

제2교시

# 수학영역

**5 지선 다형**

1.  $3^{2+\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}^{2\sqrt{3}-4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 3      ③ 9      ④ 27      ⑤ 81

2. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x)=2x^3-x+1$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{2h}$ 의 값은? [2점]

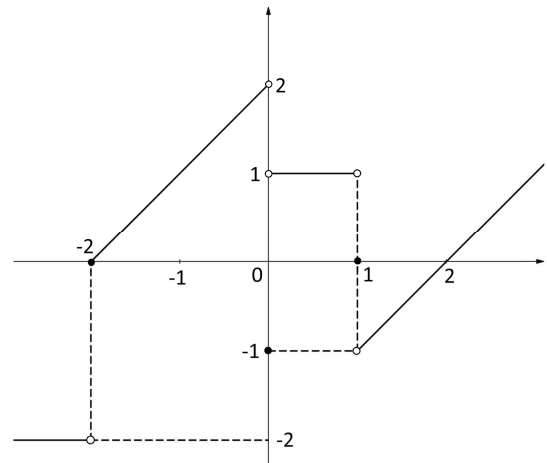
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{10} (3a_k - 1) = 20$ 이고

$\sum_{k=1}^9 (2a_k + 1) = 15$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7  
④ 8      ⑤ 9

4. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(f(x)) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

5.  $\int_{-2}^2 (x^3 + 3x^2 - x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 8      ③ 12      ④ 16      ⑤ 20

6. 0이 아닌 정수  $a$ 에 대하여, 함수  $f(x) = \cos a\pi x + |a|$ 의  
최솟값과 주기의 값이 같도록 하는 모든  $a$  값의 곱은? [3점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

7. 실수  $t$ 에 대하여 직선  $y = x + t$ 가 곡선  $y = \log_2 x$ 와 두 점  
A, B에서 만나고  $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 두 점 A, B의  $x$ 좌표의  
합은? [3점]

- ①  $\frac{8}{3}$       ②  $\frac{10}{3}$       ③ 4      ④  $\frac{14}{3}$       ⑤  $\frac{16}{3}$

8.  $\frac{\sin\theta}{|\sin\theta|} + \frac{\cos\theta}{|\cos\theta|} = 0$ 이고  $\frac{\cos\theta}{|\sin\theta|} - \frac{\sin\theta}{|\cos\theta|} = 2$ 일 때,

$\cos\left(\theta - \frac{1}{2}\pi\right)$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     ②  $-\frac{1}{2}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x) = (x-a)(x-b)^2$ 의  
극댓값이 4일 때  $f(b+1)$ 의 값은?

[4점]

- ① 2    ② 3    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6

10. 모든 항이 자연수인 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 수열  $\{a_n\}$ 은 등차수열 이고 수열  $\{b_n\}$ 은 등비수열이다. 이때, 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $a_2 = b_2, a_6 = b_4$ 이고  $S_{11} = 8S_4$ 일 때,  $a_3$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 5    ② 7    ③ 9    ④ 11    ⑤ 13

