

격차 6월 대비 모의고사

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 으앙**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- 공통과목 1~8 쪽
 - 선택과목
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. 함수 $f(x)=x^2-x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

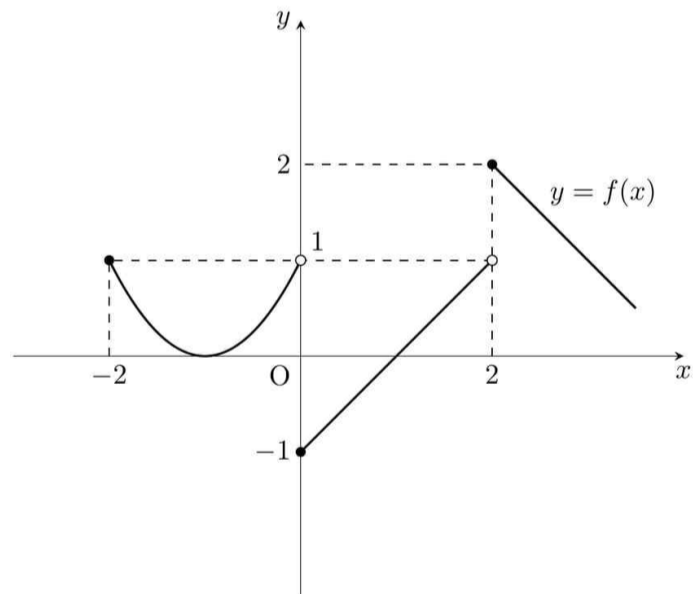
3. 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 3, \quad a_5 - a_3 = 2(a_3 - a_1)$$

일 때, $a_1 \times a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 함수 $f(x)=(x^3-1)(2x^2-5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 84 ② 88 ③ 92 ④ 96 ⑤ 100

6. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)=\frac{1}{3}$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

7. 부등식

$$2^x - 12 \times 2^{\frac{x}{2}} + 27 \leq 0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 13 ② 15 ③ 17
④ 19 ⑤ 21

8. 실수 k 에 대하여 함수 $f(k)$ 를

$$f(k) = \int_0^2 (k^2 x^3 + x + 1) dx$$

라 하자. $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{28}{3}$

9. 자연수 $a(a \geq 2)$ 에 대하여 곡선 $y = a^x$ 이 직선 $y = -x + 20$ 과
만나는 점의 x 좌표가 2이하가 되도록 하는 a 의 최솟값은?

[4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. $f'(0) = -2$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = xf(x)$ 가
직선 $x = a$ 와 만나는 점에서의 접선이 원점을 지나도록 하는
 a 의 값의 합이 4일 때, $f'(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

11. 시각 $t=0$ 일 때 점 A(3)을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는

$$v(t) = 3t^2 - 2t - 1$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 시각 $t=1$ 에서 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
 ㄴ. 시각 $t=1$ 에서 점 P의 가속도는 양수이다.
 ㄷ. 출발한 후 점 P는 원점을 지나지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 첫째항이 4이고 공차가 $d(d > 0)$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 다음은 집합

$$A = \{2^m \mid m \text{은 정수}\}$$

에 대하여 $a_k \in A (k \geq 2)$ 이면 $a_n \in A$ 이고 $n > k$ 인 자연수 n 이 적어도 하나 존재함을 증명하는 과정이다.

$a_k \in A$ 이므로 $a_k = 2^q$ (q 는 정수)라 하면

$$a_1 = 4, d > 0 \text{이므로 } q > 2 \text{이고}$$

$$\begin{aligned} 2^q &= a_1 + (k-1)d \\ &= 4 + (k-1)d \end{aligned}$$

이므로

$$d = \frac{2^q - \boxed{\text{(가)}}}{k-1}$$

이다. 자연수 m 을

$$m = (k-1) \times 2^{q-2} + k$$

라 하면

$$\begin{aligned} a_m &= 4 + (m-1)d \\ &= 4 + (k-1)(2^{q-2} + 1) \times \frac{2^q - \boxed{\text{(가)}}}{k-1} \\ &= 2^{\boxed{\text{(나)}}} \end{aligned}$$

