) $f(4)+f(5) \ge 8$

014 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6,7\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X\rightarrow X$의 개수를 구하시오.

> (가) $f(1)+f(7)=6$
>
> (나) $(f(1))^2 \le f(2) \le f(3) \le f(4) \le f(5) \le f(6) \le 3f(7)$
>
> (다) $f(4)$의 값은 짝수이다.

015 집합 $X=\{1,2,3,4,5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f:X\rightarrow X$의 개수를 구하시오.

(가) $x=1$, 2, 3, 4일 때, $f(x+1)\geq f(x)+x-2$이다.
(나) $f(3)$의 값은 짝수이다.

016 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수를 구하시오.

> (가) $f(1) \le f(2) \le f(3)$이고, 세 수 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$은 모두 홀수이다.
> (나) $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6)$의 값은 짝수이다.
> (다) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이고, 치역의 원소 중 적어도 하나는 짝수이다.

017

네 명의 학생 A, B, C, D에게 검은색 마스크 5개와 흰색 마스크 5개를 남김없이 나누어 줄 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오.
(단, 같은 색 마스크끼리는 서로 구별하지 않고, 마스크를 받지 못하는 학생은 없다.)

(가) 학생 A가 받는 검은색 마스크의 개수는 학생 B가 받는 흰색 마스크의 개수와 같다. (나) 학생 C가 받는 마스크는 3개이다.

018 숫자 0, 1, 2, 3이 적혀 있는 카드가 총 11장 있다. 이 중 0이 적힌 카드는 6장, 1이 적힌 카드는 2장, 2가 적힌 카드는 2장, 3이 적힌 카드는 1장이다. 이 11장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오.
(단, 같은 숫자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.)

(가) 양 끝에 놓인 카드에 적힌 숫자는 0이 아니다. (나) 이웃한 두 카드에 적힌 숫자의 곱은 항상 0이다. (다) 연속하여 놓인 임의의 세 카드에 적힌 숫자의 합은 3 이하이다.

019

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5의 모든 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$의 개수를 구하시오.

(가) $4x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 16$

(나) x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 중에서 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M - m = x_1$이다.

(다) $x_n = M(1 \le n \le 5)$인 n은 오직 하나이다.

020 좌표평면의 원점 O에 점 P가 있다. 한 번의 이동에서 점 P는 x축의 양의 방향으로 1만큼, y축의 양의 방향으로 음이 아닌 정수만큼 이동한다.
점 P가 원점 O에서 출발하여 5번 이동한 후 도착한 점을 $(5, y_5)$라 할 때, 자연수 $n(1 \le n \le 5)$에 대하여 n번째 이동 후 점 P의 y좌표를 y_n이라 하자.
y_n이 다음 조건을 만족시킬 때, 점 P가 이동하는 모든 경로의 수를 구하시오.

(가) $y_2 \le 1$이고 $y_5 \le 12$이다. (나) $y_3 - y_2$, $y_4 - y_3$, $y_5 - y_4$ 중 적어도 하나는 $y_1 + y_2$의 값과 같다.

021 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오.

(가) $a+b+c+d=39$

(나) $a(c+d)+48b=2b(c+d)+24a$

(다) $a \le c$이고 $b \le d$이며 c와 d는 모두 짝수이다.

022 네 명의 학생 A, B, C, D에게 흰색 카드 7장과 검은색 카드 13장을 남김없이 나누어 줄 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오.
(단, 같은 색의 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.)

(가) 4명의 학생은 각각 흰색 카드와 검은색 카드를 1장 이상씩 받는다.
(나) 4명의 학생은 각각 흰색 카드를 3장 이하로 받는다.
(다) 각 학생이 받는 전체 카드의 개수는 홀수이다.

023 빨간색 공 12개와 파란색 공 12개를 네 명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색의 공끼리는 서로 구별하지 않으며, 공을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

(가) 학생 A가 받는 공의 개수는 4 이하이다.
(나) 학생 B가 받는 빨간색 공의 개수는 파란색 공의 개수보다 많다.
(다) 학생 C가 받는 빨간색 공의 개수와 파란색 공의 개수는 서로 같고, 학생 D가 받는 빨간색 공의 개수와 파란색 공의 개수도 서로 같다.

024 빨간색 카드 1장, 파란색 카드 1장, 노란색 카드 3장, 보라색 카드 3장이 있다. 이 8장의 카드를 세 명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 줄 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색의 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.)

> (가) 두 학생 A, B는 각각 1장 이상의 카드를 받고, 학생 C는 2장 이상의 카드를 받는다.
> (나) 학생 A가 받는 카드의 서로 다른 색의 개수는 학생 B가 받는 카드의 서로 다른 색의 개수보다 많다.

