

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $2^{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} \times 4^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 8                      ②   $8\sqrt{2}$                       ③ 16
- ④  $16\sqrt{2}$               ⑤  32

2. 함수  $f(x) = x^2 - 12x + 17$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(6+h) - f(6)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④  0      ⑤ 1

제작자 예상 등급컷

1등급: 76점

2등급: 68점

제작자 예상 오답률 TOP3

(공통)

1. 14번

2. 21번

3. 20번

(미적분)

1. 30번

2. 14번

3. 20번

3. 첫째항이 3이고 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_1 \times a_2 \times a_9}{a_3 \times a_4} = 27$$

을 만족시킬 때,  $a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ②   $9\sqrt{3}$       ③ 18      ④ 27      ⑤  $27\sqrt{3}$

$$\frac{a_1^9}{a_3^5} = 3^9$$

$$\therefore r = \sqrt{3}$$

$$a_4 = 9\sqrt{3}$$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2a & (x < 2) \\ x^2 - x + a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ② 3      ③  6      ④ 9      ⑤ 12

$$2a - 4 = a + 2$$

5. 함수  $f(x) = (2x^2 + x)(5x + 1)$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

6.  $\sin\theta \times \cos\theta < 0$ 이고  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$  일 때,

$\frac{\sqrt{1 - \sin^2\theta}}{\sin\theta}$ 의 값은? [3점]

- ①  $-2\sqrt{5}$     ②  $-\sqrt{5}$     ③  $-2$     ④  $-\frac{1}{2}$     ⑤  $2$



$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \cot\theta = -\frac{1}{2}$$

7. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = 2x^4 + 7x$$

를 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 14      ② 15      ③ 16      ④ 17      ⑤ 18

$$f(x) = 8x^3 + 7$$

8. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 3n^2 - 2n + 2$$

를 만족시킬 때,  $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 33    ② 37    ③ 41    ④ 45    ⑤ 48

$$a_{n+1} = 6n + 1 \rightarrow B, 25$$

$$a_1 = 3$$

9. 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3 + 3x^2 + x + 1} = 6, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) + 2}{(x-3)^2} = 30$$

일 때,  $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 26    ② 28    ③ 30    ④ 32    ⑤ 34

$$f(x) + 2 = 6(x-3)^2(x+2)$$

$$\therefore f(4) = 34$$

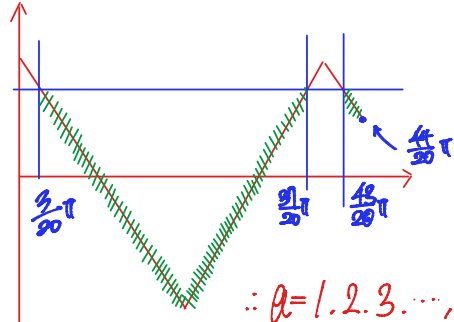
10. 구간  $(0, 11)$ 에서

$$\sin\left(\frac{7\pi}{20}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{5}x\right)$$

을 만족시키는  $x$ 값들 중 정수인 것의 합을 구하시오. [4점]

- ① 48    ② 52    ③ 56    ④ 60    ⑤ 64

$$\sin \frac{7\pi}{20} = \cos \frac{3\pi}{20}$$



$$\therefore x = 1, 2, 3, \dots, 9, 11$$

220909 변형 문항

11. 시각  $t=0$ 일 때  $A(4)$ 에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t (t \geq 0)$ 에서의 가속도  $a(t)$ 가

$$a(t) = 3t^2 - 18t$$

이다. 출발한 후 점  $P$ 의 운동 방향은  $t=9$ 에서만 바뀐다. 점  $P$ 가 다시  $A$ 를 지날 때의 시각은? [4점]

- ① 8      ② 12      ③ 16      ④ 20      ⑤ 24

$$v(t) = t^3 - 9t^2$$

$$x(t) = \frac{1}{4}t^4 - 3t^2 + 4 = 4$$

$\therefore t = 12$

12. 첫 항이 4인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 있다. 수열  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음을 만족시킨다.

$$b_{n+2} = \begin{cases} b_{n+1} + a_n - b_n & (n \text{은 홀수}) \\ b_{n+1} + 3 - b_n & (n \text{은 짝수}) \end{cases}$$

$\sum_{k=1}^{11} b_k = 172 + b_2 + b_{10}$  일 때,  $b_1 + b_3 + b_5$ 의 값은?

