

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{54} \times 4^{\frac{4}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

2. 함수 $f(x) = x^4 + 3x^2 + 16x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 < a_2 = 6, \quad a_5 - 4a_4 + 3a_3 = 0$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 상수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x + a & (x < 2) \\ -3x + 3a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

5. 함수 $f(x) = (x^2 + 2)(3x^2 + x + 5)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 35 ② 37 ③ 39 ④ 41 ⑤ 43

7. 곡선 $y = 3x^3 + ax$ 위의 x 좌표가 1인 점에서의 접선이 점 $(2, 4)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

6. $\cos\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ 이고 $\sin(-\theta) > 0$ 일 때, $\tan(\pi - \theta)$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

8. 1보다 큰 두 실수 $a, b (a < b)$ 가

$$\log_3 a = \log_b 27, \quad \log_3 ab = \frac{7}{2}$$

을 만족시킬 때, $\log_a b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

9. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 (x-1)f(x) dx = \frac{8}{3}$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

10. $0 < x < 4\pi$ 일 때, 방정식

$$3\cos^2 x + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 = 0$$

의 서로 다른 모든 실근의 합은? [4점]

- ① 7π ② 8π ③ 9π ④ 10π ⑤ 11π

11. 시각 $t=0$ 일 때 점 A(2)를 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 양수 k 에 대하여 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 는

$$v(t) = t^2 + (1-k)t - k$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 시각 $t=k$ 일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
 ㄴ. $k=2$ 이면, 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 $-\frac{1}{6}$ 이다.
 ㄷ. $k=1$ 이면, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = a^{2x}$ 이

곡선 $y = a^x + 6$ 과 만나는 점을 A,

곡선 $y = a^x + 6$ 의 점근선과 만나는 점을 B라 하고,

점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 C라 하자.

삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{6}}{8}$

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선 l_1 이
 x 축과 만나는 점을 A라 하고,
 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(2, 4)$ 에서의 접선 l_2 가
 x 축과 만나는 점을 B라 하자.
 두 직선 l_1, l_2 가 y 좌표가 양수인 점 C에서만 만나고
 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 일 때, $f(6)$ 의 값은? [4점]
- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

14. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}|x| & (|x|\geq 2) \\ \cos \pi x & (|x|< 2) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자.
 다음 조건을 만족시키고 공차가 양수인 모든 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 모든 a_{10} 의 값의 합은? [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $g(a_n)< 4$ 이다.
 (나) $g(a_1)=3, \sum_{k=1}^5 g(a_k)=12$

- ① 53 ② 57 ③ 61 ④ 65 ⑤ 69

15. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=1$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 m 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x (f(t) - m|t|) dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $m+f(3)$ 의 값은? [4점]

- (가) 방정식 $g'(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서만 극값을 갖는다.

- ① 90 ② 92 ③ 94 ④ 96 ⑤ 98

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = n^2 + 2a_n$$

을 만족시킨다. a_5 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=3x^2+6x$ 이고 $f(1)=8$ 일 때, $f(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = \sum_{k=1}^5 4a_{2k}$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} (-1)^k a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 양수 m 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

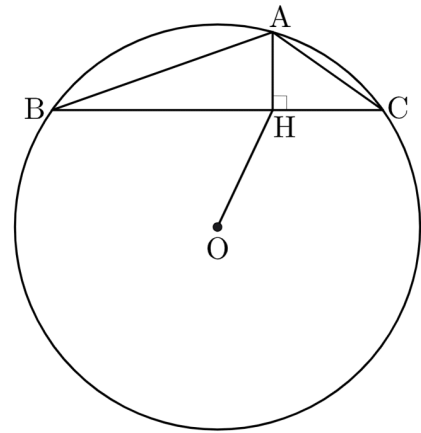
$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x + 2 & (x < 0) \\ -mx + 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{9}{4}$ 일 때, m 의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이

$$\overline{AB} = 6, \overline{AC} = 2\sqrt{3}, \cos(\angle BAC) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

인 삼각형 ABC가 있다. 점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하고 삼각형 ABC의 외접원의 중심을 O라 하자.



