

제2교시

## 수학 영역

홀수형

## 5지선다형

1.  $\left(3^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + 5) = 2f(1)$$

을 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 4a_2, a_1 + a_2 = 12$$

일 때,  $a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 48      ② 52      ③ 56      ④ 60      ⑤ 64

4. 함수  $f(x) = (x^2 - 1)(2x + 5)$ 에 대하여  $f'(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① -6      ② -7      ③ -8      ④ -9      ⑤ -10

5. 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가  $\frac{3}{4}\pi$ 인 부채꼴의 넓이는? [3점]

- ①  $15\pi$     ②  $18\pi$     ③  $21\pi$     ④  $24\pi$     ⑤  $27\pi$

6. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$xf(x)+6=(x^3+2)(x+3)$$

을 만족시킬 때,  $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12    ② 16    ③ 20    ④ 24    ⑤ 28

7. 상수  $k$  ( $k < 2$ )에 대하여 함수  $f(x) = 2^{x+k} - \sqrt{2}$ 가 닫힌구간  $[k, 2]$ 에서 최솟값  $3\sqrt{2}$ 를 가질 때,  $k$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④ 1    ⑤  $\frac{5}{4}$

8. 점  $(0, 1)$ 에서 곡선  $y = x^3 - 2x + 17$ 에 그은 접선 점  $(a, 11)$ 을 지날 때,  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 실수  $k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열  $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_4 = 2$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2k & (n \leq 3) \\ ka_n + 2 & (n \geq 4) \end{cases}$$

이다.

$a_1 = a_7$ 이 되도록 하는 모든  $k$ 에 대하여  $|a_1| + |a_2|$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 8      ② 12      ③ 16      ④ 20      ⑤ 24

10. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^3 + 3t - 5, \quad x_2 = 6t + 1$$

이다. 점 P의 속도가 점 Q의 속도의 5배가 되는 시각에서의 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 6      ② 12      ③ 18      ④ 24      ⑤ 30

11. 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 닫힌구간  $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = |2\sin ax + b|$$

가 있다. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = 1$ 이 만나는 점의 개수가 10이 되도록 하는  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 에 대하여  $a + b$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $M, m$ 이라 할 때,  $M + m$ 의 값은? [4점]

- ① 14      ② 15      ③ 16      ④ 17      ⑤ 18

12. 함수  $f(x) = \frac{1}{2}x^2(x+1)$ 에 대하여 원점  $O$ 와 점  $P(2, f(2))$ 를

지나는 직선이 직선  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 과 만나는 점을  $Q$ 라 하고,

직선  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 이  $x$ 축과 만나는 점을  $R$ 라 하자.

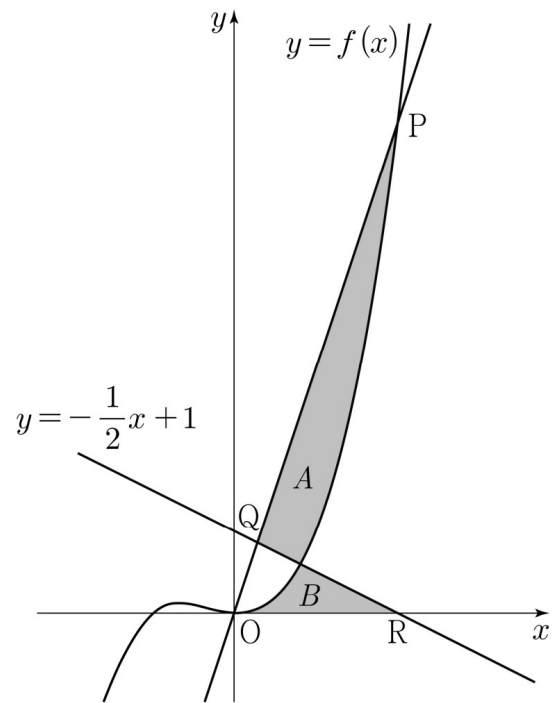
곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = -\frac{1}{2}x + 1$  및 선분  $PQ$ 로 둘러싸인