이다. 따라서

$$a_m = 2^{\boxed{\text{(나)}}} \in A \text{이고 } m > k$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(q)$ 라 할 때, $p + f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

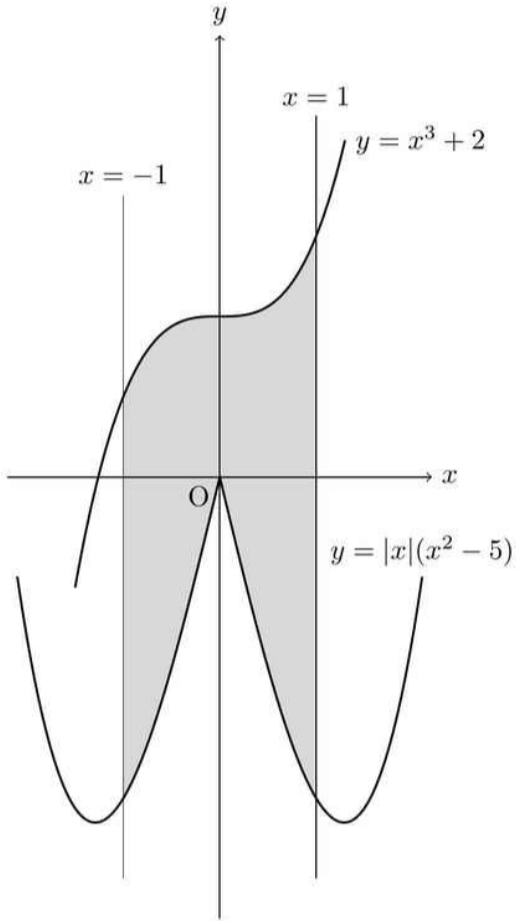
13. 좌표평면에서 두 곡선

$$y = |x|(x^2 - 5), y = x^3 + 2$$

와 직선 $x = -1$ 및 직선 $x = 1$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[4점]

- ① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10



14. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (\log_2 a_n \text{은 자연수가 아닌 경우}) \\ \log_2 a_n & (\log_2 a_n \text{은 자연수인 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. 자연수 k 에 대하여 $a_1 = k$ 일 때,

$a_m = 1$ 인 자연수 m 의 최솟값을 $f(k)$ 라 하자.

$k \leq 16$ 일 때, $f(k)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

15. 자연수 a 에 대하여 함수 $f(x)=(x+1)(x-a)$ 가 있다. 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & \left(x \leq a+\frac{1}{2}\right) \\ f(x)-9 & \left(x > a+\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 a 의 최댓값을 M 이라 하자.

열린구간 $(k, k+1)$ 에서 x 에 대한 방정식

$$g(x)=\frac{g(k)+g(k+1)}{2}$$

의 실근이 존재하지 않도록 하는 서로 다른 정수 k 의 개수는 2이다.

$a=M$ 일 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{g\left(a+\frac{1}{2}+t\right)}{g\left(a+\frac{1}{2}-t\right)}$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{7}{5}$ ② $-\frac{6}{5}$ ③ -1 ④ $-\frac{4}{5}$ ⑤ $-\frac{3}{5}$

단답형

16. 1보다 큰 두 실수 a, b 가

$$\log_b ab = \frac{17}{16}$$

일 때, $\log_a b$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0)=2$ 이고 $f'(x)=x^2-2x$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_n = n + 2$$

이라 할 때, $\sum_{n=1}^5 2a_n + \sum_{n=1}^5 (2n - a_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x + k$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 0) \\ \frac{4}{f(x)} & (x > 0) \end{cases}$$

