[1~3] 조건을 만족하는 짝수 집합과 홀수 집합을 A, B라 하고 집합의 모든 원소의 합을 각각 S_A, S_B라 할 때, 다음 물음에 답하시오. [75점]

1. 다음의 명제가 참임을 증명하시오. (단, n은 임의의 양의 짝수이고, 짝수와 홀수는 양수 및 음수 영역 모두를 고려한다. 예를 들어, 짝수는 -2, 홀수는 -7 등을 포함한다.) [20점]

2를 제외한 모든 소수는 n개의 서로 다른 짝수와 $(n+1)$개의 서로 다른 홀수의 합으로 나타낼 수 있으며 모든 n에 대하여 조건을 만족하는 순서쌍 (A, B)는 무한개이다.

2. [1]의 명제는 $S_A \neq 0$, $S_B > 0$에서도 성립함이 알려져 있다. 이를 증명하시오.
(단, n은 임의의 양의 짝수이고, 짝수와 홀수는 양수 및 음수 영역 모두를 고려한다.
예를 들어, 짝수는 -2, 홀수는 -7 등을 포함한다.) [40점]

3. [1]의 명제를 다음과 같이 수정하였다.

> 임의의 두 자연수 l, m에 대하여
> 2를 제외한 모든 소수는 $(n+2l)$개의 서로 다른 짝수와 $(n+1+2m)$개의 서로 다른 홀수의 합으로 나타낼 수 있으며 모든 n에 대하여 조건을 만족하는 순서쌍 (A, B)는 무한개이다.

위의 명제의 참/거짓을 판별하고 그 이유를 수학적으로 서술하시오. (단, n은 임의의 양의 짝수이고, 짝수와 홀수는 양수 및 음수 영역 모두를 고려한다. 예를 들어, 짝수는 -2, 홀수는 -7 등을 포함한다.) [15점]

[4] 문제를 읽고, 다음 물음에 답하시오. [25점]

4. 임의의 자연수 n에 대하여 부등식

$$n! \geq (n-1)^2 \geq (n-1)! \geq (n-2)^2 \geq \cdots \geq 2! \geq 1^2 \geq 1! \geq 0$$

이 성립하도록 하는 n의 개수를 구하시오.