

# 수학 영역

홀수형

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

**이 넓은 바다를 누비는 너의 여유**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** ..... 1~8쪽
- **선택과목**
- 미적분** ..... 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.

제 2 교시

## 수학 영역

출수형

## 5지선다형

1.  $81^{\frac{1}{4}} \times 4^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

2. 함수  $f(x) = x^4 + 2x^2 + 5$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

3. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=2}^5 (2a_k - k) = -2a_1$ 일 때,  $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은?

[3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - a & (x > 2) \\ 3x + a & (x \leq 2) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 실수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5.  $\int_{-2}^2 (x+1)(2x^2+x+1)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

6.  $\sin(-\theta) = \frac{12}{13}$  이고  $\tan(\pi-\theta) > 0$  일 때,  $\frac{1-\sin^2\theta}{\cos\theta}$ 의 값은?

[3점]

- ①  $-\frac{12}{13}$       ②  $-\frac{5}{13}$       ③ 0      ④  $\frac{5}{13}$       ⑤  $\frac{12}{13}$

7. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(1)=1$ ,  $f'(1)=3$ 일 때, 함수

$$g(x) = xf(x) + 5$$

의 그래프 위의 점  $(1, g(1))$ 에서의 접선의  $y$ 절편은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8.  $32^{\frac{4}{k}}$ 와  $5^{\frac{k}{2}}$ 의 값이 모두 정수가 되도록 하는 자연수  $k$ 의 값의 개수는? [3점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

9. 시각  $t=0$ 일 때, 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 가 있다. 실수  $k$ 에 대하여 시각  $t(t \geq 0)$ 일 때, 점  $P$ 의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = kt^2 - 2kt + 4$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ.  $k=-1$ 이면, 시각  $t=3$ 일 때 점  $P$ 의 가속도는  $-4$ 이다.  
 ㄴ.  $k=4$ 이면, 출발한 후 점  $P$ 의 운동 방향이 한번 바뀐다.  
 ㄷ.  $k$ 의 값과 관계없이, 시각  $t=3$ 일 때 점  $P$ 의 위치는 12이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 상수  $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선  $y = \log_a x$ 가  $x$ 축과 만나는 점을  $A$ , 직선  $y = \sqrt{3}$ 과 만나는 점을  $B$ , 선분  $AB$ 의 수직이등분선이  $x$ 축과 만나는 점을  $C$ 라 하자.  $\overline{OA} : \overline{AC} = 1 : 2$ 일 때, 가능한 모든  $a$ 의 값의 곱은? [4점]

- ①  $2^{-\sqrt{3}}$       ②  $2^{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$       ③ 1      ④  $2^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$       ⑤  $2^{\sqrt{3}}$

11. 함수  $f(x) = x^2 - 2x$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 2) \\ -2f(4-x) & (x > 2) \end{cases}$$

라 하자.  $\int_0^k g(x)dx = 0$ 을 만족시키는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은?

[4점]

- ①  $3 + \sqrt{3}$       ②  $4 + \sqrt{3}$       ③  $5 + \sqrt{3}$   
 ④  $6 + \sqrt{3}$       ⑤  $7 + \sqrt{3}$

12.  $a_1 = 1$ 이고 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 과  $b_1 = -8$ 인 수열  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n b_{n+1} - a_{n+1} b_n = 3a_n a_{n+1}$$

