

땡치미 모의고사

6모 대비 땡치미 모의고사 수학영역 1회



수학 영역

홀수형

성명		수험 번호																		
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

솔라리스 최고 미녀 카를로타

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $4^{\frac{3}{2}} \times 2^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = (x^2 + 2x)(x - 1)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

3. $\tan\theta < 0$ 이고 $\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = \frac{4}{5}$ 일 때, $\cos(\pi - \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

4. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 6}{x - 2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 1$ 의 그래프 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 기울기가 2 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

6. $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 2$ 는 $x = a$ 에서 극댓값 M 을 갖는다. $a + M$ 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

7. 첫째항이 2 인 등차수열 a_n 에 대하여 $a_3 + a_5 = 16$ 일 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

8. 곡선 $y = -x^2 + 4x - 3$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?
[3점]

- ① 1 ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

9. 두 함수 $f(x) = 2^{x+1}$, $g(x) = 2^{x-2} + 1$ 의 그래프가 직선 $y = -2x + k$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

10. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = -2x^3 + 3ax^2 + 12a^2x + 5$ 가 닫힌구간 $[-2a, 2a]$ 에서 최솟값 -51 , 최댓값 M 을 갖는다. $a + M$ 의 값은? [4점]

- ① 159 ② 161 ③ 163 ④ 165 ⑤ 167

11. 모든 항이 자연수인 수열 a_n 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$|a_{n+1} - a_n| = 2n - 1$$

$a_1 = 3$ 일 때, a_5 가 될 수 있는 모든 값의 합은? [4점]

- ① 62 ② 64 ③ 66 ④ 68 ⑤ 70

12. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가 t 에 대한 이차함수이고, 다음 조건을 만족시킨다. (단, $a > 0$ 인 상수이다.)

(가) $v(0) = 12a^2$

(나) 점 P 는 $t = a$ 와 $t = 2a$ 에서 운동 방향을 바꾼다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $t = a$ 에서 점 P 의 가속도는 $-6a$ 이다.

ㄴ. 점 P 가 출발한 후 운동 방향을 두 번째로 바꾸는 순간의 위치는 $4a^3$ 이다.

ㄷ. $t = 0$ 부터 $t = 3a$ 까지 점 P 가 움직인 거리가 88 일 때, $a = 2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 두 곡선 $y=27^x$ 과 $y=3^x$ 이 있다. 자연수 n 에 대하여 두 점 P_n, Q_n 이 다음 조건을 만족시킨다. 점 P_n 의 x 좌표를 x_n 이라 하자. [4점]

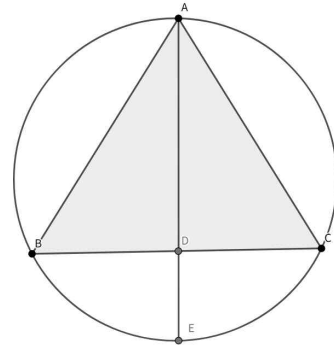
- (가) 점 P_1 은 곡선 $y=27^x$ 위의 점이며, $x_1=36$ 이다.
- (나) 점 P_n 을 지나고 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=3^x$ 과 만나는 점을 Q_n 이라 한다.
- (다) 점 Q_n 을 지나고 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=27^x$ 과 만나는 점을 P_{n+1} 이라 한다.

$x_n < \frac{1}{k}$ 를 만족시키는 자연수 n 의 최솟값이 7 이 되도록 하는 모든 자연수 k 의 개수는?

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

14. 원에 내접하는 삼각형 ABC 가 있다. $\angle BAC$ 의 이등분선이 선분 BC 와 만나는 점을 E , 원과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 D 라 하자.

$\overline{AB}=4, \overline{AC}=5, \overline{BD}=4$ 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $\frac{4\sqrt{7}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{7}$

15. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 a 에 대하여,

$$\text{함수 } g(x) = \int_0^x (|f(t)| - a) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다. [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 과 $x=4$ 에서만 극값을 갖는다.
 (나) 방정식 $g'(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4 이다.

$g(4) + f(5)$ 값은?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-2) = \log_9(2x+20)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 - 2x$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 a_n, b_n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^7 (a_k + b_k) = 40, \quad \sum_{k=1}^7 (a_k - 2b_k) = 10$$

일 때, $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + kx + 5$ 가 실수 전체의 집합에서 극값을 갖지 않도록 하는 자연수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 수열 a_n 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{2}{n} S_n + (n+1)(n+2)$$

를 만족시킬 때, 다음은 a_n 의 일반항을 구하는 과정이다.

