1.

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 t에 대하여 다음 식을 만족한다.

$$\boxed{\int_{-t}^{t} f(x)\,dx = 0}$$

<조건>을 만족시키는 모든 a의 절댓값의 합이 $\frac{8\sqrt{3}}{9}$이다.

<조건>

(가) $|f'(x)| = 2$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

(나) 임의의 실수 a에 대하여, 방정식 $|f(x) - a| = b$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 실수 실수 b는 각각의 a에 대하여 하나 존재한다.

이때 모든 b의 값의 곱과 $f(3)$의 합을 구하여라.

2.

$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + \frac{9}{2}x \qquad (0 \le x < 2)$

$f(x+2) = f(x) + 1$

<조건>
모든 자연수 n에 대해 $2n \le x \le 2n+6$에서 $f(x)$와 일차함수 $g(x)$의 교점의 x좌표의 합과 y좌표의 합의 차가 $3n + a$이다. (a는 실수)

이때, $2n \le x \le 2n+6$ 에서 $f(x)$와 $g(x)$로 둘러 쌓인 도형의 넓이를 S라 하면, $\sqrt{3}S = \frac{p}{q}$ 이다. 이때, p+ q의 값은? (단, p, q는 서로소인 자연수)

3.

$y=2^x, y=m\cdot 2^x+\frac{1}{m\cdot 2^x}$ 의 교점의 x좌표 중 최솟값을 a(m),

$y=\log_2 x, y=m\cdot 2^x+\frac{1}{m\cdot 2^x}$ 의 교점의 x좌표 중 최댓값을 b(m)라고 하자.

$$f(x)=\begin{cases} 2^x & (x \le a(m)) \\ m\cdot 2^x+\dfrac{1}{m\cdot 2^x} & (a(m)<x<b(m)) \\ \log_2 x & (x \ge b(m)) \end{cases}$$

<조건>
(가) t는 실수이다.
(나) x에 대한 식 $\left\|f(x)-\frac{5}{2}t\right\|=\frac{3}{2}t$ 를 만족시키는 x의 개수가 4개이다.

<조건>을 만족시키는 모든 t의 값의 범위가 $t_1<x<t_2$ 일때,

$\frac{t_1}{4m}$의 값을 구하시오. (단, m은 $0<m<\frac{1}{16}$ 인 양의 실수)

4.

$$f(x)=\begin{cases}2\sin x+m+4 & (0<x<\pi)\\ 3\cos x+m+7 & (\pi\le x<2\pi)\end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases}f(x) & \left(f(x)\ge\frac{x}{\pi}, 0<x<2\pi\right)\\ \frac{x}{\pi} & \left(f(x)<\frac{x}{\pi}\ \text{또는}\ x\le 0, x\ge 2\pi\right)\end{cases}$$

$h(t)$는 $y=g(x)$와 $y=t$의 교점의 개수이다. (t는 실수)

<조건>
(가) $\lim_{t\to\alpha-}h(t)=h(\alpha)$
(나) $\lim_{t\to\alpha-}h(t)\ne\lim_{t\to\alpha+}h(t)$

다음 <조건>을 만족시키는 실수 α의 개수가 1일 때, 정수 m을 크기가 작은 순서대로 배열한 수열을 $\{a_n\}$라고 하자. 그리고 실수 α의 개수가 0일 때, 정수 m을 크기가 큰 순서대로 배열한 수열을 $\{b_n\}$이라 한다. 이때, $\left|\sum_{k=1}^{5}a_{2k}+\sum_{k=1}^{5}b_{2k-1}\right|$ 의 값을 구하시오.

5.