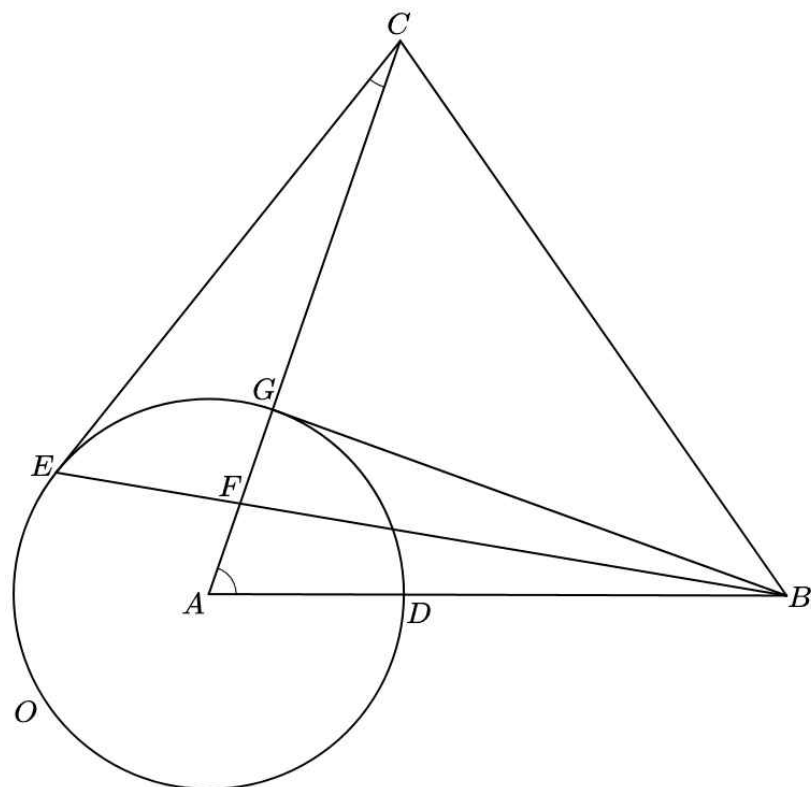
을 만족시킨다.  $\sum_{k=1}^{10} |b_k| = \sum_{k=1}^{10} b_k + 84$ 일 때,  $a_{11}$ 의 값은? [4점]

- ① 11      ② 16      ③ 21      ④ 26      ⑤ 31

13. 최고차항의 계수가 음수인 이차함수  $f(x)$ 와 상수  $k(k > 0)$ 에 대하여 함수  $g(x) = x|f(x)| - 2|x - k|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고  $f'(0) = 1$ 일 때,  $k + f(1)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{5}{2}$       ② 3      ③  $\frac{7}{2}$       ④ 4      ⑤  $\frac{9}{2}$

14. 그림과 같이  $\overline{AB} = 6$ 인 삼각형  $ABC$ 가 있다. 선분  $\overline{AB}$ 를 1:2로 내분하는 점을  $D$ , 점  $C$ 에서 점  $A$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{AD}$ 인 원  $O$ 에 그은 접점을  $E$ , 직선  $AC$ 가 직선  $BE$ , 호  $DE$ 와 만나는 점을 각각  $F, G$ 라 하자.  $\angle ECA + \angle CAB = 90^\circ$  이고  $\overline{FG} = 1$ 일 때, 삼각형  $CGB$ 의 외접원의 넓이는? [4점]



- ①  $9\pi$       ②  $12\pi$       ③  $15\pi$       ④  $18\pi$       ⑤  $21\pi$

15.  $f(0)=0$ 이고 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 는  $x \leq 0$ 일 때 최고차항의 계수가 1인 이차함수의 일부이고,  $x > 0$ 일 때 최고차항의 계수가 음수인 삼차함수의 일부이다. 함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x tf'(f(t)-t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때,  $g'(-3)$ 의 값은? [4점]

- (가) 함수  $g(x)$ 는  $x=-2$ 에서만 극값을 갖는다.  
 (나) 방정식  $g'(x)=0$ 의 실근의 개수는 3이다.

- ① 32      ② 36      ③ 40      ④ 44      ⑤ 48

단답형

16. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_3=4$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = na_n - 2$$

을 만족시킨다.  $a_1$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x) = 2x^3 - 3x$ 의 한 부정적분  $F(x)$ 에 대하여  $F(2) - F(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 양수  $a, b$ 가

$$\frac{\log_3 a + 3}{3b + 1} = \frac{\log_3 a}{b} = 2$$

를 만족시킬 때,  $a^{\frac{1}{b}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 역함수  $f^{-1}(x)$ 를 가지고, 부등식

$$f^{-1}(x) \times (f^{-1}(x) + 2) \geq 0$$

을 만족시키는 모든 실수  $x$ 의 값의 범위가  $x \leq -2$  또는  $x \geq 0$ 일 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 실수  $k(k > 2)$ 에 대하여 두 곡선  $y = \log_2(x-1) + 2k - 1$ 과  $y = 4^{x-k}$ 가 만나는 두 점 중  $x$ 좌표가 다른 하나보다 큰 점을  $A$ 라 하고, 점  $A$ 에서 직선  $y = 2x - 12$ 에 내린 수선의 발을  $B$ 라 하자. 다음은 선분  $AB$ 의 길이를 구하는 과정이다.