025 일렬로 놓인 12개의 서로 다른 상자에 모양과 크기가 같은 10개의 공을 남김없이 나누어 넣으려고 한다. 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오.

(가) 각 상자에 들어 있는 공의 개수는 2 이하이고, 2개의 공이 들어 있는 상자의 개수는 3 이상이다. (나) 2개의 공이 들어 있는 상자와 이웃한 상자에는 공을 넣지 않는다. (다) 공이 들어 있지 않은 상자의 개수는 홀수이다.

026 집합 $X = \{0, 1, 2, \cdots, 13\}$에서 다음 조건을 만족시키는 원소의 개수가 4인 X의 부분집합 A의 개수를 구하시오.

> 집합 A의 원소를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 a, b, c, d라 할 때,
> - $b-a \geq 2$, $c-b \geq 2$, $d-c \geq 2$이고
> - $a \leq 1$ 또는 $d \geq 12$이다.

027 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오.

(가) $a+b+c+d=15$

(나) $2^a \times 4^b$은 32의 배수이다.

(다) $3^b \times 9^c$은 243의 배수이다.

028 검은색 지우개 20개와 흰색 지우개 10개를 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색의 지우개끼리는 서로 구별하지 않으며, 지우개를 하나도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.)

(가) 학생 A가 받는 지우개의 개수는 5 이하이며, 학생 A는 검은색 지우개와 흰색 지우개를 각각 1개 이상 받는다.
(나) 학생 B가 받는 검은색 지우개의 개수는 학생 B가 받는 흰색 지우개의 개수의 2배보다 많다.
(다) 두 학생 C, D는 각각 받는 검은색 지우개의 개수가 받는 흰색 지우개의 개수의 2배이다.

029

자연수 a, b, m, $n\,(m>n)$에 대하여 다항식 $p(x)$를

$$p(x)=(ax+b)\times\left((x^2+m)^4-(x^2+n)^4\right)$$

이라 하자. $p(x)$의 전개식에서 최고차항의 계수는 32이고, x^5의 계수는 240이며, x^2의 계수는 152이다.
$a+m+n$의 값을 구하시오.

030 자연수 a, b, n에 대하여 $\left(ax+\frac{b}{x}\right)^n$의 전개식이 다음 조건을 만족한다.

> x^2의 계수, 상수항, $\frac{1}{x^2}$의 계수는 0이 아니며
>
> 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

이 조건을 만족시키는 모든 a, b에 대하여 서로 다른 $\frac{b}{a}$의 값의 합이 $\frac{25}{12}$일 때, n의 값을 구하시오. (단, a와 b는 서로소인 자연수이다.)

031 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f:X\to X$ 중에서 임의로 하나를 선택하는 시행을 한다.

> (가) $a\in X$, $b\in X$에 대하여
> a가 b의 약수이면 $f(a)$는 $f(b)$의 약수이다.
> (나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

이 시행에서 선택한 함수가 $f(2)=f(3)$을 만족시킬 확률은 p이다. $394\times p$의 값을 구하시오.

032

집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$ 중 임의로 하나를 선택한다.

> 함수 $f(x)$의 치역의 원소의 개수를 k라 할 때,
> 집합 X의 모든 원소 x에 대하여
> 방정식 $f(x)=k$를 만족하는 x의 개수는 $(5-k)$개다.

집합 X의 원소 중 함수 f의 치역에 속하지 않는 모든 원소의 합이 짝수일 확률은 p이다. $112 \times p$의 값을 구하시오.

033 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6\}$에 대하여 X에서 X로의 일대일대응 f 중에서 임의로 하나를 선택한다.
이 함수가 $f(1)+f(2)+f(3)=12$를 만족시킬 때,
$f(|f(1)-f(2)|)\geq f^{-1}(5)$도 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다.
$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

034

3 이상의 자연수 n에 대하여 서로 다른 3개의 서버 A, B, C에 같은 종류의 작업 n개를 남김없이 나누어 할당하는 모든 방법 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 서버 A에 할당된 작업의 개수가 나머지 두 서버에 할당된 작업의 개수의 합보다 클 확률을 p, 서버 B에 할당된 작업의 개수가 1 이하이고, 서버 B에 할당된 작업의 개수가 1이면 서버 C에 할당된 작업의 개수가 0일 확률을 q라 하자.
$p=q$일 때, 어느 서버에 할당된 작업의 개수도 나머지 두 서버에 할당된 작업의 개수의 합보다 작을 확률을 r라 하자.
$60(n+r)$의 값을 구하시오. (단, 작업을 할당받지 못하는 서버가 있을 수 있다.)

035 주머니 A에는 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적힌 3개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적힌 4개의 공이 들어 있다.
이 주머니와 공을 사용하여 갑과 을은 다음 시행을 한다.