- ① 16      ② 19      ③ 22      ④ 25      ⑤ 28

$$b_n + b_{n+1} + b_{n+2} = \begin{cases} a_n & \text{홀} \\ 3 & \text{짝} \end{cases}$$

1	-2	3
2	-3	4
3	-4	5
4	-5	6
5	-6	7
6	-7	8
7	-8	9
8	-9	10
9	-10	11

$\rightarrow \sum_{n=1}^9 (b_n + b_{n+1} + b_{n+2})$   
 $= \sum_{n=1}^{11} b_n - b_2 - b_{10}$   
 $= 12 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$   
 $= 12 + 5a_5$   
 $a_5 = 32, d = 7$

$\therefore b_1 + b_3 + b_5 = a_1 + 2 + a_3 = 25$

250712 변형 문항

13. 실수  $a$ 에 대하여 삼차함수  $f(x)$ 를  $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 4$ 라 하자. 모든 자연수  $k$ 에 대하여 다음 조건이 성립한다.

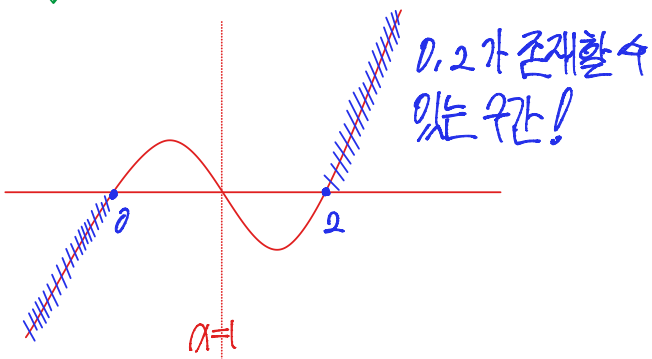
두 점  $A(1-k, f(1-k)), B(1+k, f(1+k))$ 를 지나는 직선의 기울기는 0 이상이다.

$f'(-1) \leq 11$  일 때,  $a$ 의 값은? [4점]

- ① -5    ② 2    ③ 9    ④ 16    ⑤ 23

그냥 강계산...? ) no!  
 $\frac{f(1+k) - f(1-k)}{2k} = \dots$

$f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 4$   
 $f(x) = 3ax^2 - 6x + a \rightarrow a + 9 \leq 11. a \leq 2$   
 $\rightarrow f(x)$ 는  $(1, f(1))$  접대형



$\frac{f_2 - f_0}{2} = \frac{2a - 4}{2} \geq 0 \therefore a \geq 2$

$\therefore a = 2$

유사 기출 241122

14. 첫 항이 자연수이고 공차가 정수인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음을 만족할 때,  $a_3$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

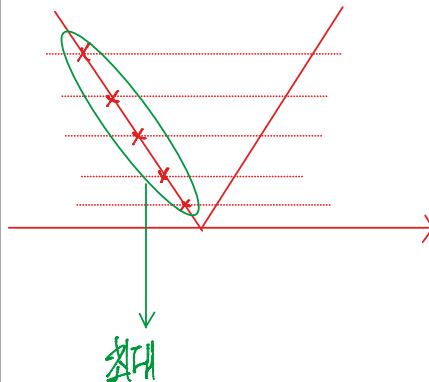
(가)  $|a_p| = |a_{p+2q-1}|$ 을 만족하는 순서쌍  $(p, q)$ 의 개수는 5개이다. (단,  $q > 1$ )  
 (나) 모든 자연수  $k$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^k a_n < 290$ 이다.

- ① 55    ② 56    ③ 57    ④ 58    ⑤ 59

아. p. q 둘 다 자연수 거냐!  $\rightarrow 56$  no!