점  $A$ 의  $x$ 좌표를  $a$ 라 하면,  $A(a, 4^{a-k})$ 이다. 또한

$$\log_2(a-1) + 2k - 1 = 4^{a-k}$$

이므로

$$\log_2(\text{가}) + 2k - 2 = 2^{2a-2k}$$

이고,  $(\text{가}) = t$ 라 하면

$$\log_2 t + 2k - 2 = 2^{t+2-2k}$$

이다. 두 곡선  $y = \log_2 x + 2k - 2$ 와  $y = 2^{x+2-2k}$ 는 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이고, 서로 다른 두 교점을 가지므로

$$t = 2^{t+2-2k} = 4^{a-k}$$

이다. 이때,  $A(a, 4^{a-k})$ 이므로, 점  $A$ 는 직선

$y = 2x + (\text{나})$  위의 점이다. 따라서  $\overline{AB} = (\text{다})$ 이다.

위의 (가)에 들어갈 알맞은 식을  $f(a)$ 라 하고, (나), (다)에 들어갈 알맞은 수를 각각  $p, q$ 라 할 때,  $\frac{(p \times q)^2}{f(6)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 서로 다른 세 정수를 근으로 갖고, 다음 조건을 만족시킨다.

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x+4)}{f(x)}$ 의 값과  $\lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x)}{f(x+4)}$ 의 값이 모두 존재하지 않도록 하는 정수  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수는 4이다.

$f(0) = -12$ 일 때, 모든  $f(2)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 양수  $k$ 에 대하여 집합  $\left\{x \mid 0 < x < \frac{1}{4}\right\}$ 에서 정의된 함수

$f(x) = k \tan 2\pi x$ 와 집합  $\left\{x \mid \frac{1}{4} < x < \frac{5}{4}\right\}$ 에서 정의된 함수

$g(x) = 2k \tan\left(\pi x - \frac{3}{4}\pi\right)$ 가 있다. 음수  $m$ 에 대하여 직선

$y = mx - \frac{m}{4}$ 이 두 곡선  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 와 만나는 점을 각각

$A, B$ 라 하고, 곡선  $y = g(x)$  위의 점  $B$ 가 아닌 한 점을  $C$ 라 할 때, 네 점  $O, A, B, C$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\overline{OA} \parallel \overline{BC}$ ,  $\overline{AB} = \overline{AC}$

(나) 선분  $AC$ 의 중점을  $M$ 이라 할 때, 점  $M$ 의  $x$ 좌표는  $\frac{1}{2}$ 이다.

$60(k^2 + m^2)$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]

제 2 교시

## 수학 영역(미적분)

홀수형

## 5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - 1}{x^2}$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\frac{9}{2}$     ②  $-\frac{3}{2}$     ③ 0    ④  $\frac{3}{2}$     ⑤  $\frac{9}{2}$

24. 매개변수  $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = \frac{e^t}{\ln t}, \quad y = (t-2)e^t$$

에서  $t = e$ 일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① 0    ②  $\frac{1}{e}$     ③ 1    ④  $e$     ⑤  $e^e$

25. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 + an - bn}) = \frac{1}{2}$ 일 때,  $ab$ 의 값은? [3점]