부분의 넓이를  $A$ , 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = -\frac{1}{2}x + 1$  및

선분  $OR$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $B$ 라 할 때,

$A - B$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{38}{21}$       ②  $\frac{41}{21}$       ③  $\frac{44}{21}$       ④  $\frac{47}{21}$       ⑤  $\frac{50}{21}$



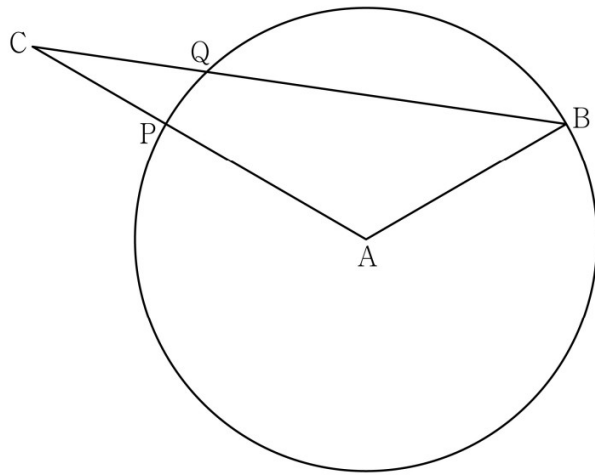
13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(3)+g(8)$ 의 값은?  
[4점]

(가) 두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 는 모두 직선  $y=x$  위의 서로 다른 두 점 A, B를 지난다.  
 (나)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(f(x)-x)(g(x)-x)}{x^3}$ 의 값과  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(f(x)+x)(g(x)+x)}{x^3}$ 의 값이 존재한다.

- ① 64      ② 68      ③ 72      ④ 76      ⑤ 80

14.  $\cos A = -\frac{1}{2}$ ,  $\sin B : \sin C = 5 : 3$ 인 삼각형 ABC에서 점 A를 중심으로 하고 점 B를 지나는 원이 두 선분 AC, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PB의 길이가  $3\sqrt{3}$ 일 때, 선분 PQ의 길이는? (단, 점 Q는 점 B가 아니다.) [4점]

- ①  $\frac{4}{7}$       ②  $\frac{9}{14}$       ③  $\frac{5}{7}$       ④  $\frac{11}{14}$       ⑤  $\frac{6}{7}$



15. 최고차항의 계수가 양수이고

$$f(\alpha) = f(\beta) = f(\gamma) = 0 \quad (0 < \alpha < \beta < \gamma)$$

인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된  
두 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt, \quad h(x) = \int_0^x |f(t)| dt$$

가 있다. 함수  $g(x)$ 의 극댓값이 0이고,  $h(\beta) = 8$ ,  $h(\gamma) = 24$ 일 때,  
 $g(\alpha) - g(\gamma)$ 의 값은? [4점]

- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16

단답형

16.  $\log_{(7-a)}(2a-3)$ 이 정의되도록 하는 모든 자연수  $a$ 의 값의  
합을 구하시오. [3점]

17. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 3x^2 - 4$ 이고  $f(2) = 5$ 일 때,  
 $f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

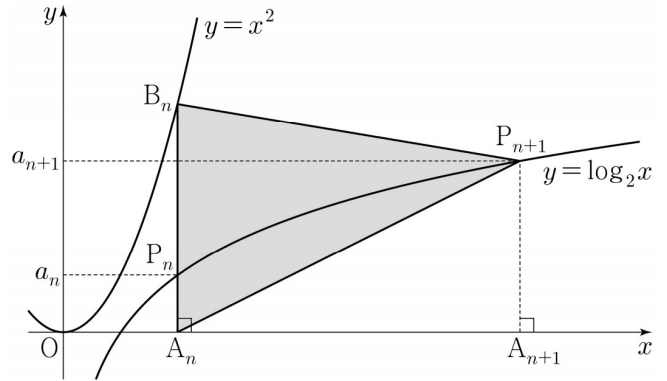
$$\sum_{k=1}^{10} a_{2k-1} = 12, \sum_{k=1}^{10} a_{2k} = 20$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{20} (-1)^k a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ 는  $x = -2$ 에서 극대이다.