$p \rightarrow$ 자연수	$p$	8
$q \rightarrow$ 1/2 꼴 가능!	5	1.5
	4	2.5
	3	3.5
	2	4.5
	1	5.5

$a_6 = 0. a = -5d$



$\frac{5}{2}(2a + 4d) = -15d < 290$   
 $d \geq 19$

$\therefore a_3 = 57$

230913 변형 문항

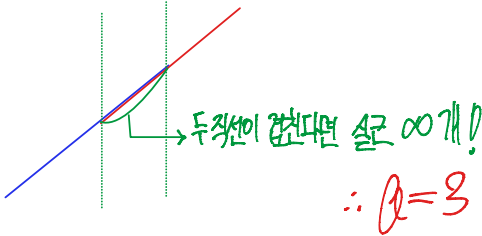
15. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & (x \leq 0) \\ \frac{1}{3}x^4 - 6x^2 + ax + 20 & (x > 0) \end{cases}$$

라 할 때,  $f(x) = 3x+t$  ( $t$ 는 실수)의 서로 다른 실근 개수를  $g(t)$ 라 하자.  $g(t)$ 가 불연속인  $t$ 가 2개 있을 때,  $g(t)$ 가 정의되지 않을  $t$ 가 존재한다.  $f(-2) \times g(3)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

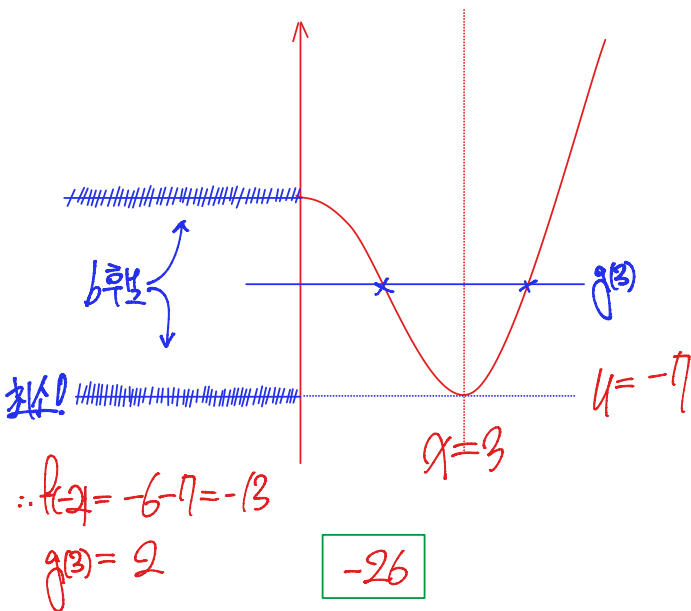
- ① 64    ② -40    ③ -26    ④ -2    ⑤ 28

실근 개수가 정의되지 않는...?  
 문항이런가? 역시 실설...



$$(3-a)x + t = \begin{cases} b \\ \frac{1}{3}x^4 - 6x^2 + 20 \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{4}{3}x^3 - 12x = 0 \quad x = 0, \pm 3$$



접선추론, 실근개수의 파악

단답형

16. 부등식

$$\log_4(a^2 - 7a + 7) \leq 0$$

를 만족시키는 모든 정수  $a$ 의 합을 구하시오. [3점]

$$0 < a^2 - 7a + 7 \leq 1$$

$$a = 1, 6$$

∴

17. 이차함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{(x-1)^2(x-3)} = 6$ 이고

$f(4) = 29$ 일 때,  $f(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f(x) = a(x-3)(x-p)$$

$$a(3-p) = 24$$

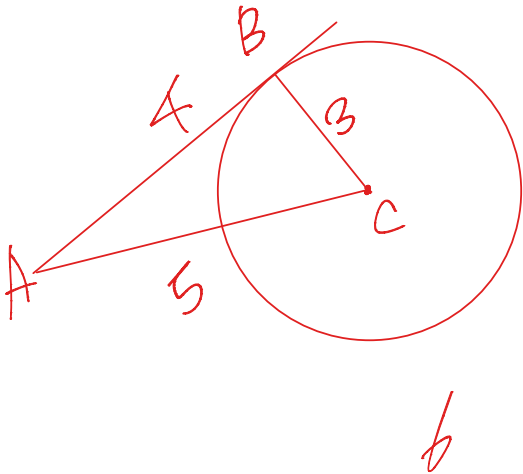
$$a(4-p) = 29$$

$$\therefore a = 5, p = -\frac{9}{5}$$

$$\therefore f(10) = 5 \cdot 7 \cdot \frac{59}{5}$$

$$= 413$$

18. 점 A를 지나는 직선이 반지름이 3이고 중심이 점 C인 원 O와 오직 점 B에서만 만난다.  $\overline{AC} = 5$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]

