

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} \times 4^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② $8\sqrt{2}$ ③ 16
- ④ $16\sqrt{2}$ ⑤ 32

2. 함수 $f(x) = x^2 - 12x + 17$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(6+h) - f(6)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

3. 첫째항이 3이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_1 \times a_2 \times a_9}{a_3 \times a_4} = 27$$

을 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 6 ② $9\sqrt{3}$ ③ 18 ④ 27 ⑤ $27\sqrt{3}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2a & (x < 2) \\ x^2 - x + a & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

5. 함수 $f(x) = (2x^2 + x)(5x + 1)$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

6. $\sin\theta \times \cos\theta < 0$ 이고 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ 일 때,

$\frac{\sqrt{1 - \sin^2\theta}}{\sin\theta}$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{5}$ ② $-\sqrt{5}$ ③ -2 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 2

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = 2x^4 + 7x$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

8. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = 3n^2 - 2n + 2$$

를 만족시킬 때, $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 33 ② 37 ③ 41 ④ 45 ⑤ 48

9. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3 + 3x^2 + x + 1} = 6, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) + 2}{(x-3)^2} = 30$$

일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

10. 구간 $(0, 11]$ 에서

$$\sin\left(\frac{7\pi}{20}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{5}x\right)$$

을 만족시키는 x 값들 중 정수인 것의 합을 구하시오. [4점]

- ① 48 ② 52 ③ 56 ④ 60 ⑤ 64

11. 시각 $t=0$ 일 때 $A(4)$ 에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 가속도 $a(t)$ 가

$$a(t) = 3t^2 - 18t$$

이다. 출발한 후 점 P 의 운동 방향은 $t=9$ 에서만 바뀐다. 점 P 가 다시 A 를 지날 때의 시각은? [4점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

12. 첫 항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음을 만족시킨다.

$$b_{n+2} = \begin{cases} b_{n+1} + a_n - b_n & (n \text{은 홀수}) \\ b_{n+1} + 3 - b_n & (n \text{은 짝수}) \end{cases}$$

$$\sum_{k=1}^{11} b_k = 172 + b_2 + b_{10} \text{ 일 때, } b_1 + b_3 + b_5 \text{의 값은?}$$

- ① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

13. 실수 a 에 대하여 삼차함수 $f(x)$ 를 $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 4$ 라 하자. 모든 자연수 k 에 대하여 다음 조건이 성립한다.

두 점 $A(1-k, f(1-k)), B(1+k, f(1+k))$ 를 지나는 직선의 기울기는 0 이상이다.

$f'(-1) \leq 11$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① -5 ② 2 ③ 9 ④ 16 ⑤ 23

14. 첫 항이 자연수이고 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음을 만족할 때, a_3 의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가) $|a_p| = |a_{p+2q-1}|$ 을 만족하는 순서쌍 (p, q) 의 개수는 5개이다. (단, $q > 1$)

(나) 모든 자연수 k 에 대하여 $\sum_{n=1}^k a_n < 290$ 이다.

- ① 55 ② 56 ③ 57 ④ 58 ⑤ 59

15. 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & (x \leq 0) \\ \frac{1}{3}x^4 - 6x^2 + ax + 20 & (x > 0) \end{cases}$$

라 할 때, $f(x) = 3x + t$ (t 는 실수)의 서로 다른 실근 개수를 $g(t)$ 라 하자. $g(t)$ 가 불연속인 t 가 2개 있을 때, $g(t)$ 가 정의되지 않을 t 가 존재한다. $f(-2) \times g(3)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

- ① 64 ② -40 ③ -26 ④ -2 ⑤ 28

단답형

16. 부등식

$$\log_4(a^2 - 7a + 7) \leq 0$$

를 만족시키는 모든 정수 a 의 합을 구하시오. [3점]

17. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{(x-1)^2(x-3)} = 6$ 이고

$f(4) = 29$ 일 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 점 A 를 지나는 직선이 반지름이 3이고 중심이 점 C 인 원 O 와 오직 점 B 에서만 만난다. $\overline{AC} = 5$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오. [3점]

19. 실수 k ($k < 0$)에 대하여

$x^3 - 6x^2 + 20 = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때,

$\int_{-2}^4 (x^3 - 6x^2 + 20 - k)dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 곡선 $y = a^x$ ($a > 0$)에 대하여 원점에서 (α, a^α) 에 그은 직선의

기울기를 k 라 할 때, $\frac{1}{2} \leq k \leq 2$ 이고 $a^\alpha = \sqrt{49 - \alpha^2}$ 이

성립한다. $\frac{k+1}{k} \times a^\alpha$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때,

$\frac{Mm\sqrt{10}}{10} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

21. 최고차항 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 에 대하여

$$g(x) = \lim_{t \rightarrow x} \frac{|f(x) - g(x)|}{t}$$

가 성립한다. $f(3)=0$ 일 때, $g'(1)+g'(-1)$ 의 값을 구하시오.
[4점]

22. 두 실수 $a(a > 1)$, k 에 대하여 두 곡선

$$y = a^x, y = \log_a(5-x) + k$$

이 제 1사분면에서 서로 만나는 점을 A 라 하자. 곡선 $y = \log_a(5-x) + k$ 위의 점 B 에 대하여 선분 AB 의 중점은 y 축 위에 있고, 점 $C(0, 1)$ 와 제 2사분면 위의 점 $D(p, q)$ 에 대하여 사각형 $ABDC$ 가 정사각형일 때, $p^2 - q$ 의 값을 구하시오. [4점]