> 갑은 주머니 A에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 3번 반복하고,
> 을은 주머니 B에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 2번 반복한다.

갑이 확인한 세 수의 합이 을이 확인한 두 수의 합보다 크고 갑이 확인한 세 수의 합에서 을이 확인한 두 수의 합을 뺀 값이 홀수일 때, 갑이 확인한 세 수를 크기순으로 나열하였을 때 등차수열이 될 확률은 $\frac{q}{p}$이다.
$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

036 탁자 위에 6개의 동전이 모두 앞면이 보이도록 일렬로 놓여 있다. 이 6개의 동전과 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 6번 던져서 $n\,(1 \le n \le 6)$번째에 나오는 주사위의 눈의 수를 a_n이라 할 때,
>
> - $a_n \le 2$이면
>   1번째 자리부터 n번째 자리까지 놓여 있는 n개의 동전을 각각 한 번씩 뒤집어 제자리에 놓는다.
> - $a_n \ge 3$이면
>   어느 동전도 뒤집지 않고 그대로 둔다.

시행이 끝난 후 앞면이 보이도록 놓여 있는 동전의 개수가 홀수일 때, 5번째 자리의 동전이 앞면이 보이도록 놓여 있을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

037 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4개의 빈 상자와 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 이 4개의 상자에 8개의 공과 4장의 카드를 남김없이 나누어 넣는 시행을 한다.

(가) 1이 적힌 상자에 들어 있는 카드의 개수는 1이고, 4가 적힌 상자에 들어 있는 카드의 개수는 2이다.

(나) $k=1$, 2, 3, 4에 대하여 k가 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수를 b_k라 하자.
k가 적힌 상자에 들어 있는 카드가 1장 이상일 때, 그 상자에 들어 있는 카드에 적힌 수 중 가장 작은 수를 m_k라 하면 $b_k \geq |k-m_k|$이다.
k가 적힌 상자에 들어 있는 카드가 없다면, $b_k \geq k$이다.

이 시행을 1번 한 후, 1이 적힌 상자에 들어 있는 카드에 적힌 수가 1일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이며, 공이나 카드를 넣지 않는 상자가 있을 수 있다.)

038 정사면체 ABCD의 꼭짓점 A에 점 P가 있다. 이 점 P는 다음 규칙에 따라 1초마다 모서리를 따라 이웃한 꼭짓점으로 이동하는 시행을 한다.

- 1초 후에는 점 A와 이웃한 세 꼭짓점 중 임의로 한 점을 선택하여 이동한다.
- $n\,(n \geq 2)$초 후에는 $(n-1)$초에 위치한 꼭짓점과 이웃한 세 꼭짓점 중에서 $(n-2)$초에 위치한 꼭짓점을 제외한 나머지 두 꼭짓점 중 임의로 한 점을 선택하여 이동한다.

점 P가 이동을 시작한 지 7초 후에 꼭짓점 A에 있을 때, 이동을 시작한 지 4초 후에 꼭짓점 B에 있었을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

039 앞면에는 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드가 7 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 자연수 k가 보이도록 놓여 있다. 이 7장의 카드와 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7개의 공이 들어 있는 주머니를 사용하여 다음 시행을 한다.

주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 꺼낸 공에 적힌 수가 k일 때, k의 약수가 적힌 자리에 놓여 있는 카드를 모두 한 번씩 뒤집어 제자리에 놓고 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣는다.

이 시행을 3번 반복한 후 7장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수일 때, 꺼낸 공에 적혀 있던 3개의 수가 모두 다르고, 세 수의 합이 15 이상일 확률이 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

040

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 꺼내어 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 두 번 반복한다. 첫 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 a_1, 큰 수를 a_2라 하고, 두 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를 b_1, 큰 수를 b_2라 하자.
자연수 m에 대하여 두 집합 A, B를

$$A=\{m \mid a_1 \le m \le a_2\},\ B=\{m \mid b_1 \le m \le b_2\}$$

이라 하자. 세 집합 $A\cap B$, $A-B$, $B-A$가 모두 공집합이 아닐 때, $n(A\cup B)$가 홀수이고 $n(A\cap B)$가 짝수일 확률이 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $n(X)$는 집합 X의 원소의 개수이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

041

집합 $X=\{1,2,3,4,5,6\}$에 대하여 다음 규칙에 따라 부분집합 S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6을 차례대로 정한다.

> (가) S_1은 공집합이다.
>
> (나) $n=2$, 3, 4, 5, 6에 대하여
> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k일 때,
> $k \in S_{n-1}$이면 $S_n = S_{n-1} - \{k\}$이고,
> $k \not\in S_{n-1}$이면 $S_n = S_{n-1} \cup \{k\}$이다.