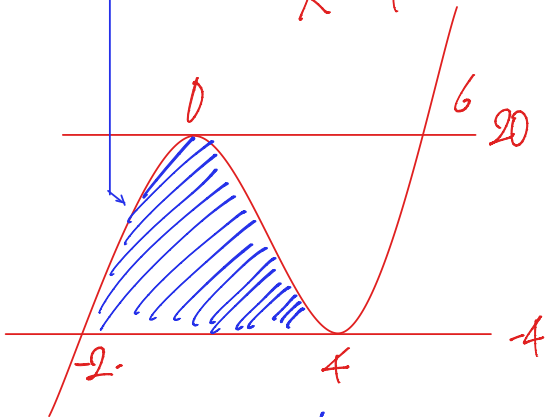


19. 실수  $k$  ( $k < 0$ )에 대하여

$x^3 - 6x^2 + 20 = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때,

$\int_{-2}^4 (x^3 - 6x^2 + 20 - k) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

$y' = 3x^2 - 12x \rightarrow 0, 4$   
 $k = -4$



$\therefore S = \frac{1}{12} \cdot 6^4 = 108$

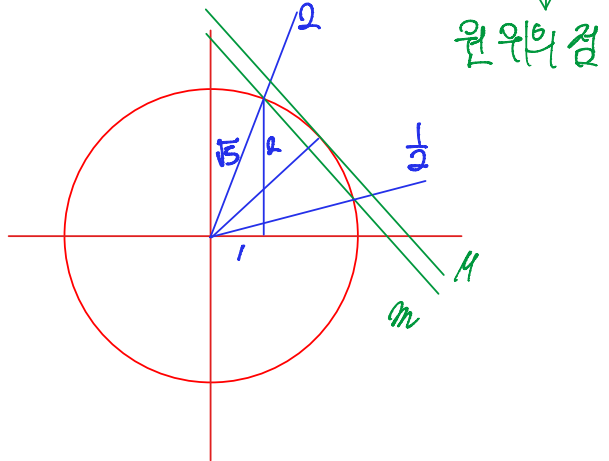
20. 곡선  $y = a^x$  ( $a > 0$ )에 대하여 원점에서  $(\alpha, a^\alpha)$ 에 그은 직선의

기울기를  $k$ 라 할 때,  $\frac{1}{2} \leq k \leq 2$ 이고  $a^\alpha = \sqrt{49 - \alpha^2}$ 이

성립한다.  $\frac{k+1}{k} \times a^\alpha$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,

$\frac{Mm\sqrt{10}}{10} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$\alpha \rightarrow x$ 좌표  $\rightsquigarrow \cos \theta$

$a^\alpha \rightarrow y$ 좌표  $\rightsquigarrow \sin \theta$

$k \rightarrow$  기울기  $\rightsquigarrow \tan \theta$

$\therefore \frac{k+1}{k} \cdot a^\alpha = \frac{\cos \theta + \sin \theta}{\sin \theta} \quad y = -x + p$ 로 최대최소!

$M = 7 \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}) = 7\sqrt{2}$

$m = 7 \cdot (\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{0}{\sqrt{5}}) = \frac{21}{\sqrt{5}}$

$\therefore M \cdot m \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{147}{5} \cdot p+q = 132$

단위원 해석, 최대최소의 파악

21. 최고차항 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $g(x)$ 에 대하여

$$g(x) = \lim_{t \rightarrow x} \frac{|f(x) - g(x)|}{t}$$

가 성립한다.  $f(3) = 0$ 일 때,  $g'(1) + g'(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$g(x) = \lim_{t \rightarrow x} \frac{|f(x) - g(x)|}{t} \rightarrow \frac{|f(x) - g(x)|}{x}$$

x=0, x≠0 일때를 관계야!

$$x=0 : f(x) = g(x) = 0$$

$$\rightarrow f(x) = x(x-3)(x-p)$$

$$x \neq 0 : (x+1)g(x) = f(x)$$

or

$$(x-1)g(x) = -f(x)$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x+1} & (f > g) \\ \frac{f(x)}{1-x} & (f < g) \end{cases}$$

if  $p \neq 3$  이라면  $g \rightarrow$  미분불가능!