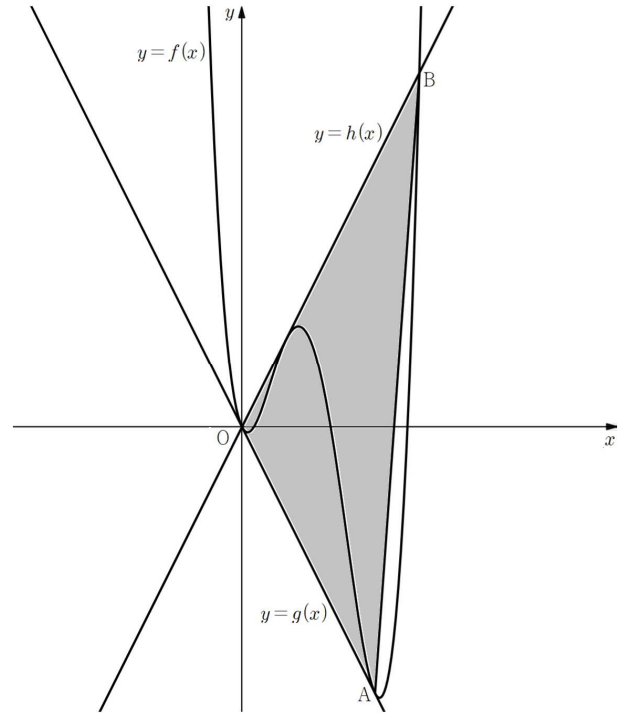
11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각  $v_1 = 3t^2 - 6t + 1$ ,  $v_2 = 4t - 2$ 이다. 시각  $t$ 에서의 두 점 P, Q사이의 거리를  $d(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ. 시각  $t=3$ 일 때, 점 P의 위치는 3이다.
- ㄴ. 시각  $t = \frac{5}{3}$ 일 때, 두 점 P, Q의 가속도는 같다.
- ㄷ. 시각  $t=1$ 일 때, 두 점 P, Q의 위치가 같으면,  $d(t) = d(3)$ 를 만족시키는  $t$ 가 3개 이다.

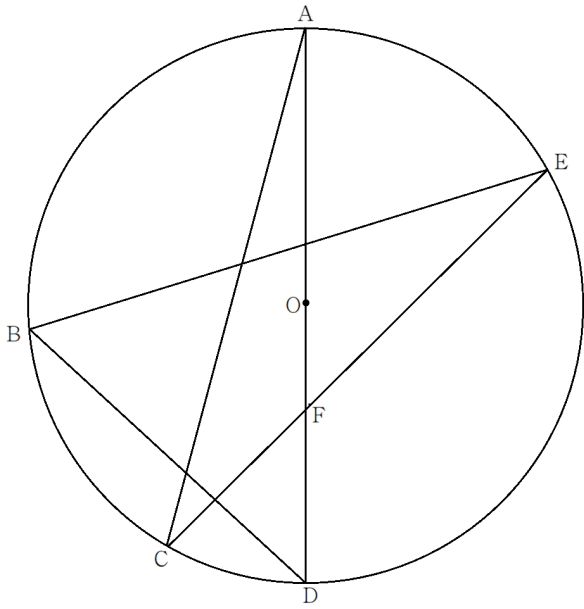
- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여 그림과 같이 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=g(x)$ 가 원점 O와 점 A에서 접하고, 원점 O를 지나는 두 접선 중  $y=g(x)$ 가 아닌 접선을  $y=h(x)$ 라 할 때, 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=h(x)$ 가 만나는 점 중 원점 O와 접점이 아닌 점을 점 B라 하자.  $h(x) - g(x) = 4x$ 일 때,  $\triangle OAB$ 의 넓이의 값은? [4점]



- ① 16
- ② 18
- ③ 20
- ④ 22
- ⑤ 24

13. 그림과 같이 선분  $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원  $O$ 가 있다.  
 원  $O$ 의 반지름의 길이가 10이고,  $\widehat{CD} : \widehat{AE} : \widehat{AB} = 1 : 2 : 3$ ,  
 $\overline{CF} = 2\sqrt{14}$ 일 때,  $\cos(\angle ADB)$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{14}}{24}$       ②  $\frac{\sqrt{14}}{12}$       ③  $\frac{\sqrt{14}}{8}$   
 ④  $\frac{\sqrt{14}}{6}$       ⑤  $\frac{5\sqrt{14}}{24}$

14. 실수  $k$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = |\log_2 x + k|, \quad g(x) = 2^{x-k} \text{가 있다.}$$

세 집합  $A, B, C$ 에 대하여 하여

$$A = \{x | f(x) = g(x)\}, \quad B = \{x | f(x) = x\}, \quad C = \{x | g(x) = x\} \text{라}$$

할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $k = \alpha$ 일 때,  $A \cap B \cap C = \{a\}$ 이고, 이때  $g(3) = p$ 이다.  
 (나)  $k = \beta$ 일 때,  $A \cap B \cap C = \{b, 4\}$ , ( $b < 4$ )이다.

$$\frac{b \cdot g(a)}{a \cdot g(b)} \cdot p \text{의 값은? [4점]}$$

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

15. 실수  $t(t \geq 0)$ 와 두 상수  $a, b(b > 2)$ 에 대하여

함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + a & (x < t) \\ x - b & (x \geq t) \end{cases}$ 가 있다.