$S_2 \subseteq S_4 \subseteq S_6$일 때, $n(S_6)=1$일 확률이 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

042 흰 공과 검은 공이 각각 10개 이상 들어 있는 바구니와 비어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수를 k라 하자.
>
> 주머니에 들어 있는
> 흰 공의 개수가 검은 공의 개수보다 작거나 같을 때,
> $k \le 4$이면 흰 공 2개를 넣고
> $k \ge 5$일 때 검은 공 1개를 넣는다.
>
> 주머니에 들어 있는
> 흰 공의 개수가 검은 공의 개수보다 많을 때,
> $k \le 4$이면 검은 공 2개를 넣고
> $k \ge 5$일 때 흰 공 1개를 넣는다.

이 시행을 6번 반복할 때, $n\,(1 \le n \le 6)$번째 시행 후 주머니에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 a_n, b_n이라 하자. $a_6 = b_6$일 때, $1 \le m \le 5$인 모든 자연수 m에 대하여 $a_m \ne b_m$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

043

앞면에는 문자 A, 뒷면에는 문자 B가 적힌 한 장의 카드가 있다. 처음에 문자 A가 보이도록 카드가 놓여 있다.
이 카드와 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

동전을 한 번 던져 앞면이 나오면 카드를 한 번 뒤집고, 뒷면이 나오면 이전 시행에서 던진 동전이 앞면이 나왔을 때 카드를 한 번 뒤집고, 이전 시행에서 던진 동전이 뒷면이 나왔을 때 카드를 그대로 둔다.

이 시행을 8번 반복한 후 문자 A가 보이도록 카드가 놓여 있을 때, 4번째 시행 후 문자 A가 보이고 8번의 시행 중 동전의 앞면이 나온 횟수가 4번일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이며, 첫 번째 시행에서 동전이 뒷면이 나오면 카드를 그대로 둔다.)

044 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 임의로 일렬로 나열할 때, 왼쪽에서부터 n번째 놓인 카드에 적힌 수를 a_n이라 하자.
나열된 카드가 부등식

$$a_1+a_2 \leq a_3+a_4 < a_5+a_6$$

을 만족시킬 때, $a_2+a_3=7$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

045

하나의 주머니와 두 상자 A, B가 있다. 주머니에는 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적힌 5장의 카드가 들어 있고, 상자 A에는 흰 공과 검은 공이 각각 15개 이상 들어 있으며, 상자 B는 비어 있다.
이 주머니와 두 상자 A, B를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어
> 카드에 적힌 수를 확인한 후 다시 주머니에 넣는다.
> 확인한 수가 1이면
> 상자 A에 있는 흰 공 1개를 상자 B에 넣고,
> 확인한 수가 2 또는 3이면
> 상자 A에 있는 흰 공 1개와 검은 공 1개를 상자 B에 넣고,
> 확인한 수가 4이면
> 상자 A에 있는 검은 공 2개를 상자 B에 넣고,
> 확인한 수가 5이면
> 상자 A에 있는 흰 공 2개와 검은 공 1개를 상자 B에 넣는다.

이 시행을 5번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 흰 공의 개수와 검은 공의 개수가 같을 때, 3번째 시행이 끝난 후에도 상자 B에 들어 있는 흰 공의 개수와 검은 공의 개수가 같았을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

046 12 개의 공과 1 부터 6 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6 개의 빈 상자가 있다.
한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 일 때, $k \leq 3$ 이면 1 부터 k 까지의 자연수가 적힌 상자에 공을 각각 1 개씩 넣고, $k \geq 4$ 이면 k 부터 6 까지의 자연수가 적힌 상자에 공을 각각 1 개씩 넣는다.

이 시행을 4 번 반복한 후 비어 있는 상자의 개수가 1 일 때, 2 가 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수와 5 가 적힌 상자에 들어 있는 공의 개수가 같을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

047 원형 탁자에 숫자 1, 2, 3, 4가 각각 적힌 4개의 전등이 일정한 간격을 두고 시계 방향으로 놓여 있다. 처음에 4개의 전등은 모두 꺼져 있다.
이 4개의 전등과 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k일 때,
>
> $k \leq 4$이면 숫자 k가 적힌 전등으로부터
> 시계 방향으로 이웃한 전등을
> 꺼져 있으면 켜고, 켜져 있으면 끈다.
>
> $k \geq 5$이면 아무것도 하지 않는다.