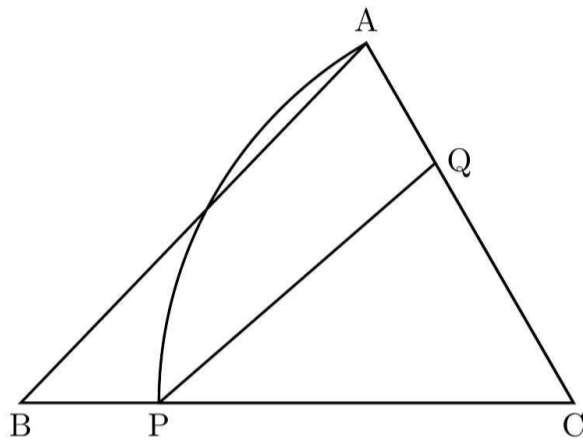
는 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

20. 그림과 같이 $\sin A : \sin C = 4 : \sqrt{13}$ 인 삼각형 ABC 에 대하여 중심이 C이고 점 A를 지나는 원이 선분 BC와 점 P에서 만난다. 선분 AC 위의 점 Q는

$$\overline{AQ} = 1, \quad \overline{PQ} = \sqrt{7}$$

이고 두 삼각형 QPC와 ABC의 넓이의 비는 1:2이다. 두 삼각형 QPC와 ABC의 외접원의 넓이의 비가 1:k일 때, $70k$ 의 값을 구하시오. [4점]



21. $f(0)=0$ 인 함수 $f(x)=|(x-a)(x-b)|-1$ ($a < b < 0$)와 함수 $g(x)=x^4+x^2-cx$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \leq 0) \\ g(x+t)-g(t) & (x > 0) \end{cases}$$

가 극대 또는 극소인 x 의 개수와 함수 $h(x)$ 가 갖는 서로 다른 극값의 개수의 차가 2 이상이 되는 t 의 값의 집합은 $\{t|t < 2\}$ 이다. $f(\sqrt{2})+g'(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.)

[4점]

22. 두 함수

$$f(x)=\sin \frac{\pi x}{6}, \quad g(x)=\cos \frac{\pi(x-a)}{b} \quad (0 < a < 9, b > 0)$$

에 대하여 두 집합

$$A = \{x | f(x) = f(a), -4 \leq x \leq 20\}, \\ B = \{x | g(x) = g(a), -4 \leq x \leq 20\}$$

는 $n(A \cap B) = 3$ 를 만족시킨다.

$n(B) = 15$ 일 때, $a+b = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

출수형

5지선다형

23. 6개의 문자 a, a, a, b, c, c 를 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

24. 두 사건 A, B 가

$$P(B^c) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cup B) + P(A \cap B) = \frac{4}{3}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

25. 다항식 $(2x^2 - 3)^4$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① -216 ② -180 ③ -144 ④ -108 ⑤ -72

26. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

- (가) $f(1) + f(f(1))$ 은 홀수이다.
 (나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 2이다.

- ① 60 ② 80 ③ 100 ④ 120 ⑤ 140

27. 한 개의 주사위를 세 번 던져 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c 라 할 때,

$$a \leq b \leq c \text{ 또는 } a \times c = 6$$

일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{5}{24}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{7}{24}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

28. 세 학생 A, B, C에게 흰 공 3개, 검은 공 7개를 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?
(단, 같은 색의 공끼리는 서로 구별하지 않고, 공을 하나도 받지 못한 학생이 있을 수 있다.) [3점]

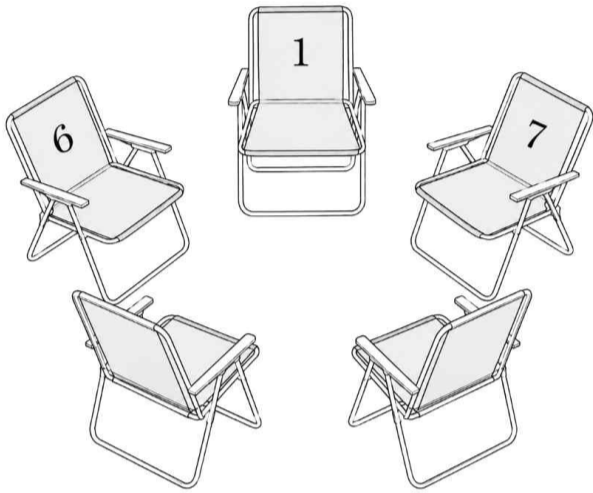
- (가) 검은 공보다 흰 공을 많이 받는 학생이 존재한다.
(나) 학생 A가 받는 흰 공의 개수는 3이 아니다.

