수학, 생각의 힘을 길러주는 시간

LESSON 2

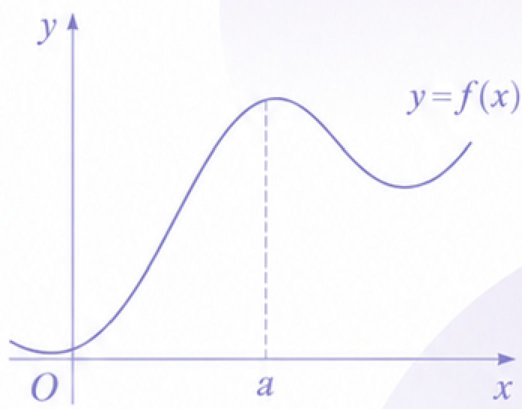
CHAPTER

02

2회차 문제편

기본을 다지고, 실력을 키우는 첫걸음

차근차근 문제를 풀어보며 개념을 익히고,
수학적 사고력을 키워봅시다.



한 문제 한 문제에 집중해 보세요.
작은 노력이 쌓여 큰 실력으로
이어집니다.

Q.

문제편

목표 시간: 65분

날짜 :

이름 :

격차 N제

009

다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t)\,dt = x^3 + \left(\int_0^2 f(t)\,dt\right)x^2$$

를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

010

방정식

$$(x^2-2^{10})\times(x^3-2^{10})\times(x^4-2^{10})\times\cdots\times(x^{10}-2^{10})=0$$

을 만족시키는 모든 실수 x 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을

$$\alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots,\ \alpha_m\ (m\text{은 자연수})$$

라 하자. $m\times\alpha_1$ 의 값은?

① -480　② -448　③ -320　④ 240　⑤ 480

011

수직선 위를 움직이는 점 P 의 속도는

$$v(t)=\begin{cases} t^2-2t+1 & (0 \le t < 1) \\ |t-2|-1 & (1 \le t < 3) \\ 0 & (t \ge 3) \end{cases}$$

이다. 두 점 O(0), A(1) 에 대하여 임의의 시각에서 점 P 는 선분 OA 위에 있을 때, 시각 $t=0$ 에서의 위치는?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

012

상수 $k\ (k>0)$에 대하여 곡선 $y=\sin x$ 와 직선 $y=k$ 이 구간 $\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 만나는 점을 P , 곡선 $y=\sin x$ 와 직선 $y=-k$ 가 구간 $\left(\pi,\ \frac{3}{2}\pi\right)$ 에서 만나는 점을 Q 라 하자. 선분 PQ 의 중점 M 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\sin x$ 와 만나는 점을 R 이라 하자. 삼각형 PQR 의 넓이를 S_1 , 삼각형 MRO 의 넓이를 S_2 라 하자. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{4}{3}$ 일 때, 선분 MR 의 길이는? (단, O 는 원점이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{10}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

013

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와 네 실수 a_1, a_2, a_3, a_4 $(a_1 < a_2 < a_3 < a_4)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4)\} \subset \{-1, 1\}$

(나) $n=1, 2, 3$ 일 때, 열린구간 (a_n, a_{n+1}) 에서 방정식 $f'(x)=0$ 는 실근을 갖지 않는다.

$a_2=0$, $a_3=1$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

014

첫째항이 -70이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합은?

(가) $a_k = 0$인 3 이상의 자연수 k가 존재한다.

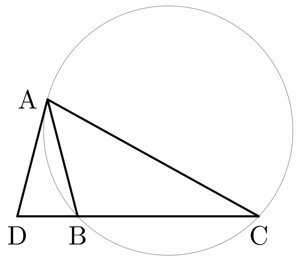
(나) 두 집합 $A = \{n \mid (n-7)a_n \le 0\}$, $\quad B = \{n \mid (n-7)a_{2n-1} \le 0\}$에 대하여 $n(A) \le n(B)$이다.

① 51 ② 53 ③ 55 ④ 57 ⑤ 59

챕터 01
챕터 02
챕터 03
챕터 04

020

그림과 같이 점 A에서 원에 접하는 직선과 원 위의 두 점 B, C를 지나는 직선이 점 D에서 만난다.



다음은 $\overline{AB}=2, \overline{CB}=3$이고 $\dfrac{\sin(\angle ABC)}{\sin(\angle ACB)}=2$일 때, 삼각형 DBA의 넓이를 구하는 과정이다.

(단, $\angle ABC > \dfrac{\pi}{2}$이다.)

삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여 $\dfrac{\sin(\angle ABC)}{\sin(\angle ACB)}=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=2$이므로 $\overline{AC}=4$이다.

$\cos(\angle ACB)=k$라 하면 $\overline{AB}=2,\ \overline{CB}=3,\ \overline{AC}=4$이므로

코사인 법칙에 의하여 $k=$ $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

$\sin(\angle ACB)=\sqrt{1-k^2}$ 이므로

삼각형 ABC의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{CB}\times\sin(\angle ACB)=$ $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

원의 성질에 의하여 삼각형 DAC와 삼각형 DBA는 닮음이고 $\overline{AC}:\overline{AB}=2:1$이므로

$$\overline{DA}:\overline{DB}=2:1,\ \overline{DC}:\overline{DA}=2:1$$

이다. $\overline{DC}-\overline{DB}=3$이므로 $\overline{DB}=$ $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 삼각형 DBA의 넓이는

$\dfrac{\overline{DB}}{\overline{CB}}\times(\text{삼각형 ABC의 넓이})=\dfrac{\boxed{\text{(다)}}}{3}\times\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 $a,\ b,\ c$라 하자. $\dfrac{b\times c}{a}=p\sqrt{15}$ 일 때, $7p$의 값을 구하시오.

021

최고차항의 계수가 1 인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{t \to 0} \dfrac{t^3 - 4t}{f(t)} = \dfrac{1}{2}$

(나) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \to a} \dfrac{t^3 - 4t}{f(t)}$ 의 값이 존재한다.

$f(3) = 66$ 일 때, $\{f(1)\}^2$ 의 값을 구하시오.

022

좌표평면에서 곡선 $y = \log_2 x - 2$ 위의 점 P 를 지나고 기울기가 -2 인 직선이 곡선 $y = 8 \times 4^x$ 와 만나는 점을 Q 라 하자. 직선 OP 의 기울기와 직선 OQ의 기울기를 각각 α, β 라 하자.

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{328}{9}$$

일 때, $(\beta - \alpha)^2 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)