이 시행을 6번 반복한 후 처음으로 4개의 전등이 모두 켜져 있을 때, 숫자 1이 적힌 전등이 6번의 시행 동안 한 번만 켜졌다가 꺼졌을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

048 3개의 세균 배양용 배지 A, B, C가 있다. 배지 A에는 일반 세포 3개와 돌연변이 세포 1개가 들어 있고, 배지 B에는 일반 세포 4개가 들어 있으며, 배지 C는 비어 있다.
배지 A, B, C에 대해 다음 시행을 한다.

배지 A와 배지 B에서 각각 임의로 1개의 세포를 꺼내어 배지 C에 넣고, 배지 C의 세포 중 임의로 1개의 세포를 꺼내어 배지 A에, 나머지 한 세포를 배지 B에 넣는다.

3번의 시행 후 배지 A에 돌연변이 세포가 들어 있을 때, 1번째 시행에서 배지 A와 배지 B에서 각각 임의로 1개의 세포를 꺼내어 배지 C에 넣은 후 배지 C에 돌연변이 세포가 들어 있었을 확률은 p이다. $91 \times p$의 값을 구하시오.

049 주머니에는 1부터 4까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 카드가 들어 있다. 자연수 m과 n에 대해 숫자 1이 적힌 카드는 m장, 숫자 2가 적힌 카드는 n장, 숫자 3이 적힌 카드는 4장, 숫자 4가 적힌 카드는 1장이다.
이 주머니에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 홀수인 사건과 두 수의 곱이 3의 배수인 사건이 서로 독립이다. m^2+n^2의 값을 구하시오.

050

자연수 m, n에 대하여 어느 동아리의 회원은 1학년 $m\,(m<5)$명, 2학년 n명, 3학년 5명으로 구성되어 있다. 이 동아리에서 임의로 2명의 대표를 동시에 선발하는 시행을 한다. 선발된 2명의 학생의 학년의 합이 짝수인 사건을 E라 하고, 선발된 2명 중 1학년 학생이 적어도 1명 포함되는 사건을 F라 하자. 두 사건 E와 F가 서로 독립일 때, m^2+n^2의 값을 구하시오.

051

주머니 A에는 숫자 1, 1, 2가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이, 주머니 B에는 숫자 1, 2, 2가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있다.
두 주머니 A, B에서 각각 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 두 공에 적힌 수의 합을 확인한 후 꺼낸 주머니에 각각 다시 넣는 시행을 3번 반복한다. 이때 n번째 시행에서 확인한 두 수의 합을 a_n이라 하자. $S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$라 할 때, S_n이 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다.

> (가) S_3은 3의 배수이다.
> (나) S_1과 S_2는 3의 배수가 아니다.
> (나) a_1, a_2, a_3 중 3이 적어도 하나 존재한다.

$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

052

주머니 A에는 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 2장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 들어 있다.
동전 한 개를 사용하여 다음 시행을 3번 반복한다.

동전을 1번 던져 앞면이 나오면 주머니 A에서, 뒷면이 나오면 주머니 B에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 적힌 수를 확인하고, 꺼낸 카드는 다시 넣는다.

이 시행을 3번 반복한 뒤 확인한 3개의 수의 합이 6일 때, 동전의 앞면이 2회 나왔을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

053 주머니에 모양과 크기가 같은 8장의 카드가 들어 있다. 이 중 4장은 검은색이고, 4장은 흰색이다. 검은색 카드 4장에는 각각 1, 1, 1, 2의 숫자가 하나씩 적혀 있고, 흰색 카드 4장에는 각각 1, 2, 2, 2의 숫자가 하나씩 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 1장의 카드를 꺼내어 색과 숫자를 확인한 후 다시 넣는 시행을 5번 반복한다. 5번의 시행에서 꺼낸 카드에 적힌 숫자의 합이 3의 배수일 때, 검은색 카드가 3번 나오고 이 3번의 검은색 카드에 적힌 숫자가 모두 같을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

054 두 팀 A, B가 7번의 시합을 하여 먼저 4번을 이기는 팀이 우승하는 게임을 한다. 각 시합에서 A팀이 이길 확률은 $\frac{2}{3}$이고, B팀이 이길 확률은 $\frac{1}{3}$이다.
이 게임에서 A팀이 최종적으로 우승하였을 때, 게임이 종료될 때까지 각 시합 종료 이후 B팀의 승리 횟수가 A팀의 승리 횟수보다 많은 시합 종료 시점이 오직 한 번이었을 확률이 p이다. $113\times p$의 값을 구하시오.

055

좌표평면의 원점 O에 점 P가 있고, 탁자 위에는 2개의 동전 A, B가 모두 앞면이 보이도록 일렬로 놓여 있다. 한 개의 주사위를 이용하여 다음 시행을 한다.