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 이므로 주어진 식은

$$S_{n+1} - S_n = \frac{2}{n} S_n + (n+1)(n+2)$$

$$S_{n+1} = \frac{(가)}{n} S_n + (n+1)(n+2)$$

양변을 $(n+1)(n+2)$ 로 나누면

$$\frac{S_{n+1}}{(n+1)(n+2)} = \frac{S_n}{n(n+1)} + 1$$

이다. $b_n = \frac{S_n}{n(n+1)}$ 이라 하면 $b_1 = 1$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + 1$$

이므로 수열 b_n 은 첫째항이 1 이고 공차가 1 인 등차 수열이다.

$b_n = (나)$ 이므로 $S_n = n(n+1) \times (나)$ 이다.

따라서 $n \geq 2$ 일 때,

$$a_n = S_n - S_{n-1} = n(3n - (다))$$

이다. ($n=1$ 일 때도 성립한다.)

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(15) \times g(k+8) + k$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1 인 사차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x) = -x^2 + 4x - 2$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) - g(x_2) \geq 4(x_1 - x_2)$ 가 성립하고, $f(\alpha) - g(\beta) = 4(\alpha - \beta)$ 를 만족시키는 실수 α, β 가 존재한다.
 (나) $f(0) = -2, f(2) = 6$

$f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 두 상수 a, m ($a > 1$)에 대하여 두 함수

$$f(x) = a^{x-m}, g(x) = \log_a(x-m)$$

이 있다. 직선 $y = -x + k$ (k 는 양수)가 두 곡선 $y = f(x), y = g(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 원점 O 에 대하여 삼각형 OAB 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} = 5\sqrt{2}$
 (나) 삼각형 OAB 는 $\angle AOB = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, 그 넓이는 10 이다.

$10a + k - m$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2^{2n+1}}{4^n + 3^{n-1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 매개변수 t 로 나타낸 곡선 $x = e^t + t$, $y = e^{2t} - 3t$ 에 대하여 $t=0$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

25. x, y 에 대한 방정식 $x^2 - xy + 2y^2 = 8$ 로 정의된 곡선 위의 점 $(2, 2)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

26. 함수 $f(x) = (x^2 + a)e^{-x}$ 가 $x = 3$ 에서 극댓값을 가질 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $-3e$ ② $-2e$ ③ $-e$ ④ e ⑤ $2e$

27. 첫째항이 5 인 등차수열 a_n 에 대하여 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{2n-1} - \frac{2n+5}{2n+1} \right)$$

이 실수 S 에 수렴할 때, S 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

28. 실수 전체의 집합에서 이계도함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq 0$ 일 때, $f(x) = a \cos x + b \sin x + c$ 이다. (단, a, b, c 는 상수이다.)

(나) $x > 0$ 일 때, $f(x) = (x^2 + px + q)e^{-x}$ 이다. (단, p, q 는 상수이다.)

(다) 함수 $f(x)$ 는 $x = 6 - \sqrt{34}$ 에서 극솟값을 갖고, $x = 6 + \sqrt{34}$ 에서 극댓값을 갖는다.

$f(-\frac{\pi}{3})$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$ ② $\sqrt{3}-1$ ③ $\frac{3\sqrt{3}-3}{2}$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}-3}{2}$

단답형

29. 첫째항이 양수이고 공비가 유리수인 등비수열 a_n 에 대하여 수열 b_n 을 $b_n = \begin{cases} a_n & (|a_n| \geq 1) \\ 3a_n & (|a_n| < 1) \end{cases}$ 이라 하자. 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 과 $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ 이 모두 수렴하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $2 \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$
 (나) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{83}{4}$

a_1 의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수 n 에 대하여 구간 $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ 에서 방정식 $\tan x = nx$ 의 실근을 a_n 이라 하고, 구간 $(2\pi, \frac{5\pi}{2})$ 에서의 실근을 b_n 이라 하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(b_n - a_n - \pi) = \frac{q}{p\pi}$$

일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

답지

24213/14355/35343/

8/15/30/12/154/78/

67

21423/2/27/19

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.