다음은 선분 OH의 길이를 구하는 과정이다.

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{BC} = \text{[가]}$$

이다. 삼각형 ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \text{[가]} \times \overline{AH} = 6\sqrt{3} \sin(\angle BAC)$$

이고, 삼각형 AHC에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{CH}^2 = 12 - \overline{AH}^2$$

이다. 한편 선분 OB는 삼각형 ABC의 외접원의 반지름이므로 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$$\overline{OB} = \text{[나]}$$

이다. 점 O에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 P라 하면 두 삼각형 BOP, POH에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{OH}^2 - \overline{HP}^2 = \overline{OB}^2 - \overline{BP}^2$$

이고, 점 P는 선분 BC의 중점이므로

$$\overline{OH} = \text{[다]}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $p^2 + q^2 + r^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 k 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (|f(x)| \geq k) \\ -f(x) - 2 & (|f(x)| < k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x+2)^2}{g(x)+3|g(x)|}$ 의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 a 의 값은 -2 와 1 뿐이다.

$k+f(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 양수 k 에 대하여 곡선 $y=8^{x-k}-12$ 가 직선 $y=\frac{3}{4}x$ 와

제1사분면의 점 A 에서 만난다. 점 A 를 지나고

기울기가 $-\frac{4}{3}$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 B 라 하자.

곡선 $y=\log_{\frac{1}{8}}\left(x+\frac{4}{3}\right)-k+8$ 위의 점 $C(a, b)$ 에 대하여

선분 OC 를 지름으로 하는 원의 중심이 선분 AB 위에 있고

$\overline{OA}:\overline{OC}=1:\sqrt{5}$ 일 때, $k+a+b=\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [2점]

- ① 3 ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{21}{4}$ ⑤ 6

24. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{12}, \quad P(A) > P(B)$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

25. 6개의 문자 a, m, o, e, b, a 중에서 5개를 골라 나열하여 만들어지는 문자열의 개수는? [3점]

- ① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

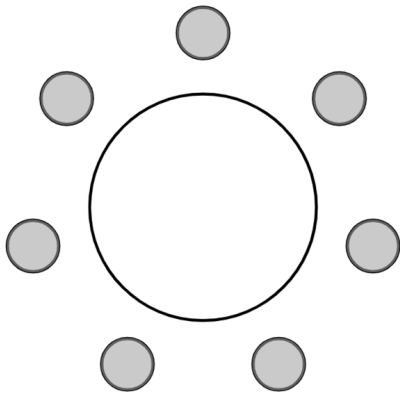
26. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나온 두 눈의 수를 순서대로 a, b 라 하자. $a+b \geq 10$ 이거나 $a \times b$ 가 홀수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{11}{18}$

27. 세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 있다.
이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에
다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

(가) A와 B는 이웃한다.
(나) C는 A 또는 B와 이웃하지 않는다.

- ① 72 ② 108 ③ 144 ④ 180 ⑤ 216



28. 서로 다른 동전 3개를 동시에 던지는 시행을 3번 반복할 때,
다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가) 각 시행에서 세 개의 동전이 모두 같은 면이 나오는
경우는 없다.
(나) 세 번의 시행에서 앞면이 나오는 총 횟수는 짝수이다.
(다) 세 번의 시행에서 세 번 연속으로 같은 면이 나오는
동전은 없다.

- ① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{51}{512}$ ③ $\frac{27}{256}$ ④ $\frac{57}{512}$ ⑤ $\frac{15}{128}$

단답형

29. 네 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 볼펜 8자루와 같은 종류의 연필 15자루를 남김없이 나누어 줄 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 각 학생은 적어도 1자루의 볼펜을 받고, 받는 볼펜의 개수는 홀수이다.
 (나) 볼펜보다 연필을 적게 받는 학생은 1명이고, 받는 연필의 개수가 홀수인 학생은 그 학생뿐이다.

30. 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적힌 5장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 꺼내어 카드에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 할 때, 다음 규칙에 따라 점수를 얻는다.

