

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $9^{\frac{1}{4}} \times 27^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^3 + x - 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 + a_4 = \frac{10}{3}a_3 = 5$$

을 만족시킬 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax - 4 & (x < 2) \\ 2x^2 - x & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = (x-2)(x-1)(x+1)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 두 실수 a, b 가

$$2^a = 5^b = 10$$

을 만족시킬 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 두 곡선 $y = -x^2 + 1$, $y = -3x^2 + 1$ 과 직선 $x = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

8. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = \log_a(x-3)$ 이 직선 $y = 1$, $y = -1$ 과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 직선 AB의 기울기가 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{10}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{10}$

9. 함수 $f(x) = x^2 + x - 4$ 에 대하여 기울기가 -1 이고 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선을 l 이라 하고, 기울기가 3 이고 곡선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선을 m 이라 하자. 두 직선 l, m 과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{40}{3}$ ② $\frac{50}{3}$ ③ 20 ④ $\frac{70}{3}$ ⑤ $\frac{80}{3}$

10. 함수 $f(x) = 3x^2 + ax + 5$ 가

$$f(\sin\theta) = f(\cos\theta) = 4$$

를 만족시킨다. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $-\sqrt{15}$ ② $-\sqrt{5}$ ③ $\frac{\sqrt{15}}{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{15}$

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k 에 대하여 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - kt + 4$$

이다. <보기>의 진술 중에서 옳은 것의 개수는? [4점]

— <보 기> —

- ㄱ. $k = -1$ 이면, 시간 $t=1$ 에서 점 P의 속도는 2이다.
 ㄴ. $k=5$ 이면, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 3이다.
 ㄷ. k 값이 무엇이든 점 P가 원점 오른쪽에 있는 순간은 항상 존재한다.
 ㄹ. 점 P의 가속도가 0이 되는 순간이 존재할 때, 점 P의 속도가 0이 되는 순간도 반드시 존재한다.

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

12. $n^{\frac{36}{n}}$ 이 자연수가 되게 하는 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

13. 두 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 2$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대해 $(g(x))^3 - x^2 g(x) = 0$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대해 $f(x)g(x)$ 는 연속함수이다.

$\int_{-2}^2 f(x)g(x) dx = \frac{39}{5}$ 일 때, $g(-1) + g\left(\frac{1}{2}\right) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

14. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대해

$$\sum_{k=1}^{n+1} a_n a_k \geq 0$$

을 만족시킨다. $a_6 = -35$ 일 때, 가능한 양수 a_1 을 모두 더한 값은?

[4점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대해 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - 3}{f(x+h) - x}$$

라 할 때, 다음 조건을 만족한다.

(가) $g(x)$ 는 $x = -1$, $x = a$ (단, $a \neq -1$)에서만 불연속이다.

$$(나) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(-1+h)}{g(-1-h)} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h)}{g(a-h)} = 1 \text{이다.}$$

$g(1) = \frac{1}{2}$ 일 때, $f'(3)$ 의 값은? [4점]

- ① -3 ② 1 ③ 5 ④ 9 ⑤ 13

단답형

16. a_1 이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$na_n = (a_3)^2$$

을 만족시킨다. a_1 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 - 4x$ 이고 $f(1) = 0$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $\overline{AB} = 9$, $\cos(\angle ABC) = \frac{2}{3}$ 인 삼각형 ABC의 넓이가

$12\sqrt{5}$ 일 때, 변 \overline{AC} 의 길이를 구하시오. [3점]

19. 음수 a 에 대해 함수 $f(x) = -x^3 + 3ax^2 - 2a^3 + 1$ 라 하자.

$f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 곱이 -48 일 때, $f(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 좌표평면에서 영역

$$\{(x, y) \mid \log_2(x-1) < y < 2^x + 1\}$$

에 속하는 점들 중 x 좌표, y 좌표가 모두 10이하의 자연수인 점의 개수를 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대해 다음 조건이 성립한다.

모든 실수 x 에 대하여 $f(|f(x)|) \geq a$ 이고, $f(|f(x)|) = a$ 의 근은 $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=b$ (단, $b < 0$)이다.

$f(|f(x)|)$ 가 실수 전체 집합에서 미분 가능할 때, $|f(2a+2b)|$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 음이 아닌 실수 집합 전체를 정의역으로 하는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$(n-1)\pi \leq x < n\pi$ 일 때, $f(x) = n \sin \frac{1}{n}x$ 이다.
(단, n 은 자연수이다.)

실수 m 에 대하여 $f(x) = mx$ 의 모든 실근의 합이 $\frac{85}{7}\pi$ 일 때,

$f(x) = mx$ 의 가장 작은 양의 실근은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]