- 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 1, 2, 3이면 점 P를 x축의 양의 방향으로 1만큼 이동시키고 동전 A와 B 중 A만 뒤집는다.
- 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 4이면 점 P를 y축의 양의 방향으로 1만큼 이동시키고 동전 A와 B 중 B만 뒤집는다.
- 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 5이면 점 P를 x축의 양의 방향으로 1만큼, y축의 양의 방향으로 1만큼 이동시키고 동전 A와 B를 모두 뒤집는다.
- 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 6이면 점 P를 이동시키지 않고, 어느 동전도 뒤집지 않는다.

이 시행을 4번 반복한 후 동전 A는 뒷면, 동전 B는 앞면이 보이도록 놓여 있을 때, 2번째 시행 후 점 P의 x좌표가 y좌표보다 크고, 4번째 시행 후 점 P의 y좌표가 0보다 크며 x좌표가 y좌표보다 1만큼 더 클 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

056 주머니에 숫자 1이 적힌 공 1개, 숫자 2가 적힌 공 2개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 적힌 수를 확인하고 다시 넣는 시행을 12번 반복한다.
숫자 n이 나오는 횟수를 a_n, $k=|a_1-a_2|$이라 하자.
$a_k>k$일 때, $a_1>a_2$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

057 각 면에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자가 있다. 이 상자를 던져 밑면에 적힌 숫자를 읽는 시행을 6번 반복한다. 6번의 시행 중 숫자 $k\,(1 \leq k \leq 4)$가 나온 횟수를 a_k라 할 때, 복소수 z를

$$z = a_1 \times i + a_2 \times i^2 + a_3 \times i^3 + a_4 \times i^4$$

이라 하자. z^2이 음의 실수일 때, $z^2 = -4$일 확률은 p이다. $262 \times p$의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$이다.)

058

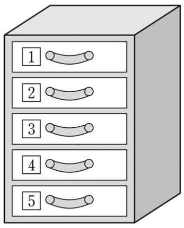
한 개의 주사위를 3번 던져 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 하자. 함수 $f(x)=2^{x-a}+b$와 역함수 $f^{-1}(x)$에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=f^{-1}(x)$이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=f^{-1}(x)$로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수가 c의 배수일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

059 $n \geq 9$인 자연수 n에 대하여 1부터 n까지의 자연수가 하나씩 적힌 n장의 카드 중에서 서로 다른 7장의 카드를 동시에 뽑는다.
뽑힌 카드에 적힌 수가 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, 3번째로 작은 수를 확률변수 X, 5번째로 작은 수를 확률변수 Y라 하자. $\mathrm{E}(Y)-\mathrm{E}(X)=10$일 때, n의 값을 구하시오.

060 주머니 안에 100원짜리 동전 5개와 500원짜리 동전 5개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 동전을 한 번에 1개씩 꺼내는 시행을 반복한다. 꺼낸 동전들의 금액의 총합이 처음으로 1500원 이상이 될 때까지 꺼낸 동전의 개수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, 꺼낸 동전은 다시 주머니에 넣지 않으며, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

061

1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 서랍이 있다. 5개의 서랍 중 영희에게 임의로 2개를 배정하고, 남은 3개의 서랍 중 철수에게 임의로 2개를 배정하려고 한다. 영희에게 배정되는 서랍에 적혀 있는 두 수 중 작은 수를 a_1, 큰 수를 a_2라 하고, 철수에게 배정되는 서랍에 적혀 있는 두 수 중 작은 수를 b_1, 큰 수를 b_2라 하자.
$a_1 \le x \le a_2$, $b_1 \le x \le b_2$를 모두 만족시키는 정수 x의 개수를 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{V}(15X)$의 값을 구하시오.



062 6개의 동전을 동시에 던져서 앞면이 나오는 동전의 개수를 확률변수 X라 하자. 상수 a에 대하여 이산확률변수 Y를

$$Y=\begin{cases} X & (|X-\mathrm{E}(X)|\le 1\text{인 경우}) \\ a-X & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

라 하자. $\mathrm{V}(Y)$의 값이 최소가 되도록 하는 a의 값을 a_0라 하고, 그때의 $\mathrm{V}(Y)$의 값을 m이라 할 때, $10\times(a_0+m)$의 값을 구하시오.

063 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(0, 1^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(t, \{f(t)\}^2)$을 따른다.
X와 Y의 확률밀도함수를 각각 $g(x)$, $h(x)$라 할 때 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) x에 대한 방정식 $h(x)=g(0)$이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 t의 집합은 $\{t \mid 1<t<2\} \cup \{t \mid 2<t<3\}$이다.
> (나) $f(x)$의 최솟값은 양수이다.