모든 실수  $x$ 에 대하여  $\{g(x)\}^2 = x^2\{f(x)\}^2$ 을 만족시킨다.

함수  $h(x) = \int_0^x g(t)dt$ 라 할 때, 함수  $f(x), g(x), h(x)$ 는

다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $t = b$ 일 때, 함수  $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

(나)  $t = 0$ 일 때, 함수  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

(다)  $t = 0$ 일 때, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $h(x) \leq h(k)$ 를 만족시키는 실수  $k$ 의 값이 존재한다.

$a + b + k$ 의 값은? [4점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

단답형

16. 방정식  $\log_{\frac{1}{5}}(x+1) = \log_5(x-3) - 1$ 을 만족시키는 실수

$x$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 상수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = \int_0^x (t^3 - 2t + a)dt$ 이고

$f'(1) = 3$ 일 때,  $f(a)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수  $f(x) = 2^x + \frac{1}{2^{x-2}} + 2$ 가  $x = a$ 에서 최솟값  $b$ 를

갖는다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

19.  $x \geq 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

$-x^2 + 7x \leq x+k \leq x^3 - 6x^2 + 10x + 9$ 가 성립하도록 하는 양수  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 임의의 자연수  $n$ 에 대하여  $f(n, x) = \cos \frac{\pi}{n}x$ 라 하자.

예를 들면  $f(1, 1) = -1$ ,  $f(2, 1) = 0$ 이다.

이때  $g(n, x) = \sum_{k=1}^n f(k, x)$ 라 할 때,

$\sum_{m=1}^5 \left( \sum_{k=1}^m g(m, k) - \sum_{k=1}^{m-1} g(k, k+1) \right)$ 의 값을 구하는 과정이다.

2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n f(n, t) &= \cos \frac{1}{n}\pi + \cos \frac{2}{n}\pi + \cdots + \cos \frac{n-1}{n}\pi + \cos \frac{n}{n}\pi \\ &= \boxed{\text{(가)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^m g(m, k) - \sum_{k=1}^{m-1} g(k, k+1) \\ &= g(m, 1) + g(m, 2) + \cdots + g(m, m) \\ &\quad - g(1, 2) - \cdots - g(m-1, m) \\ &= g(m, 1) + (g(m, 2) - g(1, 2)) + \cdots + (g(m, m) - g(m-1, m)) \\ &= f(1, 1) + f(2, 1) + \cdots + f(m, 1) \\ &\quad + f(2, 2) + \cdots + f(m, 2) \\ &\quad \vdots \\ &\quad + f(m, m) \end{aligned}$$

$$= \sum_{n=1}^m \left( \sum_{t=1}^n f(n, t) \right) = \boxed{\text{(나)}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{m=1}^5 \left( \sum_{k=1}^m g(m, k) - \sum_{k=1}^{m-1} g(k, k+1) \right) &= \sum_{m=1}^5 \boxed{\text{(나)}} \\ &= \boxed{\text{(다)}} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b$ 라 하고 (나)에 들어갈 식을  $P(m)$ 이라 할 때,  $a+P(b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 두 상수  $a, b$  ( $\frac{2}{3} < a < b < 2$ )에 대하여

함수  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + a^2 & (x \leq b) \\ x-2 & (x > b) \end{cases}$ 가 있다.