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n + 2 & (-2 \le a_n < -1) \\ -3\sqrt{3}{a_n}^3 + 3\sqrt{3}a_n & (-1 \le a_n \le 1) \\ 2a_n - 2 & (1 < a_n \le 2) \end{cases}$$

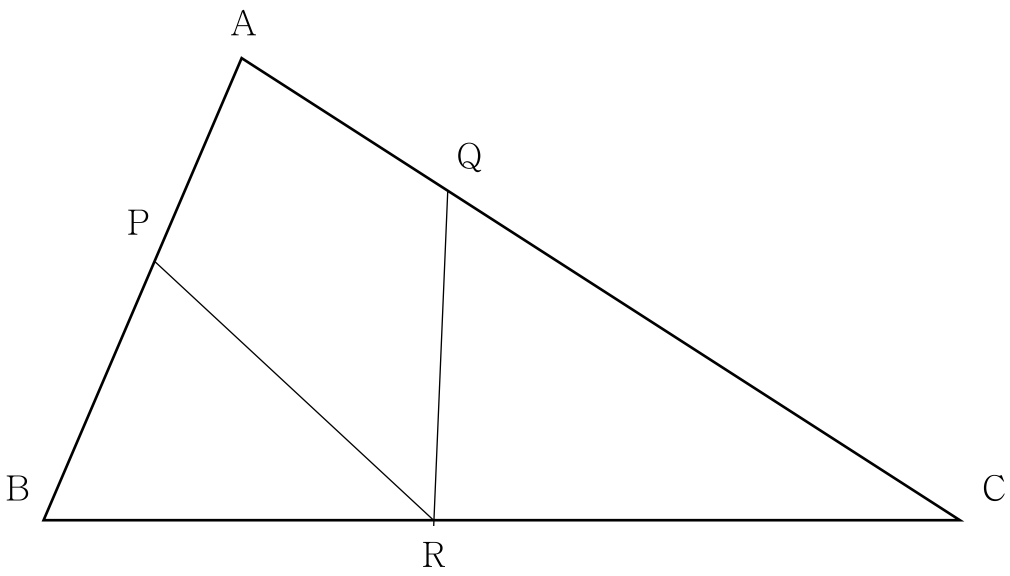
수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 <조건>을 만족한다.

<조건>
(가) $a_{n+1} \le a_n$
(나) $a_8 = 0$
(다) S_n을 수열 $\{a_n\}$의 1부터 n까지의 성분의 곱이라 할 때, $S_n \neq 0$ 을 만족하는 n은 7개이다.

이때 $64 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} a_k$ 의 값을 구하여라.

6.

$\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형ABC가 있다. $\overline{AB}$의 중점을 P, $\overline{AC}$의 1:3 내분점을 Q라하자. $\overline{BC}$위의 한점 R에 대하여 $\overline{AP} = \overline{AQ}, \overline{RP} = \overline{RQ}$이다. 삼각형ABR과 삼각형ARC의 외접원의 넓이차가 64π일 때, 삼각형PQR의 넓이는?



7.

$f(x) = x^2 - (m+4)x + 4m$

$g(x) = ax + b$

모든 실수 α에 대하여 다음 식의 값이 존재한다.

$$\lim_{x \to \alpha} \frac{\{f(x)\}^2 + 2 \cdot f(x)g(x) + \{g(x)\}^2}{\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2}$$

이를 만족하는 $g(x)$와 $f(x)$로 둘러 쌓인 부분의 넓이를 S(m)이라 하자.

이때, $\frac{1}{2} \cdot \{\sum_{k=5}^{16} S(k)\}$ 의 값을 구하시오.

8.

삼차함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$, 원점을 지나는 이차함수 $g(x)$가 있다.

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) > g(x)) \\ g(x) & (f(x) \leq g(x)) \end{cases}$$

$f(x), g(x), h(x)$는 <보기>의 조건을 모두 만족시킨다.

<보기>

(가) $A = \{a \mid (\lim_{x\to a+} \frac{h(x)-h(a)}{x-a}) \times (\lim_{x\to a-} \frac{h(x)-h(a)}{x-a}) \leq 0\}$

$B = \{b \mid (\lim_{x\to b+} \frac{f(x)\cdot f'(x)}{h(x)}) \times (\lim_{x\to b-} \frac{g(x)\cdot g'(x)}{h(x)}) < 0\}$

$C = \{c \mid h(a)\} \quad (a \in A)$

(나) $B \subset A$, N(C)=2

(다) N(A)×N(B)가 최대값을 가진다.

이때, $\{g(-2) + 6\}^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 실수이고, N(X)는 임의의 집합 {X}의 서로 다른 원소의 개수를 의미한다.