$\therefore f(x) = x(x-3)^2$

①  $g'(1)$  찾기

$$(x+1)g(x) = f(x) \quad * f'(x) = 0$$

$$g(x)(x+1) + g(x) = f(x)$$

$$2g(x) \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \therefore g'(1) = 1$$

②  $g'(-1)$  찾기

$$(1-x)g(x) = f(x) \quad * f'(-1) = 24$$

$$(1-x)g(x) - g(x) = f(x)$$

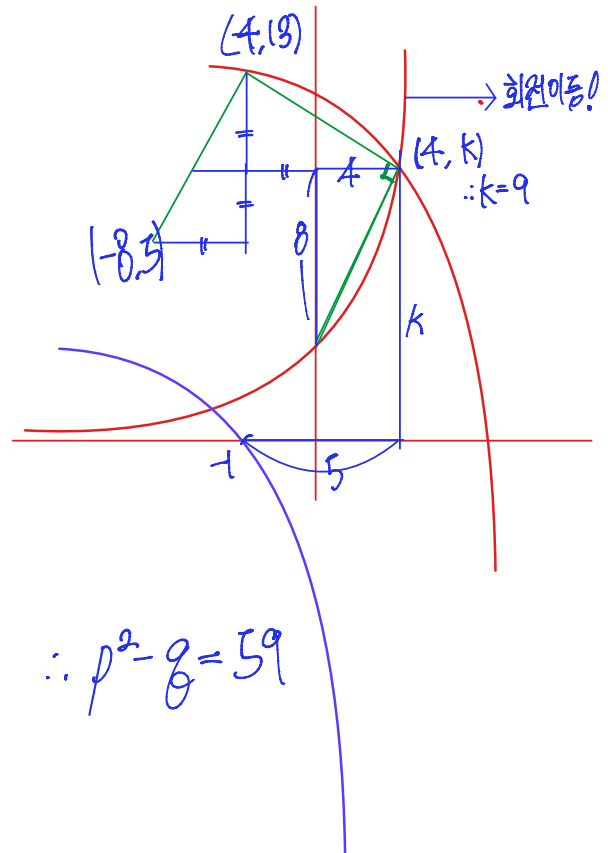
$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \therefore g'(-1) = 8$$

22. 두 실수  $a(a > 1), k$ 에 대하여 두 곡선

$$y = a^x, \quad y = \log_a(5-x) + k$$

두 곡선이 어떤 관계인가?

이 제 1사분면에서 서로 만나는 점을  $A$ 라 하자. 곡선  $y = \log_a(5-x) + k$  위의 점  $B$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 중점은  $y$ 축 위에 있고, 점  $C(0, 1)$ 와 제 2사분면 위의 점  $D(p, q)$ 에 대하여 사각형  $ABDC$ 가 정사각형일 때,  $p^2 - q$ 의 값을 구하시오. [4점]



지수로그 함수의 회전 이동 관계 파악

← 극한으로 정의된 함수의 해석

## 제 2 교시

## 수학 영역(미적분)

## 5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sin x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{2x}$  의 값은?