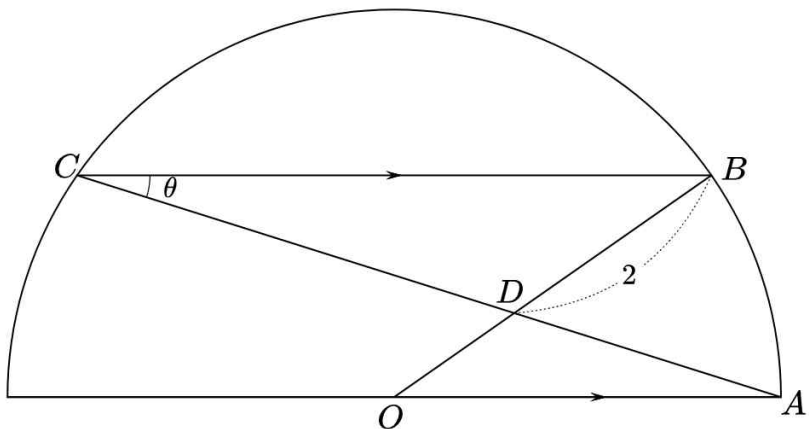
- ① -3      ② 0      ③ 3      ④ 6      ⑤ 9

26. 곡선  $y = e^x \sin \sqrt{x}$  위의 점  $A(\pi^2, 0)$ 에서의 접선이  $y$ 축과 만나는 점을  $B$ 라 하자, 삼각형  $AOB$ 의 넓이가  $ae^{\pi^2}$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]

- ①  $\frac{\pi^3}{16}$       ②  $\frac{\pi^3}{8}$       ③  $\frac{\pi^3}{4}$       ④  $\frac{\pi^3}{2}$       ⑤  $\pi^3$

27. 그림과 같이 점  $O$ 를 중심으로 하는 반원이 있다. 반원의 호 위의 한 점을  $B$ 라 할 때, 점  $B$ 에서 직선  $OA$ 와 평행한 직선을 그었을 때 반원과 만나는 점을  $C$ 라 하고, 직선  $AC$ 와 직선  $OB$ 가 만나는 교점을 점  $D$ 라 하자.  $\angle BCA = \theta$ ,  $\overline{DB} = 2$ 이고, 반원의 반지름의 길이를  $f(\theta)$ 라 할 때,  $f'(\frac{\pi}{6})$ 의 값은?

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이다.) [3점]



- ①  $2\sqrt{3}$     ②  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$     ③  $3\sqrt{3}$     ④  $\frac{7\sqrt{3}}{2}$     ⑤  $4\sqrt{3}$

28. 곡선  $y = \ln(ax^2 + 1)$  ( $a > 0$ )과 점  $(0, t)$  ( $t > 1$ )을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는  $a$ 의 값을  $f(t)$ 라 할 때, 두 교점의  $x$ 좌표 중 다른 하나보다 큰 것을  $g(t)$ 라 하자.  $g(p) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  일 때,  $f'(p) \times g'(p)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{4\sqrt{3}}{81}$     ②  $\frac{8\sqrt{3}}{81}$     ③  $\frac{16\sqrt{3}}{81}$     ④  $\frac{32\sqrt{3}}{81}$     ⑤  $\frac{64\sqrt{3}}{81}$

## 단답형

29. 두 등비수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키고, 두 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{이 각각 수렴한다.}$$

(가) 모든 자연수  $k$ 에 대하여

$$\sum_{n=k}^{\infty} a_n = \begin{cases} 2a_k & (|a_k| < 4) \\ |b_k| & (|a_k| \geq 4) \end{cases}$$

이다.

(나)  $40 < \sum_{n=1}^{\infty} b_n < 50$

$a_m = 4$ 인 자연수  $m$ 이 존재할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_{3n-2} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1이고  $f''(0) = 0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = -\frac{x}{x^2+16} \text{가 다음 조건을 만족시킨다.}$$

$x$ 에 대한 방정식  $g(f(x)) = mf(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 6이 되도록 하는 실수  $m$ 의 값의 범위는

$$-\frac{1}{16} < m < -\frac{1}{32} \text{이다.}$$

실수  $t$ 에 대하여 함수  $|g(f(x)+t)|$ 의 서로 다른 극댓값의 개수를  $h(t)$ 라 할 때, 함수  $h(t)$ 가  $t=a$ 에서 불연속인 모든  $a$ 의 값을 작은 것부터 나열한 것을  $a_1, a_2, \dots, a_k$ 라 하자.

$\sum_{n=1}^k a_n = 10$ 일 때,  $k+f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]