함수  $f(x)f(x-t)$ 가 실수 전체에서 연속이 되도록 하는 양의 실수  $t$ 가  $t=c$ 일 때뿐이고 그때,  $f(c) = \frac{5}{3}$ 일 때,

$f(0) = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 두 함수  $f(x) = \sin\left(2\pi x - \frac{\pi}{3}\right)$ ,  $g(x) = x^2 - x - 2$ 가 있다.

실수  $t$ 에 대하여 닫힌구간  $[t, t + \frac{1}{4}]$ 에서 함수  $y = g(f(x))$ 의

최댓값을  $h(t)$ 라 하자. 자연수  $n$ 에 대하여  $0 \leq x \leq n$ 에서  $y = h(x)$ 와  $y = f(x) - 1$ 의 교점의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,

$\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

제2교시

# 수학영역(확률과 통계)

**5 지선 다형**

23. 7개의 숫자 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2을 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 28      ② 35      ③ 42      ④ 49      ⑤ 56

24. 세 사건  $A, B, C$ 에 대하여, 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 배반사건이고, 사건  $A$ 와  $C$ 는 서로 독립이다.

$P(A^c \cap B^c) = 0$ ,  $P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$  일 때,

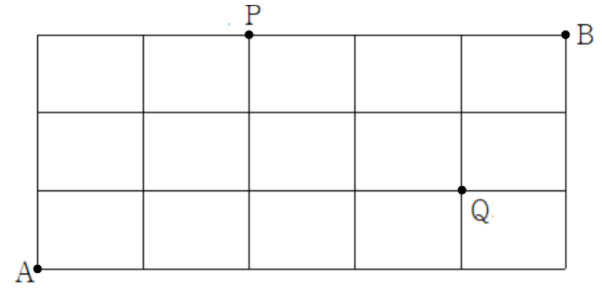
$P(A \cup C)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{4}{9}$       ③  $\frac{5}{9}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{7}{9}$

25. 다항식  $(x-1)(x+1)(x^2+3)^4$ 의 전개식에서  $x^4$ 의 계수는? [3점]

- ① 48                      ② 51                      ③ 54  
 ④ 57                      ⑤ 60

26. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 갈 때, P지점 또는 Q지점을 지나는 경우의 수는? [3점]



- ① 17                      ② 19                      ③ 21                      ④ 23                      ⑤ 25

27. 어느 고등학교 2학년 남학생과 여학생이 각각 2명씩, 3학년 남학생과 여학생이 각각 2명씩, 총 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 같은 성별끼리는 이웃하지 않고, 같은 학년끼리는 마주보지 않도록 앉는 경우의 수는? [3점]

- ① 40      ② 48      ③ 56      ④ 64      ⑤ 72

28. 음이 아닌 5개의 정수  $a, b, c, d, e$ 에 대하여  $a+b+c+d \leq 7$ ,  $c+d+e \leq 5$ 를 만족시키는 순서쌍  $(a, b, c, d, e)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- ① 920      ② 956      ③ 992      ④ 1028      ⑤ 1064

## 단답형

29. 집합  $X = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라. [4점]

- (가)  $X$ 의 모든 원소  $x$ 에 대하여  $xf(x) \in X$ 이다.  
 (나) 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는 3이상 5개 이하이다.

30. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6개의 공과 동전 1개가 있다. 세 학생  $A, B, C$ 가 다음 규칙에 따라 게임을 진행한다.

- (가)  $A$ 를 시작으로  $A, B, C$  순으로 동전을 던진다.  
 (나) 동전의 앞면이 나오면 1개의 공을 꺼내고, 뒷면이 나오면 2개의 공을 동시에 꺼내어 확인하고 다시 주머니에 넣는다.  
 (다) 공에 적힌 숫자의 합이 5인 사람은 탈락한다.  
 (라) 숫자 6이 적힌 공을 꺼낸 사람은 우승자가 되고, 게임이 종료된다.  
 (마) 각자 동전을 최대 두 번씩만 던질 수 있고, 우승자가 없을 경우 게임이 종료된다.

$B$ 가 우승했을 때,  $A$ 가 동전을 한 번만 던졌을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다. 이때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]