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

24. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2+5} = 1$  일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3a_n+n^2}-n}{3n}$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④ 1      ⑤  $\frac{4}{9}$

25.  $\int_e^{e^4} \frac{\log_x(\ln x)}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\ln 2$                       ②  $2\ln 2$                       ③  $3\ln 2$   
~~④  $2(\ln 2)^2$~~                       ⑤  $4(\ln 2)^2$

$$\log_x(\ln x) = \frac{\ln(\ln x)}{\ln x}$$

$$\rightarrow \int_e^{e^4} \frac{\ln(\ln x)}{\ln x} dx$$

$$= \left[ \frac{1}{2} (\ln(\ln x))^2 \right]_e^{e^4}$$

$$= 2(\ln 2)^2$$

26. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 곡선

$$x = \ln(2t^2 + 1), y = -\frac{1}{\pi} \sin \pi t$$

에서  $t=1$ 일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{4}$                       ②  $\frac{5}{4}$                       ③  $\frac{3}{2}$                       ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

$$\frac{dx}{dt} = \frac{4t}{2t^2+1} \quad \Bigg| \quad \frac{dy}{dt} = -\cos \pi t$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{3}{4}$$

27. 두 상수  $a(a \neq 0)$ ,  $b$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가

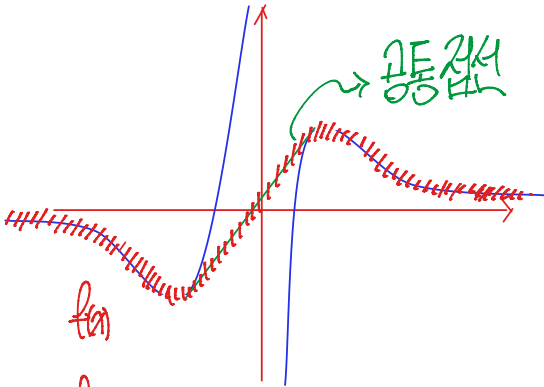
(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  

$$\left(f(x) - \frac{\ln x^2}{x}\right) \times (f(x) - (ax+b)) = 0$$
 이다.  
 (나)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  (단,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x} = 0$  이다.)

을 만족할 때,  $\frac{\{f(\sqrt{e})\}^2}{f(\frac{1}{2})}$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ①  $\frac{2}{e}$     ② 2    ③  $2e^2$     ④  $8e$     ⑤ 32

$f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$  or  $ax+b$



$$\frac{2 \ln x}{x} - 0 = \frac{2 - 2 \ln x}{x^2}$$

$$\ln x = \frac{1}{2}, \quad x = \sqrt{e}$$

$$y = \frac{1}{e} x$$

$$f(\sqrt{e}) = \frac{1}{\sqrt{e}}, \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2e}$$

$$\therefore \frac{1}{e} \cdot \frac{1}{2} = 2$$

공통접선의 파악

28. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = f(x)$ 일 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(1) = 1, f(2) = 2$ 이고  $\int_1^2 f(x) dx = \frac{3}{2}$ 이다.

(나)  $x \geq 1$ 일 때,  $f(x) = f(2x+3) - 1$ 이다.

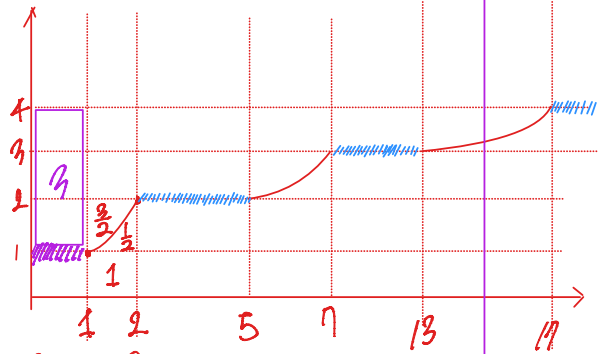
(다) 0보다 큰 두 실수  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ )에 대하여

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \geq 0$$
 이 성립한다.

$\int_{-20}^{20} (4 - f(x)) dx = 45$ 일 때,  $f\left(\frac{1}{2}\right) + f(9)$ 의 값은? [4점]

- ① 3    ②  $\frac{7}{2}$     ③ 4    ④  $\frac{9}{2}$     ⑤ 5

$x > 0$  일 때의 정답만 파악하면 끝



$$f(x) = f(2x+3) - 1$$

$$1 \sim 2 \text{ 구간}$$

$$5 \sim 7 \text{ 구간}$$

$$13 \sim 17 \text{ 구간}$$

y축 붙이기!