함수  $f(x)$ 의 극솟값이 5일 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [3점]

20. 첫째항이 1이고 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $y = a_n$ 이 곡선  $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을  $P_n$ 이라 하자. 점  $P_n$ 을 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이  $x$ 축 및 곡선  $y = x^2$ 과 만나는 점을 각각  $A_n, B_n$ 이라 하고, 삼각형  $A_n B_n P_{n+1}$ 의 넓이를  $T_n$ 이라 하자.



다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\overline{OA_n} : \overline{OA_{n+1}} = 1 : 4$ 일 때

$\sum_{n=1}^5 T_n$ 의 값을 구하는 과정이다. (단,  $O$ 는 원점이다.)

$a_n = \log_2 x$ 일 때  $x = 2^{a_n}$ 이므로 점  $A_n$ 의  $x$ 좌표는  $2^{a_n}$ 이다.

$$\overline{OA_n} = 2^{a_n}, \overline{OA_{n+1}} = 2^{a_{n+1}} \text{이고}$$

$$\overline{OA_n} : \overline{OA_{n+1}} = 1 : 4 \text{이므로}$$

$$2^{a_n} : 2^{a_{n+1}} = 1 : 4$$

이다. 그러므로 등차수열  $\{a_n\}$ 의 공차는  $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

점  $B_n$ 의 좌표는  $(2^{a_n}, 4^{a_n})$ 이므로

$$T_n = \frac{1}{2} \times \overline{A_n B_n} \times \overline{A_n A_{n+1}}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4^{a_n} \times (2^{a_{n+1}} - 2^{a_n})$$

$$= \boxed{\text{(나)}} \times 8^{a_n}$$

이다. 수열  $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1인 등차수열이므로

$$\sum_{n=1}^5 T_n = \boxed{\text{(다)}} \times (2^{30} - 1)$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 라 할 때,

$\frac{p}{q \times r}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 두 상수  $a, k$  ( $k > 0$ )과 함수  $f(x) = x(x-1)^2(x-2)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 는

$$g(x) = f(x-a)$$

이고 다음 조건을 만족시키는 함수  $h(x)$ 가 존재할 때,  $a+20k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수  $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(|x|-k)h(x) = |g(x)-g(k)| \text{이다.}$$

22. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3^{\frac{1}{6}(x+a+b)} - a & (x \leq 0) \\ 6\log_3 x - b & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a^2+b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $x \leq 0$ 일 때, 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 가 서로 다른 두 점에서만 만난다.

(나) 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=x$ 가 만나는 모든 점의  $x$ 좌표의 집합이  $\{0, a, b, c\}$ 이고,  $|c|=2|b|$ 이다.

제2교시

## 수학 영역(확률과 통계)

홀수형

## 5지선다형

23. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 짝수의 개수는? [2점]

- ① 150      ② 200      ③ 250      ④ 300      ⑤ 350

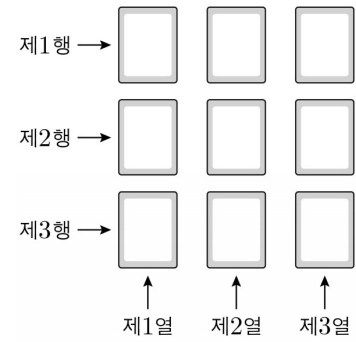
24. 모표준편차가 60인 모집단에서 임의추출한 크기가  $n$ 인 표본의 표본평균  $\bar{X}$ 의 표준편차가 10일 때,  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 144      ② 100      ③ 81      ④ 36      ⑤ 9

25. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로  $a$ ,  $b$ 라 하자.  $a+b=7$ 이거나  $a \times b$ 가 6의 배수일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{4}{9}$       ②  $\frac{17}{36}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{19}{36}$       ⑤  $\frac{5}{9}$

26. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 있다. 이 9장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 행의 개수가 3, 열의 개수가 3인 직사각형 모양으로 임의로 배열할 때, 제2열에 놓여 있는 3장의 카드에 적혀 있는 3개의 수의 합이 짝수일 확률은? [3점]



- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{11}{21}$       ③  $\frac{23}{42}$       ④  $\frac{4}{7}$       ⑤  $\frac{25}{42}$

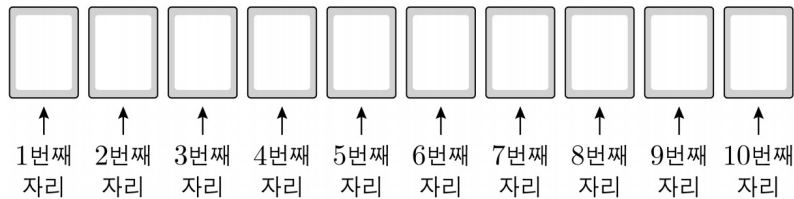
27. 확률변수  $X$ 가 정규분포를 따르고 다음 조건을 만족시킬 때,  $\sigma(X)$ 의 값은? [3점]

(가)  $P(X \geq 1) + P(X \geq 7) = 1$   
 (나)  $P(|X-5| \leq 3) + P(X \leq 0) = P(Z \leq 1)$   
 (단,  $Z$ 는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

28. 숫자 0이 적혀 있는 카드 2장, 숫자 1이 적혀 있는 카드 5장, 숫자 2가 적혀 있는 카드 3장이 있다. 이 10장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 10개의 자리에 다음 조건을 만족시키도록 각각 한 장씩 놓는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

$n$  ( $1 \leq n \leq 10$ )번째 자리에 놓인 카드에 적혀 있는 수를  $a_n$ 이라 할 때,  $|a_{k+1} - a_k| = 2$ 를 만족시키는 자연수  $k$  ( $1 \leq k \leq 9$ )의 개수는 3이다.



- ① 136      ② 138      ③ 140      ④ 142      ⑤ 144

## 단답형

29. 자연수  $k$ 에 대하여 이산확률변수  $X$ 가 가질 수 있는 값은 0부터  $k$ 까지의 정수이고,  $X$ 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = \begin{cases} a & (x=0) \\ \frac{b}{x} & (1 \leq x \leq k) \end{cases}$$

이고  $E(X^2) = 2E(X)$ 이다.  $V(X)$ 의 값이 최대가 되도록 하는

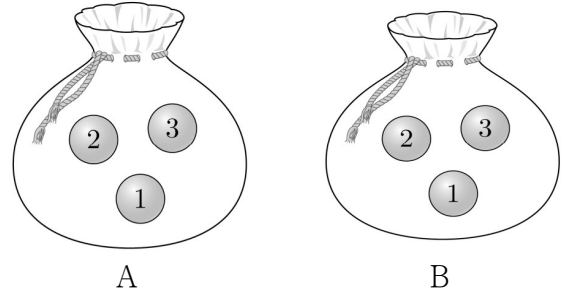
$a$ 의 값이  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a$ 와  $b$ 는 양수이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 두 주머니 A와 B에는 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적힌 3개의 공이 각각 들어 있다. 갑은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서 각자 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 자신이 꺼낸 주머니에 다시 넣는 시행을 두 번 반복한다. 갑이 확인한 두 수의 합이 을이 확인한 두 수의 합보다 클 때, 갑이 확인한 두 수의 합이 5일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



## \* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.