

기간 t 에 어떤 사건 A 가 일어날 확률을 $P(A) = p$ 라고 하고, A 가 일어났을 때 발생하는 손실액을 x 라 하자. (단, p 와 x 는 0보다 크다.)

A 가 일어나지 않으면 손실액은 발생하지 않아 0과 같고, 손실액에 보험료는 포함되지 않는다.

A 는 기간 t 동안 1번을 초과하여 일어나지 않는다.

보험사에서는 보험 가입자에게 기간 t 동안 A 가 일어나면 손실액 x 만큼의 보험금을 지급하고, 기간 t 동안 A 가 일어나지 않으면 보험금을 지급하지 않고 기간 t 이후에 가입자들은 보험에서 탈퇴한다.

기간 t 에서 보험 가입자의 수를 n 명이라 하고, 각 보험 가입자에게 A 가 발생하는 사건들은 서로 독립이라고 하자.

보험 가입자는 손실액의 기댓값만큼 보험료를 지불하려 하고, 보험사는 보험사가 지급해야 할 1인당 보험금의 기댓값만큼 1인당 보험료를 받고자 한다.

보험사는 보험사가 받고자 하는 1인당 보험료를 1인당 보험료로 정한다.

(1) 보험 가입자가 지불하려는 보험료와 보험사가 받고자 하는 1인당 보험료를 각각 구하시오.

(2) 보험사가 가입자들로부터 받는 총 보험료를 구하시오.

(3) 보험사가 가입자로부터 받은 총 보험료의 100% 이상을 사용하면 보험사가 파산한다고 가정하자. 보험사가 파산할 확률을 다음 성질을 이용하여 근사하여 구하시오. (단, n 은 충분히 크다고 가정한다.)

시행 횟수가 충분히 크다면 이항분포는 정규분포에 근사한다.

(4) 보험사는 보험 가입자의 유형을 2가지로 나누어 모델을 다음과 같이 수정하였다.

보험 가입자 (가) 유형은 $P(A) = p_\alpha$ 이고, (나) 유형은 $P(A) = p_\beta$ 이다.

(가) 유형의 가입자가 70%이고, 나머지 30%의 가입자가 (나) 유형이라 하자.

(가) 유형의 가입자와 (나) 유형의 가입자의 보험료가 다르다 할 때, 각 유형의 가입자의 보험료를 구하고 보험사가 가입자들로부터 받는 총 보험료를 구하시오.

(5) (4)의 상황에서도 가입자로부터 받은 총 보험료의 100% 이상을 사용하면 보험사는 파산한다고 가정하자. 보험사가 파산할 확률을 다음 성질을 이용하여 근사하여 구하시오. (단, $n, 0.7n, 0.3n$ 은 충분히 크다.)

시행 횟수가 충분히 크다면 이항분포는 정규분포에 근사한다.

어떤 확률 변수 A, B, C 가 있다고 가정하자.

(a) $A = B + C$ 이면, $E(A) = E(B+C) = E(B) + E(C)$ 이다.

(b) 또한, B 와 C 가 각각 정규분포를 따르고 서로 독립이면 A , 즉 $B + C$ 도 정규분포를 따른다.

(6) 보험사는 지급해야 할 총 보험금의 변동성(불확실성)을 총 보험금의 분산으로 측정한다. (4)에서의 보험사가 지급해야 할 총 보험금의 분산을 다음의 성질을 이용하여 구하시오.

(c) 어떤 확률 변수 A, B 가 서로 독립이면 $V(A+B) = V(A)+V(B)$ 이다.