- ① 189 ② 195 ③ 201 ④ 207 ⑤ 215

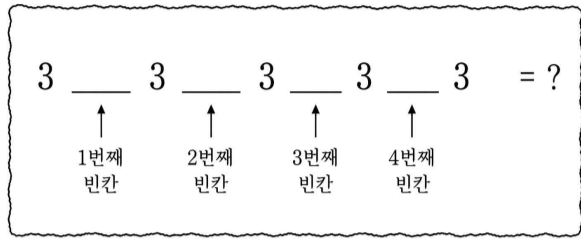
단답형

29. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 의자가 있다. 이 8개의 의자 중 1이 적힌 의자를 포함한 5개를 선택한 후, 이 5개의 의자를 일정한 간격으로 원형으로 배열할 때, 이웃한 두 의자에 적힌 수의 합이 3이 되지 않는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

[4점]



30. 그림과 같이 종이에 5개의 숫자 3이 왼쪽부터 오른쪽으로 일렬로 적혀 있고, 각각의 숫자 사이에는 1개의 빈칸이 있다.



한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

$k(1 \leq k \leq 4)$ 번째 시행에서
 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가
 2이하이면 k 번째 빈칸에 연산기호 \times 를 적고,
 3이상이면 k 번째 빈칸에 연산기호 $+$ 를 적는다.

이 시행을 4번 반복하여 4개의 빈칸을 모두 채운 후 완성된 식을 계산하여 얻은 결과를 S 라 하자.

예를 들어, 4번의 시행 동안 1, 2, 3, 4 번째 빈칸에 각각 $+$, \times , $+$, $+$ 를 적었다면 $S = 3 + 3 \times 3 + 3 + 3 = 18$ 이다.

S 가 홀수일 때, $S \geq 27$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 4x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} - 2^n}{2^{2n+1}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

25. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$9n < a_n < 9n + \frac{1}{n}$$

을 만족시킨다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n})$$

의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

26. 양수 k 에 대하여 두 곡선

$$y = (\ln x)^2, \quad y = k\sqrt{x}$$

가 만나는 점의 개수가 2일 때, k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{8}{e^2}$ ② $\frac{16}{e^2}$ ③ $\frac{4}{e}$ ④ $\frac{8}{e}$ ⑤ $\frac{16}{e}$

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여

$$f\left(\frac{x^2(x-1)}{2}+x\right)=f(x)+(x-1)(e^x+ax-1)$$

를 만족시킨다. $f'(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $2e-4$ ② $2e-3$ ③ $2e-2$ ④ $2e-1$ ⑤ $2e$

28. 모든 홀수 k 에 대하여 $x=k$ 에서 미분가능한

연속함수 $f(x)$ 는 $f(x)=\frac{x^2-x+2}{2}$ ($1 \leq x \leq 2$)이고,

함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 에 대하여

$x \geq 2$ 에서 $f(x)=2 \times f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$ 을 만족시킨다.

$3 \leq p \leq 64$ 이고 $f'(p) \geq 1$ 인 홀수 p 의 개수는? [4점]

- ① 21 ② 19 ③ 17 ④ 15 ⑤ 13

단답형

29. 자연수 k 에 대하여 첫째항이 50이고 공비가 $\frac{1}{k+1}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{k+1}x & (x \leq 1) \\ 1 & (x > 1) \end{cases}$$

- 가 있다. $\frac{5}{2} < \sum_{n=1}^{\infty} f(a_n) < 3$ 이 되도록 하는 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 실수 t 에 대하여 곡선 $e^{2(x+y)} + 2e^{x+y} = x$ 위의 점 P에서의 접선의 기울기가 t 가 될 때, 점 P의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자.

$$f(\alpha) = 3 \text{인 실수 } \alpha \text{에 대하여 } f'(\alpha) = -\frac{q}{p} \text{이다.}$$

- $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.