1~20까지의 y축 붙이기?

$$19 - \left(\frac{7}{2} + 5 + 10\right)$$

$$= 19.5$$

$\therefore -20 \sim -1, 1 \sim 20$ 까지의

y축 붙이는 39

→ 0에서 f(x)는 감소하지 않으며

y축 붙이기 39 즉 "상수함수"!

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) + f(9) = 1 + 3$$

221130 변형 문항, 유사 기출 241128

상수구간의 추론.y축 넓이 적분

단답형

29. 첫째항이  $\ominus$  등수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족한다.

(가)  $a_1 \times a_{15} = 144 \rightarrow a_8 = 12$

(나) 수열  $\{a_{3n-1}\}$ 의 자연수인 항의 개수는 3이고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{3n-1} = 32 \text{ 이다.}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_{6n+2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

$a < 0, r > 0 \rightarrow$  자연수인 항 존재  
 $\therefore r < 0$

$a_2$	$a_5$	$a_8$	$a_{11}$	$a_{14}$	$a_{17}$
$\oplus$	$\ominus$	$12$	$\ominus$	$\oplus$	$\downarrow$
$\downarrow$			$\downarrow$		$\downarrow$
자연수			자연수		자연수

$$\therefore r^6 = \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} = \frac{12r^6}{1-r^6} = 32$$

$$r^6 = x : \frac{3}{x^2} = 8$$

$$-8x^3 + 8x^2 = 8, \quad 8x^3 - 8x^2 + 8 = 0$$

$$r^6 = -\frac{1}{2}$$

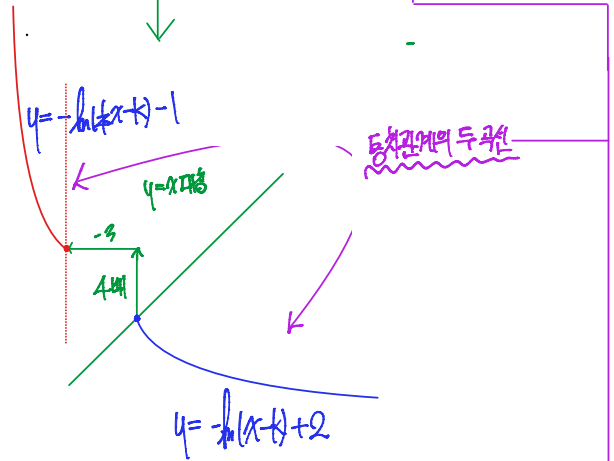
$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_{6n+2} = 12 \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{3}$$

260928 변형

30. 실수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는 구간  $[k+1, \infty)$ 에서

$$f(x) = -\ln\left(\frac{x-k}{e^2}\right), \quad f(f(x)-3) = 4x$$

을 만족시킨다.  $(0, a)$ 에서 곡선  $y=f(x)$ 에 그은 두 접선의 접점이 각각  $A(\alpha, f(\alpha)), B(\beta, 4\alpha)$ 가 되도록 하는 두 실수  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > 0$ )가 존재할 필요충분조건은  $a=4$ 이다.  $2k+\alpha+\beta$ 의 값을 구하시오. [4점]



미분계수 = 평균 변화율

$$\frac{-\ln(\alpha-k)+2-k}{\alpha} = \frac{-1}{\alpha-k}$$

$$\frac{-\ln(\beta-k)-1}{4\alpha-k} = \frac{-\frac{1}{4}}{\alpha-k}$$

$$\frac{\ln(\alpha-k)+2}{\alpha} = \frac{\ln(\alpha-k)+1}{\alpha-1}$$

$$\alpha \ln(\alpha-k) + 2\alpha - \ln(\alpha-k) - 2 = \alpha \ln(\alpha-k) + \alpha$$

$$\ln(\alpha-k) = \alpha - 2$$

$$\alpha = [k+1]! \quad \therefore k=1, \alpha=2, \beta=-1$$

$$2k+\alpha+\beta = 3$$

유사 기출 251120, 260622  
 곡선의 동치관계 파악

\* 확인 사항

- 모두 수고하셨습니다. 시험지와 함께 업로드 된 해설서를 활용해 틀린 문제를 분석해보시길 권합니다. 모두 수고하셨습니다.
- 풀어주신 모든 분들 감사드립니다. -제작자