$t=4$일 때, $\mathrm{P}(Y \le 30)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 k라 하자. $1000 \times k$의 값을 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.493
3.0	0.498

064 양수 t에 대하여 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(5t,\ t^2)$을 따른다.

$$\mathrm{P}(X \geq t^2+4) \geq \frac{1}{2}$$

이 되도록 하는 모든 양수 t에 대하여 $\mathrm{P}(X^2-(t^2+2t)X+2t^3 \leq 0)$의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 k라 하자. $1000 \times k$의 값을 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.493
3.0	0.498

065 자연수 k, σ에 대하여 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\displaystyle\sum_{n=1}^{7} \mathrm{P}(X \geq 4n-6) = \frac{7}{2}$
>
> (나) $\mathrm{P}(|X-(m-2\sigma)| \leq 3\sigma+k) + \mathrm{P}(X \geq m+5\sigma+k)$
> $= \mathrm{P}\left(Z \leq \dfrac{k}{2}\right)$
>
> (단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.)

$\sigma < k$일 때, $m+10\sigma+k^2$의 값을 구하시오.

066 두 양수 m_1, $m_2\ (m_1 < m_2)$와 σ에 대하여 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m_1, \sigma^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m_2, \sigma^2)$을 따른다.
X와 Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때 $f(x)$, $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여
$(x-30)\times(f(x)-g(x)) \le 0$이다.
(나) x에 대한 방정식 $g(x)=f(20)$은 오직 하나의 실근을 갖는다.
(다) $\mathrm{P}(X \ge m_2)=0.0228$

$\mathrm{P}(Y \le k)=\mathrm{P}(X \ge 35)$를 만족시키는 상수 k의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

067 자연수 m에 대하여 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m, 2^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(10, m^2)$을 따른다.
X와 Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하고, 실수 $t\,(t \neq m)$에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$의 서로 다른 두 실근의 곱을 $h(t)$라 하자.
두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(m-5)\times(f(m)-g(10))<0$
(나) $t \neq m$인 모든 실수 t에 대하여
$\mathrm{P}(Y \geq h(t)+4) \geq \mathrm{P}(X \leq m-2)$이다.

$\mathrm{P}(Y \leq m+11.5)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 k라 하자. $1000\times k$의 값을 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477

068 양수 k에 대하여 정규분포 $\mathrm{N}(m, (k\sigma)^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$, 정규분포 $\mathrm{N}(m+2, \sigma^2)$을 따르는 모집단에서 크기가 $9n$인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{Y}$라 하자.
이때 $\overline{X}$, $\overline{Y}$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}\left(\overline{X} \geq m+\frac{12}{n}\right)=\mathrm{P}\left(\overline{Y} \leq m+2-\frac{8}{n}\right)$
(나) $\mathrm{P}\left(\overline{X} \leq m-\frac{12}{n}\right)=0.1587$

$\mathrm{P}\left(\overline{Y} \geq m+2+\frac{20}{n}\right)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 p라 하자. $10000 \times p$의 값을 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

069

자연수 m, σ에 대하여 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르고, 이 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자.
자연수 n에 대하여 확률변수 X, $\overline{X}$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} \mathrm{P}(X \leq k) = 9.5$

(나) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \left(\mathrm{P}(\overline{X} \leq k) - \mathrm{P}(X \leq k)\right) = 0.1359$

$m+n+\sigma$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

070 이산확률변수 X가 가지는 값이 1부터 3까지의 정수이고, $\mathrm{P}(X=1)$, $\mathrm{P}(X=2)$, $\mathrm{P}(X=3)$의 값은 모두 양수이다.
이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{E}(\overline{X})=\frac{7}{3}$이고 $\overline{X}$의 값이 정수일 확률은 $\frac{5}{9}$이다.
이 모집단에서 크기가 3인 표본을 임의추출하여 얻은 3개의 표본을 차례대로 X_1, X_2, X_3이라 하자.

X_1, X_2, X_3의 표본평균이 2일 때, $X_1 > X_2$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다.
$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

071

어느 모집단의 확률변수 X가 가지는 값은 0, 1, 2, 3, 4이다. 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\overline{X}$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(\overline{X}=0)=\mathrm{P}(\overline{X}=4)=\dfrac{1}{25}$
(나) $\mathrm{E}(\overline{X})=2$

$\mathrm{P}(\overline{X}=2)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $100(M+m)$의 값을 구하시오.

072

주머니 A에는 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적힌 3개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적힌 4개의 공이 들어 있다. 두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고, 나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다. 꺼낸 2개의 공에 적혀 있는 두 수의 차를 기록한 후, 공을 꺼낸 주머니에 2개의 공을 다시 넣는다.