- 두 장의 카드에 적힌 수의 합이 3의 배수이면 두 수 중 작은 수를 점수로 얻는다.
- 두 장의 카드에 적힌 수의 합이 3의 배수가 아니면 두 수 중 큰 수를 점수로 얻는다.

이 시행을 3번 반복한 후 얻은 점수가 9점일 때, 첫 번째 시행에서 얻은 점수가 3점일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n+1} - 9^n}{3^{2n-1} + 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② $\frac{9}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 9

24. 곡선 $xy + 2y^2 + \sin \pi y = 3$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{1}{\pi-6}$ ② $\frac{1}{\pi-5}$ ③ $\frac{1}{\pi-4}$
 ④ $\frac{1}{\pi-3}$ ⑤ $\frac{1}{\pi-2}$

25. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 + a_3 = 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{|a_n a_{n+1}|} = \frac{11}{24}$$

을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

26. 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \ln x + bx^2 - \frac{a^2}{4}$$

이 $x=1$ 에서 극댓값 -6 을 가질 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① -48 ② -38 ③ -28 ④ -18 ⑤ -8

27. 양수 a 에 대하여 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = te^{t^2-4}, \quad y = at^4 - 4at^2$$

을 C 라 하자. 곡선 C 위의 점 $(-2, 0)$ 에서의 접선과 점 $(2, 0)$ 에서의 접선이 서로 수직일 때, a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{7}{16}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

28. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} -xe^{-x} & (x \leq 0) \\ f(x) + e^{x^2-x} & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{g(x)} = 0$) [4점]

(가) 방정식 $g(g(x)) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

(나) $g(1) = g'(1) = 1$

- ① 8 ② 26 ③ 44 ④ 62 ⑤ 80

단답형

29. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 위의 점

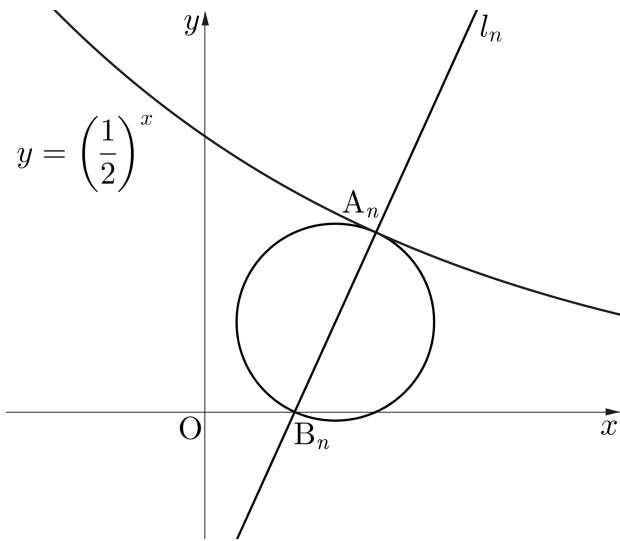
$A_n \left(n, \left(\frac{1}{2}\right)^n \right)$ 에서의 접선에 수직이고 점 A_n 을 지나는 직선을 l_n 이라 하고, 직선 l_n 이 x 축과 만나는 점을 B_n 이라 하자.

점 A_n 에서 곡선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 에 접하고 점 B_n 을 지나는

원의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\pi} = p(\ln 2)^2 + q$ 이다.

$120 \times (p+q)$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 유리수이고, $(\ln 2)^2$ 은 무리수이다.) [4점]



30. 양수 k 에 대하여 $0 < x < \pi$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = k \tan \left(x - \frac{\pi}{2} \right) + k \cos x + \frac{\pi}{2}$$

가 역함수 $g(x)$ 를 갖는다. 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 세 실근을 갖고 이 중 가장 작은 실근을 α , 가장 큰 실근을 β 라 할 때,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(g \left(\frac{\pi}{2} + h \right) - g \left(\frac{\pi}{2} \right) \right)^3}{g(\alpha + h) - g(\beta) + \frac{2}{3}\pi} = L \quad (L \neq 0)$$

이다. $\left(\frac{k}{\alpha} \right)^2 + L = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.