이 시행을 2번 반복한 후, 기록한 두 수의 평균을 $\overline{X}$라 하자. $\overline{X}=2$일 때, 2번의 시행 중 적어도 한 번은 주머니 A에서 공을 꺼냈을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

073

어느 재수종합반 학원 학생들의 하루 공부 시간은 평균이 m이고 표준편차가 자연수 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학원의 학생 중 n_1명을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다. 이 학원의 학생 중 n_2명을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \le m \le d$이다. 크기가 n_1, n_2인 표본의 표본평균을 각각 $\overline{X}$, $\overline{Y}$라 할 때, $d-a=\sigma+7$이고 $b=c$이며 $\mathrm{P}(\overline{X} \le m+3)+\mathrm{P}(\overline{Y} \ge m+4)=1$이다. 이때 n_1+n_2의 값을 구하시오.
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \le 2.58)=0.99$로 계산한다.)

074 어느 공장에서 생산되는 제품의 무게는 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 제품 중 n_1개를 임의추출하여 얻은 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 $95\,\%$의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다. 이 공장에서 생산된 제품 중 $4n_1$개를 임의추출하여 얻은 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 $95\,\%$의 신뢰구간이 $c \le m \le d$이다.

$a=\overline{x_2}$이고, $b-c=60$이며 $\overline{x_1}+\overline{x_2}=128$일 때, $\dfrac{\overline{x_2}}{\overline{x_1}}=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, 무게의 단위는 kg이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산하며, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

075 세 집합 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,3,4\}$, $C=\{3,5,6\}$과 6 이하의 자연수 a에 대하여, 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
>
> 나온 눈의 수가 a보다 작거나 같으면
> 집합 A의 모든 부분집합 중에서
> 임의로 한 개를 선택하여 D라 하고,
> 집합 B의 모든 부분집합 중에서
> 임의로 한 개를 선택하여 E라 하자.
>
> 나온 눈의 수가 a보다 크면
> 집합 A의 모든 부분집합 중에서
> 임의로 한 개를 선택하여 D라 하고,
> 집합 C의 모든 부분집합 중에서
> 임의로 한 개를 선택하여 E라 하자.

이 시행을 1번 한 후 두 집합 D와 E가 서로소일 때, 나온 눈의 수가 a 이하일 확률은 $\frac{3}{5}$이다.
이 시행을 34560번 반복하는 동안 두 집합 D와 E가 서로소인 횟수를 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{P}(X \le 21060+180a)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 k이다. $1000 \times k$의 값을 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.493

076 어느 컴퓨터 프로그램은 실행 버튼을 누를 때마다 5개의 서로 다른 자연수 중 하나를 임의로 화면에 출력한다.
이 프로그램을 3번 실행하여 화면에 출력된 세 수의 합을 확률변수 X라 할 때, X는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\mathrm{E}(X)=12$
>
> (나) $\mathrm{P}(X=3)=\dfrac{1}{125}$이고 $\mathrm{P}(X=6)=\dfrac{3}{125}$이다.

이 프로그램을 2500번 실행하여 화면에 출력된 2500개의 수의 총합을 확률변수 Y라 할 때, $\mathrm{P}(Y \geq 10200)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 k이다. $1000\times k$의 값을 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.493

077

주머니 A에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있다. 6 이하의 자연수 a에 대하여 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
>
> 나온 눈의 수가 a 이하이면
> 주머니 A에서 a의 양의 약수의 개수만큼
> 공을 임의로 동시에 꺼내고,
>
> 나온 눈의 수가 a보다 크면
> 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.
>
> 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 확인한 후,
> 공을 꺼낸 주머니에 각각 다시 넣는다.

이 시행을 1번 하여 꺼낸 공에 적혀 있는 수 중 최댓값이 4일 때, 나온 눈의 수가 a 이하일 확률은 $\frac{1}{2}$이다.
이 시행을 10000번 반복하여 꺼낸 공에 적혀 있는 수 중 최댓값이 4인 횟수를 확률변수 X라 할 때, $\mathrm{P}(X \le 1980+10a)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 k이다. $1000 \times k$의 값을 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.191
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477

빠른 정답

1	48
2	712
3	36
4	500
5	20
6	128
7	144
8	192
9	144
10	930
11	260

12	210
13	120
14	254
15	5
16	216
17	98
18	42
19	31
20	546
21	98
22	380

23	365
24	197
25	356
26	295
27	587
28	290
29	13
30	48
31	181
32	33
33	33

34	484
35	66
36	20
37	319
38	32
39	95
40	25
41	12
42	9
43	79
44	8

45	37
46	130
47	15
48	16
49	13
50	37
51	769
52	13
53	149
54	23
55	49

56	6
57	225
58	25
59	39
60	77
61	266
62	75
63	977
64	157
65	76
66	25

67	933
68	62
69	40
70	31
71	64
72	28
73	100
74	32
75	977
76	23
77	691

MEMO